



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

STRUMENTO DI INTERVENTO

Supportare la memoria nel ricordare le regole dei segni nella moltiplicazione dei numeri interi

Università di Genova¹

1. Introduzione

Al fine di sviluppare attività educative finalizzate al supporto della memoria in aritmetica, si rimanda ad alcuni quadri teorici che verranno descritti nella sezione 2.

Nella sessione 3 viene descritto il disegno delle attività educative. In particolare, se le attività sono rivolte ad uno studente o alla classe, la finalità didattica delle attività, l'Area Cognitiva e dominio matematico di interesse e gli Oggetti Matematici nelle aree di difficoltà individuate attraverso il questionario B2.

2. Quadro teorico di riferimento

I riferimenti teorici che ci hanno aiutato a progettare le seguenti attività sono:

1) **Principi di progettazione universale per l'apprendimento** (UDL) (Tabella 3), un framework concepito specificamente per progettare attività educative *inclusive* (<http://udguidelines.cast.org/>)

Tabella 3: linee guida UDL

	Fornire molteplici mezzi di COINVOLGIMENTO	Fornire molteplici mezzi di RAPPRESENTAZIONE	Fornire molteplici mezzi di AZIONE ed ESPRESSIONE
	Reti Efficaci – I “PERCHE” dell'apprendimento	Reti di Riconoscimento – Il “COSA” dell'apprendimento	Reti Strategiche – Il “COME” dell'apprendimento
Accedere	Fornire opzioni per Catturare l'interesse : <ul style="list-style-type: none"> Ottimizzare la scelta individuale e l'autonomia Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità Minimizzare minacce e distrazioni 	Fornire opzioni per la Percezione : <ul style="list-style-type: none"> Offrire modi di personalizzare la visualizzazione delle informazioni Offrire alternative di sollecitazioni uditive Offrire alternative per le informazioni visive 	Fornire opzioni per Azioni Fisiche : <ul style="list-style-type: none"> Variare i metodi di risposta e di movimento Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie assistive
Costuire	Fornire opzioni per Sostenere Sforzo & Persistenza <ul style="list-style-type: none"> Rafforzare l'importanza degli scopi e degli obiettivi Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida Promuovere collaborazione e condivisione Accrescere i <i>feedback</i> orientati alla padronanza dell'apprendimento 	Fornire opzioni per Linguaggio & Simboli <ul style="list-style-type: none"> Precisare il lessico e i simboli Precisare la sintassi e la struttura Supportare la decodifica di testo, notazioni e simboli matematici Promuovere la comprensione in tutti i linguaggi Illustrare attraverso molteplici mezzi 	Fornire opzioni per Espressione e Comunicazione : <ul style="list-style-type: none"> Usare molteplici mezzi di comunicazione Usare molteplici mezzi di costruzione e composizione Costruire fluidità nella comunicazione mediante livelli di supporto graduali per la pratica e la prestazione
Interiorizzare	Fornire opzioni per l' auto-regolamentazione : <ul style="list-style-type: none"> Promuovere prospettive e convinzioni che ottimizzano la motivazione Facilitare capacità personali e strategie Sviluppare autovalutazione e riflessione 	Fornire opzioni per la Comprensione : <ul style="list-style-type: none"> Attivare o fornire la conoscenza del contesto Evidenziare percorsi, caratteristiche fondamentali, le grandi idee e le relazioni Guidare la visualizzazione e i processi delle conoscenze Massimizzare trasferimento e generalizzazione delle conoscenze 	Fornire opzioni per la Funzioni Esecutive Guidare verso la definizione di obiettivi appropriati: <ul style="list-style-type: none"> Supportare lo sviluppo di pianificazioni e strategie Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse Potenziare la capacità di monitorare i progressi

¹ Emanuela De Negri, Elisabetta Robotti, Francesca Morselli, Paola Viterbori, Anna Siri, Laura Capelli





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Studenti esperti che sono...		
Determinati & Motivati	Intraprendenti e Competenti	Strategici e Orientati agli obiettivi

Il Center for Applied Special Technology (CAST) ha sviluppato un quadro completo attorno al concetto di Universal Design for Learning (UDL), con l'obiettivo di concentrare la ricerca, lo sviluppo e la pratica educativa sulla comprensione della diversità e sulla facilitazione dell'apprendimento (Edyburn, 2005). UDL include una serie di principi, articolati in Linee guida e punti di controllo. La ricerca alla base della struttura di UDL è che "gli studenti sono molto variabili nella loro risposta all'istruzione. [...]"

Pertanto, UDL si concentra su queste differenze individuali come elemento importante per la comprensione e la progettazione di istruzioni efficaci per l'apprendimento.

