

STRUMENTO DI INTERVENTO

Costruire il significato di variabile e di espressione in una variabile

Università di Genova¹

1. Introduzione

Al fine di sviluppare attività didattiche finalizzate al supporto della memoria in aritmetica, si rimanda ad alcuni quadri teorici che verranno descritti nella sessione 2.

Nella sessione 3 viene descritto il disegno delle attività educative. In particolare, se le attività sono rivolte ad uno studente o alla classe, la finalità didattica delle attività, l'Area Cognitiva e dominio matematico di interesse e gli Oggetti Matematici nelle aree di difficoltà individuate attraverso il questionario B2.

2. Quadro teorico di riferimento

I riferimenti teorici che ci hanno aiutato a progettare le seguenti attività sono:

1) Principi di progettazione universale per l'apprendimento (UDL) (Tabella 3), un framework concepito specificamente per progettare attività educative *inclusive* (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabella 3: linee guida UDL

	Fornire molteplici mezzi di CONVOLGIMENTO	Fornire molteplici mezzi di RAPPRESENTAZIONE	Fornire molteplici mezzi di AZIONE ed ESPRESSIONE
	Reti Efficaci – I “PERCHÉ” dell'apprendimento	Reti di Riconoscimento – Il “COSA” dell'apprendimento	Reti Strategiche – Il “COME” dell'apprendimento
Accedere	Fornire opzioni per Catturare l'interesse : <ul style="list-style-type: none"> Ottimizzare la scelta individuale e l'autonomia Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità Minimizzare minacce e distrazioni 	Fornire opzioni per la Percezione : <ul style="list-style-type: none"> Offrire modi di personalizzare la visualizzazione delle informazioni Offrire alternative di sollecitazioni uditive Offrire alternative per le informazioni visive 	Fornire opzioni per Azioni Fisiche : <ul style="list-style-type: none"> Variare i metodi di risposta e di movimento Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie assistive
Costruire	Fornire opzioni per Sostenere Sforzo & Persistenza <ul style="list-style-type: none"> Rafforzare l'importanza degli scopi e degli obiettivi Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida Promuovere collaborazione e condivisione Accrescere i <i>feedback</i> orientati alla padronanza dell'apprendimento 	Fornire opzioni per Linguaggio & Simboli <ul style="list-style-type: none"> Precisare il lessico e i simboli Precisare la sintassi e la struttura Supportare la decodifica di testo, notazioni e simboli matematici Promuovere la comprensione in tutti i linguaggi Illustrare attraverso molteplici mezzi 	Fornire opzioni per Espressione e Comunicazione : <ul style="list-style-type: none"> Usare molteplici mezzi di comunicazione Usare molteplici mezzi di costruzione e composizione Costruire fluidità nella comunicazione mediante livelli di supporto graduali per la pratica e la prestazione

¹ Emanuela De Negri, Elisabetta Robotti, Francesca Morselli, Paola Viterbori, Anna Siri, Laura Capelli



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Interiorizzare	<p>Fornire opzioni per l'auto-regolamentazione:</p> <ul style="list-style-type: none"> Promuovere prospettive e convinzioni che ottimizzano la motivazione Facilitare capacità personali e strategie Sviluppare autovalutazione e riflessione 	<p>Fornire opzioni per la Comprensione:</p> <ul style="list-style-type: none"> Attivare o fornire la conoscenza del contesto Evidenziare percorsi, caratteristiche fondamentali, le grandi idee e le relazioni Guidare la visualizzazione e i processi delle conoscenze Massimizzare trasferimento e generalizzazione delle conoscenze 	<p>Fornire opzioni per la Funzioni Esecutive</p> <p>Guidare verso la definizione di obiettivi appropriati:</p> <ul style="list-style-type: none"> Supportare lo sviluppo di pianificazioni e strategie Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse Potenziare la capacità di monitorare i progressi
	Studenti esperti che sono...		
	Determinati & Motivati	Intraprendenti e Competenti	Strategici e Orientati agli obiettivi

Il Center for Applied Special Technology (CAST) ha sviluppato un quadro completo attorno al concetto di Universal Design for Learning (UDL), con l'obiettivo di concentrare la ricerca, lo sviluppo e la pratica educativa sulla comprensione della diversità e sulla facilitazione dell'apprendimento (Edybum, 2005). UDL include una serie di principi, articolati in Linee guida e punti di controllo². La ricerca alla base della struttura di UDL è che "gli studenti sono molto variabili nella loro risposta all'istruzione. [...]"

Pertanto, UDL si concentra su queste differenze individuali come elemento importante per la comprensione e la progettazione di istruzioni efficaci per l'apprendimento.

A tal fine, UDL avanza tre principi fondamentali: 1) fornire più mezzi di rappresentazione, 2) fornire più mezzi di azione ed espressione, 3) fornire più mezzi di coinvolgimento. In particolare, le linee guida all'interno del primo principio hanno a che fare con i mezzi di percezione coinvolti nel ricevere determinate informazioni e di "comprensione" delle informazioni ricevute. Invece, le linee guida all'interno del secondo principio tengono conto dell'elaborazione di informazioni / idee e della loro espressione. Infine, le linee guida all'interno del terzo principio trattano il dominio dell'"affetto" e della "motivazione", anch'essi essenziali in ogni attività educativa.

Per le nostre analisi ci concentreremo in particolare su linee guida specifiche all'interno dei tre Principi³.

Per caratterizzare le difficoltà degli studenti in geometria, si fa riferimento ai seguenti elementi del frame di Karagiannakis e colleghi (Tabella 1), che trattava la Memoria nel recupero di fatti geometrici e l'elaborazione geometrica: recupero di fatti geometrici, ricordo di teoremi, ricordo di ipotesi e tesi su cui si stanno concentrando.

Tabella 1: Struttura di Karagiannakis e colleghi: domini del modello a quattro punte e serie di abilità matematiche associate a ciascun dominio

Dominio	Competenze matematiche associate al dominio
numerico di base	senso del numero, stima -continua e discreta-, posizionamento sulla linea dei numeri, gestione degli aspetti lessicali, sintattici, semantici del numero; comprensione del significato dei simboli delle operazioni
memoria	immagazzinamento e recupero di termini nuovi e definizioni, recupero fatti numerici, conoscenza del lessico, decodifica di proprietà o procedure in forma verbale, svolgimento accurato di calcoli a mente, richiamo di uso di formule e procedure
ragionamento logico-matematico	comprensione idee, concetti, principi logici, relazioni; comprensione passi di una



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

	sequenza di procedure/algoritmi complessi; gestione di processi di problem solving
visuo-spaziale	esecuzione di calcoli scritti, gestione di aspetti visuo-spaziali dei numeri, interpretazione e uso di rappresentazioni geometriche, visualizzazione, uso della linea dei numeri, interpretazione e costruzione grafici, controllo di informazioni rilevanti in ambito visuo-spaziale

Le attività di FaSMEd sono organizzate in sequenze, che comprendono il lavoro di gruppo su fogli di lavoro e discussioni in classe in cui i lavori di gruppo selezionati vengono discussi da tutta la classe, sotto l'orchestrazione dell'insegnante. Tenendo conto delle strategie di valutazione formativa e delle funzionalità tecnologiche, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) hanno progettato tre tipi di fogli di lavoro per l'attività in classe:

"(1) fogli di lavoro del problema: fogli di lavoro che introducono un problema e pongono una o più domande che coinvolgono l'interpretazione o la costruzione della rappresentazione (verbale, simbolica, grafica e tabulare) della relazione matematica tra due variabili (ad esempio l'interpretazione di una distanza temporale grafico);

(2) fogli di lavoro di aiuto, volti a supportare gli studenti che affrontano difficoltà con i fogli di lavoro problematici fornendo suggerimenti specifici (ad esempio domande guida);

(3) fogli di lavoro del sondaggio: fogli di lavoro che richiedono un sondaggio tra le opzioni proposte".

Gli autori hanno identificato strategie di feedback (Tabella 5) che l'insegnante può adottare per fornire feedback agli studenti (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Queste strategie sono impiegate nella discussione in classe organizzata dall'insegnante dopo il lavoro di gruppo sui fogli di lavoro.