A tal fine, UDL avanza tre principi fondamentali: 1) fornire molteplici mezzi di rappresentazione, 2) fornire molteplici mezzi di azione ed espressione, 3) fornire molteplici mezzi di coinvolgimento. In particolare, le linee guida all'interno del primo principio hanno a che fare con i mezzi di percezione coinvolti nel ricevere determinate informazioni e di "comprensione" delle informazioni ricevute. Invece, le linee guida all'interno del secondo principio tengono conto dell'elaborazione di informazioni / idee e della loro espressione. Infine, le linee guida all'interno del terzo principio trattano il dominio dell'"affetto" e della "motivazione", anch'essi essenziali in ogni attività educativa.

Per le nostre analisi ci concentreremo in particolare su linee guida specifiche all'interno dei tre Principi.

Per caratterizzare le difficoltà degli studenti in geometria, ci riferiamo ai seguenti elementi del frame di Karagiannakis e colleghi (Tabella 1), che trattava la Memoria nel recupero di fatti geometrici e l'elaborazione geometrica: recupero di fatti geometrici, ricordo di teoremi, ricordo di ipotesi e tesi su cui si stanno concentrando.

Tabella 1: Struttura di Karagiannakis e colleghi: domini del modello a quattro punte e serie di abilità matematiche associate a ciascun dominio.

Dominio	Competenze matematiche associate al dominio
numerico di base	senso del numero, stima -continua e discreta-, posizionamento sulla linea dei numeri, gestione degli aspetti lessicali, sintattici, semantici del numero; comprensione del significato dei simboli delle operazioni
memoria	immagazzinamento e recupero di termini nuovi e definizioni, recupero fatti numerici, conoscenza del lessico, decodifica di proprietà o procedure in forma verbale, svolgimento accurato di calcoli a mente, richiamo di uso di formule e procedure
ragionamento logico-matematico	comprensione idee, concetti, principi logici, relazioni; comprensione passi di una sequenza di procedure/algoritmi complessi; gestione di processi di problem solving
visuo-spaziale	esecuzione di calcoli scritti, gestione di aspetti visuo-spaziali dei numeri, interpretazione e uso di rappresentazioni geometriche, visualizzazione, uso della linea dei numeri, interpretazione e costruzione grafici, controllo di informazioni rilevanti in ambito visuo-spaziale



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

3. Progettazione

3.1 Difficoltà individuate attraverso il questionario B2

Rileviamo difficoltà nel seguente elemento di B2:

$$(-2) \times (-3) = \dots$$

$$(-12) \times (23) = \dots$$

Le difficoltà sono legate a riprendersi dalla memoria delle regole del segno nella moltiplicazione dei numeri relativi.

3.2 Area cognitiva e dominio matematico di interesse

L'area di difficoltà individuata attraverso il questionario B2 è relativa al dominio dell'aritmetica.

La memoria è l'area cognitiva coinvolta.

Nella Tabella 1 l'ubicazione delle difficoltà rispetto al dominio cognitivo e all'area matematica.

Tabella 1: Le difficoltà rilevate sono legate al dominio cognitivo della Memoria e al dominio dell'Aritmetica

	Aritmetica	Geometria	Algebra
Memoria	$(-2) \times (-3) = \dots$ $(-12) \times (23) = \dots$		
Ragionamento			
Visuo-spaziale			

3.3 Obiettivi educativi

Lo strumento di intervento è finalizzato alla visualizzazione dell'operazione di moltiplicazione tra numeri relativi, attraverso un modello dinamico geometrico disponibile su AINuSet. Promuove la comprensione delle regole del segno.

3.4 Beneficiari dell'intervento didattico (studente singolo / intera classe)

Lo strumento Intervento è un'attività educativa che può essere svolta con tutti gli studenti della classe.

3.5 Attività educative: lo strumento di intervento

Quando si introduce l'operazione di moltiplicazione tra numeri relativi, c'è la necessità educativa di un modello che possa supportare la comprensione delle regole del segno in questa operazione.

A tal fine, consideriamo l'ambiente Algebraic Line del software AINuSet.

In particolare utilizziamo il modello geometrico di moltiplicazione, disponibile in questo ambiente.

Notiamo che quantità di segno opposto possono essere rappresentate da linee tracciate in senso opposto rispetto a 0 (ad esempio quantità 2 e quantità -2).

Il modello geometrico permette di moltiplicare una quantità (ad esempio la quantità 2 o -2, come in figura) secondo valori di segno opposto (+4 o -4) riportando tale quantità rispetto a questi valori sulla retta.