Tabella 5:

Ridare voce	Quando l'insegnante fa da specchio ad un intervento di un alunno in modo da richiamare l'attenzione su di esso. Spesso, durante l'attività di <i>ridare voce</i> , l'insegnante sottolinea con l'intonazione della voce alcune parole della frase che sta ripetendo.
Riformulare	La riformulazione si ha quando il docente riformula l'intervento di uno studente, con il doppio scopo di richiamare l'attenzione della classe e rendere l'intervento più intellegibile a tutti. La riformulazione avviene quando l'insegnante avverte che l'intervento può essere utile ma necessita di essere comunicato in un modo migliore per diventare una risorsa per gli altri. [...] Le strategie del ridare voce e riformulare trasformano uno studente (l'autore dell'intervento) in una risorsa per la classe.
Riformulare con una struttura	Quando il docente, oltre a riformulare, aggiunge alcuni elementi per guidare il lavoro degli studenti.
Rilanciare	Quando il docente reagisce all'intervento dello studente, che considera interessante per la classe, non dando un <i>feedback</i> diretto, ma ponendo una domanda connessa. In questo modo, attraverso " <i>il rilancio</i> " l'insegnante fornisce un <i>feedback</i> implicito [...] all'intervento dello studente, suggerendo che l'argomento è interessante e prezioso da approfondire o, al contrario, che ha qualche punto problematico e dovrebbe essere rivisto.
Contrastare	Il contrastare prende piede quando il docente richiama l'attenzione su due o più interventi, che rappresentano due differenti posizioni, così da promuovere un confronto. Dal contrasto, [...] gli autori delle due posizioni possono essere una risorsa per la classe così come essere responsabili del proprio apprendimento.

Traiamo dall'esperienza FaSMEd l'idea di creare attività di classe in un'ottica di valutazione formativa, che possa favorire l'inclusione.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

3. Progettazione

3.1 Difficoltà individuate attraverso il questionario B2

Rileviamo difficoltà nel seguente elemento di B2:

Se $a - 3$ qual è il valore di $2a + 1$?

Se $x = -4$, qual è il valore di $24 / x$?

Queste difficoltà sono legate alla costruzione del significato di variabile e di espressione dipendente da tale variabile.

3.2 Area cognitiva e dominio matematico di interesse

L'area di difficoltà individuata attraverso il questionario B2 è relativa al dominio dell'Algebra. In particolare, le difficoltà sono legate alla costruzione del significato di variabile e di espressione dipendente da tale variabile. Pertanto, il ragionamento è l'area cognitiva coinvolta (Tabella 1).

Tabella 1: Le difficoltà rilevate sono legate al dominio cognitivo del Ragionamento e al dominio dell'Algebra

	Arithmetic	Geometry	Algebra
Memory			
Reasoning			Se $a = 3$ qual è il valore di $2a + 1$? Se $x = -4$, qual è il valore di $24 / x$?
Visuo-spatial			

3.3 Obiettivi educativi

Lo strumento di intervento è finalizzato a Costruire il Significato di variabile e di espressione in una variabile.

3.4 Beneficiari dell'intervento didattico (studente singolo / intera classe)

Lo strumento Intervento si articola in un insieme di attività che devono essere svolte con tutta la classe, in un'ottica di inclusione.

3.5 Attività educative: lo strumento di intervento

Le sequenze di insegnamento sono concepite per affrontare specifiche difficoltà di apprendimento, in una prospettiva inclusiva. Le attività non sono da intendersi come semplici esercizi. Invece svolgono il ruolo di allenamento cognitivo. Nella formazione cognitiva lo studente è portato a svolgere una serie di esercizi che si concentrano sullo stesso contenuto matematico. Per avere una sequenza ripetuta, vengono utilizzate le TIC.

Rappresentazione dinamica di variabile ed espressione dipendente da tale variabile.

La prima idea nella progettazione delle attività si basa sull'uso del software AINuSet, (vedere <http://www.alnuset.com/en/alnuset>). AINuSet è stato progettato per gli studenti delle scuole secondarie (dai 12-13 anni ai 16-17 anni) ed è composto da tre ambienti separati strettamente integrati: la linea algebrica, il manipolatore algebrico e il piano cartesiano. Descriveremo le caratteristiche della Linea Algebrica, attraverso la seguente attività², che supporta la concettualizzazione di nozioni algebriche di variabile ed espressione dipendente da una variabile negli studenti MLD (Robotti, E. 2016; Robotti E., Baccaglioni-Frank A., 2017).

Sulla Retta Algebrica è possibile posizionare variabili ed espressioni che dipendono da esse. Per fare ciò, l'utente deve digitare una lettera, ad esempio "x", e un punto mobile apparirà

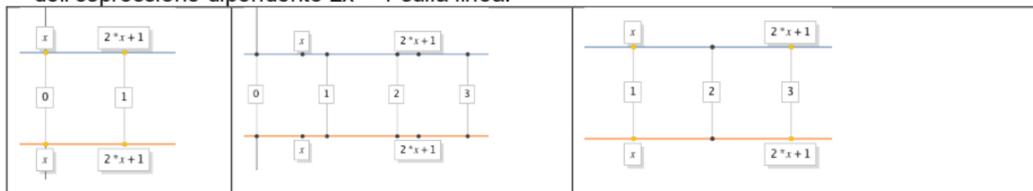


Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

sulla riga. Il punto può variare all'interno dell'insieme di numeri scelto (naturale, intero, razionale o reale²) e la variazione può essere controllata direttamente dall'utente tramite trascinamento. Questa caratteristica è stata progettata in modo che gli aspetti importanti della nozione di variabile potessero diventare incorporati. Inoltre, è possibile costruire sulla riga espressioni che dipendono da una variabile scelta, ad esempio $2x + 1$. Non è possibile agire direttamente su questa espressione dipendente, ma si sposterà di conseguenza quando si trascina x . L'espressione dipendente assumerà le posizioni sulla linea che corrispondono ai valori che assume quando la variabile dipendente assume il valore su cui è trascinata (Figura 1).

Figura 1. Il movimento della variabile x sulla linea algebrica produce il movimento dell'espressione dipendente $2x + 1$ sulla linea.



Notiamo che le funzionalità descritte propongono rappresentazioni differenti (Principio 1 UDL) e sono progettate per favorire per l'utente una mediazione dei concetti algebrici di espressione variabile e dipendente, attraverso un modello dinamico su cui agire (Principio UDL 2). La mediazione può avvenire grazie a canali visivi e cinestetici, senza necessità di mezzi verbali visivi (linguaggio scritto). La costruzione del concept così realizzato può consentire agli studenti, e soprattutto agli studenti con MLD, di trovare riferimenti mnemonici adeguati al loro stile cognitivo. Ciò consente loro di iniziare a utilizzare rappresentazioni dei concetti algebrici fondamentali in gioco e possibilmente di posizionarli e recuperarli dalla memoria a lungo termine in modo più efficace.

Con il supporto di AINuSet, l'insegnante può promuovere una discussione tra gli studenti della classe al fine di concettualizzare l'idea di variabile.

Può infatti chiedere agli studenti di muovere x lungo la linea e di rispondere alle seguenti domande: "Cosa puoi osservare?", "Come interpreti cosa succede?"

Inoltre, l'insegnante può promuovere anche una discussione tra gli studenti al fine di concettualizzare l'idea di espressione a seconda della variabile x .

Pertanto, l'insegnante chiede agli studenti di digitare $2x + 1$ nello spazio dell'editor della Linea Algebrica e avvia una discussione con la seguente domanda: "Cosa succede sulla Linea Algebrica?"

"Come interpreta ciò che accade all'espressione algebrica $2x + 1$?"

Potrebbe essere interessante, in una prima volta, promuovere la definizione di un'ipotesi senza il supporto dinamico di AINuSet.

Pertanto, l'insegnante potrebbe chiedere agli studenti: "Se $x = 3$, quale secondo voi sarà il valore dell'espressione $2x + 1$? Fai la tua ipotesi, confrontala con i tuoi compagni di scuola e poi verificala sulla Linea Algebrica di AINuSet".

Una discussione (guidata dall'insegnante) su ciò che gli studenti osservano sulla Retta Algebrica e su come possono interpretarla in modo algebrico, consente agli studenti di costruire il significato di variabile e di espressione a seconda di tale variabile.

In termini di valutazione formativa, viene attivata la strategia 2 (discussioni in aula di ingegneria). Durante la discussione vengono attivate le strategie 5 e 4, poiché gli studenti possono intervenire per esprimere i propri dubbi (diventando così proprietari del proprio apprendimento) o per dare spiegazioni ai compagni (diventando così risorse per i compagni). L'insegnante e i pari possono fornire un feedback a uno studente, attivando così la strategia 3.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Rappresentazione della relazione tra variabile ed espressione dipendente da tale variabile su un piano cartesiano e su una tabella