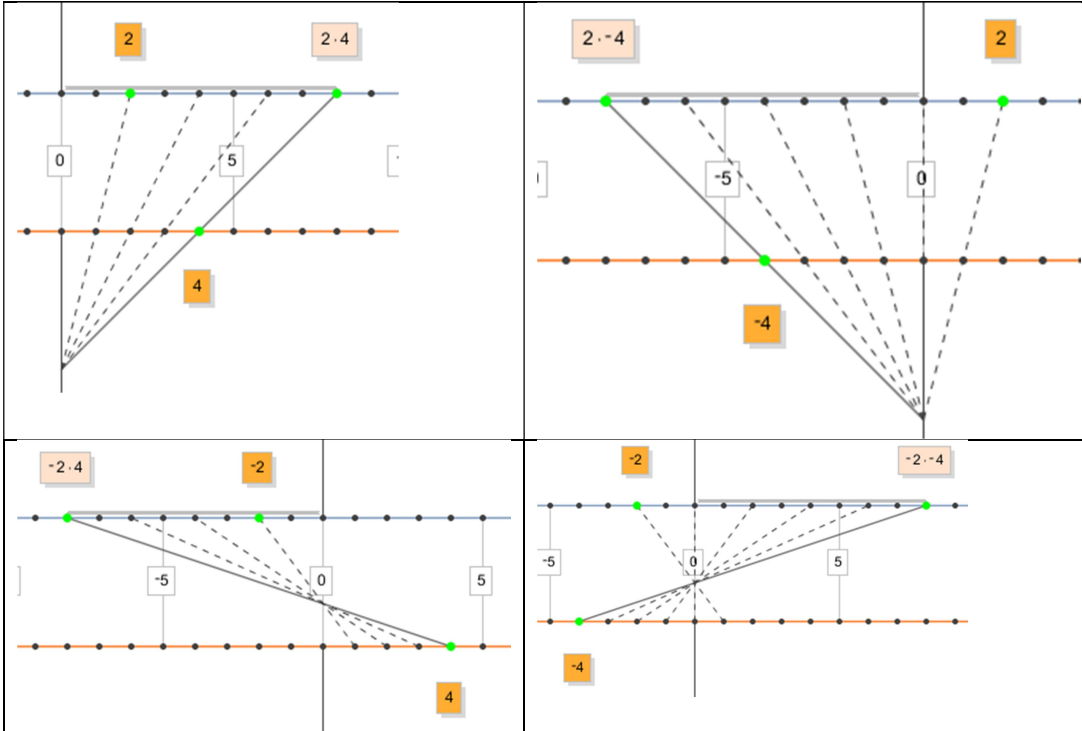
Nella tabella 1 ci sono quattro esempi che si riferiscono ai quattro casi di moltiplicazione in questo insieme numerico.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Table 1



Nella prima immagine, il modello è stato utilizzato per calcolare $2 \cdot 4$. La quantità 2 viene moltiplicata per 4, cioè riportata in base al valore 4 (4 volte) sulla retta. Il risultato è chiaramente positivo.

Nella seconda immagine, il modello è stato utilizzato per calcolare $2 \cdot -4$. La quantità 2 viene moltiplicata per -4, ovvero viene riportata in base al valore -4 sulla retta. Il risultato è chiaramente negativo.

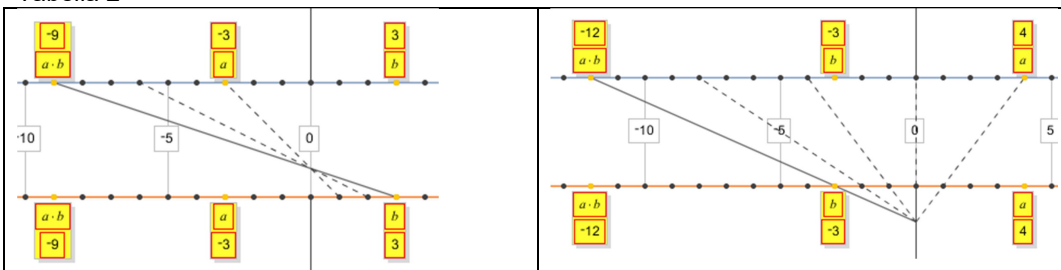
Nella terza immagine, il modello è stato utilizzato per calcolare $-2 \cdot 4$. La quantità algebrica -2 viene moltiplicata per 4, cioè viene riportata in base al valore 4 sulla retta. Il risultato è chiaramente negativo.

Nella quarta immagine abbiamo utilizzato il modello per calcolare $-2 \cdot -4$. La quantità algebrica -2 viene moltiplicata per -4, cioè viene riportata in base al valore -4 sulla retta. Il risultato è chiaramente positivo.

Un pensiero sul funzionamento delle regole di moltiplicazione può essere realizzato anche in altro modo, inserendo sulla retta algebrica i punti variabili a e b e il loro prodotto $a \cdot b$, visualizzando la costruzione geometrica di questa operazione e spostando i punti a e b lungo la linea retta.

Nella seguente tabella2 puoi visualizzarlo.