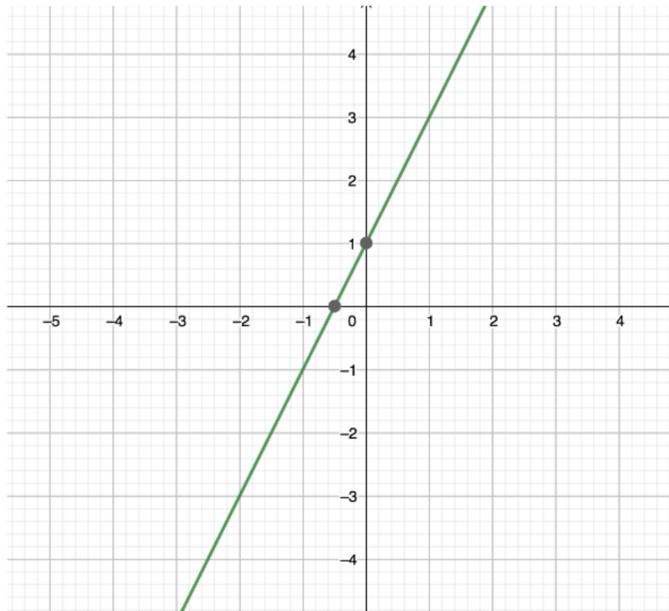
Consideriamo una tabella che definisce la relazione tra la variabile "x" e l'espressione $2x + 1$.

x	$2x+1$
1	
2	
3	
0	
-1	
-4	

L'insegnante chiede agli studenti di calcolare il valore dell'espressione $2x + 1$ partendo dai valori della variabile indipendente "x"

x	$2x+1$
1	$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$
2	$2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$
3	$2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$
0	$2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
-1	$2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$
-4	$2 \cdot (-4) + 1 = -8 + 1 = -7$

L'insegnante chiede agli studenti di disegnare la relazione sul piano cartesiano:



Il docente guida la discussione sulla relazione tra x e l'espressione $2x + 1$ sia attraverso la rappresentazione geometrica (sul piano cartesiano) che la relazione algebrica (sul tavolo) in modo che gli studenti possano passare da un codice all'altro (processo di transcodifica).



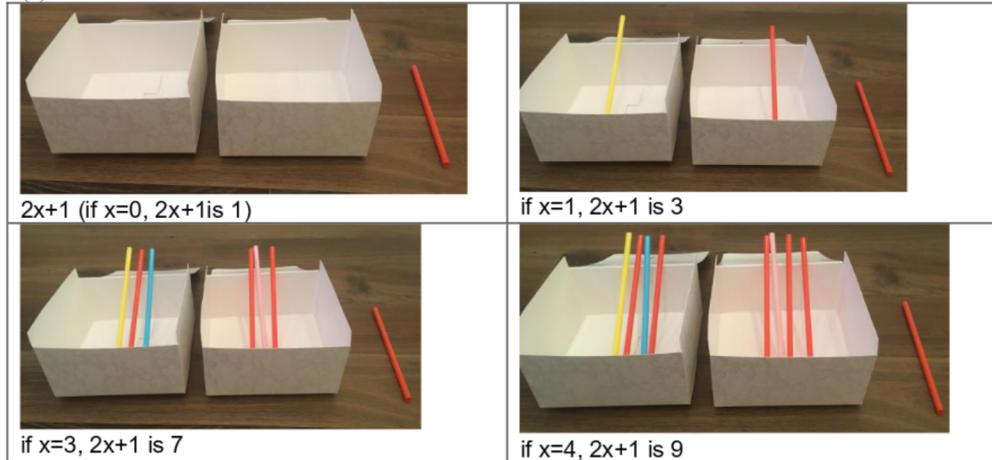
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Rappresentazione concreta di una variabile e di un'espressione dipendente da tale variabile

L'insegnante presenta due caselle identiche (ciascuna rappresenta x) e 1 cannuccia (la costante), (Figura 2). Variando il numero di cannucce nelle scatole (uguale per entrambe, ciò significa variare il valore della variabile), varia il totale delle cannucce (variando il valore dell'espressione a seconda di tale variabile).

Figura 2: Variando il valore dell'espressione $2x + 1$ variando il numero di cannucce nelle caselle (x)



Il significato di "variabile" e di "espressione che dipende da tale variabile" in algebra è costruito in modo percettivo dalla manipolazione di oggetti concreti.