Tabella 2





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Se il modello viene utilizzato per istanziare l'operazione di divisione, è facile rendersi conto che questa operazione non è chiusa nell'insieme degli interi relativi. Il risultato dell'operazione, infatti, è rappresentato in retta solo se il dividendo è un multiplo del divisore.

Per quanto riguarda il segno del risultato della divisione, l'utilizzo del modello ci permette di capire che segue le stesse regole della moltiplicazione.

Puoi trovare attività più dettagliate qui:

<http://www.alnuset.com/en/home>

Discussione attraverso le linee guida UDL sulle attività sopra menzionate

In **rosso** i nostri commenti per illustrare la connessione tra i principi di UDL e le nostre attività.

Tabella 3: Analisi delle attività attraverso la Tabella dei principi UDL.

<i>Impegno</i>	<i>Rappresentazione</i>	<i>Azione ed espressione</i>
----------------	-------------------------	------------------------------



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

<p>Interesse di reclutamento</p> <p><i>Ottimizza la scelta individuale e l'autonomia</i></p> <p><i>Riduci al minimo le minacce e le distrazioni</i></p>	<p>Percezione</p> <p>Offrire modi per personalizzare la visualizzazione delle informazioni</p> <p>Offrire alternative per le informazioni uditive</p> <p>Offrire alternative per le informazioni visive</p> <p>Diversi registri attraverso i quali vengono visualizzate le informazioni (visive non verbali, verbali e simboliche)</p>	<p>Azioni fisiche</p> <p>Varia i metodi di risposta e navigazione</p> <p>Ottimizza l'accesso a strumenti e tecnologie assistive</p> <p><i>AINuSet consente agli studenti un'azione fisica sugli oggetti algebrici e fornisce loro feedback appropriati sulla loro azione</i></p>
<p>Sforzo di sostegno</p> <p>Persistenza</p> <p><i>Aumenta l'importanza degli obiettivi e degli obiettivi</i></p> <p><i>Varia le richieste e le risorse per ottimizzare la sfida</i></p> <p>Favorire la collaborazione e la comunità</p> <p><i>Aumenta il feedback orientato alla maestria</i></p> <p><i>I feedback del software supportano l'impegno e la motivazione rispetto all'elaborazione della soluzione del compito</i></p>	<p>Linguaggio e simboli</p> <p>Chiarire il vocabolario e i simboli</p> <p>Chiarire la sintassi e la struttura</p> <p>Offrire un linguaggio e simboli alternativi per decodificare le informazioni e lavorare sulle informazioni</p> <p><i>Ciò è promosso dall'uso di diversi registri di rappresentazione: figurativo non verbale sul disegno, dinamico, colori</i></p> <p>Supportare la decodifica di testo, notazione matematica e simboli</p> <p>Promuovere la comprensione in tutte le lingue</p> <p>Illustrare attraverso più media</p> <p><i>Ciò è promosso dall'uso di software algebrico dinamico come AINuSet.</i></p> <p>Supportare la decodifica di testo, notazioni matematiche e simboli</p> <p><i>Ciò è promosso dalla visualizzazione dei risultati del calcolo tramite disegno dinamico realizzato da AINuSet</i></p>	<p>Comunicazione di espressione</p> <p>Usa più media per la comunicazione</p> <p>Usa più strumenti per la costruzione e la composizione</p> <p>Sviluppa fluidità con livelli graduali di supporto per la pratica e le prestazioni</p> <p>Utilizzare registri diversi per comunicare</p>
<p>Autoregolamentazione</p>	<p>Comprensione</p> <p>Attiva o fornisci conoscenze di base</p>	<p>Funzioni esecutive</p> <p>Guida la definizione degli obiettivi appropriati</p>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Promuovi aspettative e convinzioni che ottimizzano la motivazione

Facilitare le capacità e le strategie di coping personali

Sviluppare l'autovalutazione e la riflessione

Evidenza modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni (punto di controllo 3.2)

Guide information processing and visualization
Massimizza il trasferimento e la generalizzazione

Per supportare la generalizzazione, le attività suggeriscono di visualizzare i disegni su AINuSet. Infatti, la funzione di trascinamento di AINuSet consente agli studenti di identificare gli invarianti nelle regole dei segni e di memorizzarli.

Percezione, linguaggio e simboli, comprensione (la costruzione di conoscenza utilizzabile, conoscenza accessibile per futuri processi decisionali, dipende non solo dalla percezione delle informazioni, ma da "capacità di elaborazione delle informazioni" attive)

La visualizzazione dinamica degli elementi invarianti nelle regole dei segni permette allo studente di gestire le funzioni esecutive: supportando la memoria può concentrarsi sulle ragioni della regola.

Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse

Migliora la capacità di monitorare i progressi

4. Bibliografia e sitografia

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141.
- [2] UDL Principles: <http://udlguidelines.cast.org/>
- [3] AINuSet: www.alnuset.com



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.