Discussione attraverso le linee guida UDL sulle attività sopra menzionate

Osserviamo che lo stesso scopo educativo di costruire il significato di "variabile" e di "espressione dipendente da tale variabile" in algebra viene affrontato in modi diversi agendo sui tre principi di UDL (Tabella 7, in rosso i nostri commenti per illustrare il collegamento tra i principi e le nostre attività).

Tabella 7: Analisi delle attività attraverso la Tabella dei principi UDL.

<i>Impegno</i>	<i>Rappresentazione</i>	<i>Azione ed espressione</i>
----------------	-------------------------	------------------------------



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

<p>Interesse di reclutamento</p> <p>Ottimizza la scelta individuale e l'autonomia</p> <p>Ottimizza la pertinenza, il valore e l'autenticità</p> <p>Riduci al minimo le minacce e le distrazioni</p>	<p>Percezione</p> <p>Offrire modi per personalizzare la visualizzazione delle informazioni</p> <p>Offrire alternative per le informazioni uditive</p> <p>Offrire alternative per le informazioni visive</p> <p><i>Diversi registri attraverso i quali vengono visualizzate le informazioni (visivo-dinamico; visivo; simbolico)</i></p>	<p>Azioni fisiche</p> <p>Varia i metodi di risposta e navigazione</p> <p>Ottimizza l'accesso a strumenti e tecnologie assistive</p>
<p>Sforzo di sostegno Persistenza</p> <p>Aumenta la rilevanza degli obiettivi e degli obiettivi</p> <p>Varia le richieste e le risorse per ottimizzare la sfida</p> <p>Favorire la collaborazione e la comunità</p> <p>Aumenta il feedback orientato alla maestria</p> <p>Varia le richieste e le risorse per ottimizzare la sfida</p> <p>Favorire la collaborazione e la comunità</p> <p>I feedback orientati supportano l'impegno e la motivazione rispetto all'elaborazione della soluzione del compito</p>	<p>Linguaggio e simboli</p> <p>Chiarire il vocabolario e i simboli</p> <p>Chiarire la sintassi e la struttura</p> <p>Offrire un linguaggio e simboli alternativi per decodificare le informazioni e lavorare sulle informazioni</p> <p><i>Ciò è promosso dall'azione dinamica e dalla manipolazione degli oggetti</i></p> <p>Supportare la decodifica di testo, notazione matematica e simboli</p> <p>Promuovere la comprensione in tutte le lingue</p> <p>Illustrare attraverso più media</p> <p><i>Ciò è promosso dalle attività di transcodifica tra diversi registri di rappresentanza</i></p> <p>Supportare la decodifica di testo, notazioni matematiche e simboli</p> <p><i>Ciò è promosso dalla visualizzazione di diversi registri contemporaneamente (ad esempio, sulla linea algebrica, una variabile è un punto mobile sulla linea ed è etichettata con una x)</i></p>	<p>Comunicazione di espressione</p> <p>Usa più media per la comunicazione</p> <p>Usa più strumenti per la costruzione e la composizione</p> <p>Sviluppa fluidità con livelli graduali di supporto per la pratica e le prestazioni</p> <p>Utilizzare registri diversi per comunicare</p> <p><i>Ciò è promosso dall'uso di termini alternativi a quelli formali per parlare di oggetti matematici. Tali termini alternativi richiamano il significato che è stato costruito dagli studenti. Ad esempio, gli studenti che hanno lavorato con AlNuSet sono desiderosi di parlare di "punto mobile" quando si riferiscono alla variabile. Inoltre, nelle attività sono previste manipolazioni matematiche virtuali o concrete. Ad esempio, trascinare un punto in movimento può aiutare a visualizzare che la variabile può avere valori diversi sulla linea numerica.</i></p>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

		<i>Alcune attività legate a questo principio sono: - chiedendo di leggere una tabella usando AINuSet (per transcodificare dalla tabella ad AINuSet) chiedere di leggere AINuSet con una tabella (per transcodificare AINuSet in una tabella)</i>
Autoregolamentazione Promuovi aspettative e convinzioni che ottimizzano la motivazione Facilitare le capacità e le strategie di coping personali Sviluppa l'autovalutazione e la riflessione <i>Le strategie di valutazione formativa, come discusso nella sezione 2, possono aiutare l'autovalutazione e la riflessione. Più specificamente, l'insegnante può fornire diversi tipi di feedback</i>	Comprensione Attiva o fornisci conoscenze di base Evidenzia modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni (punto di controllo 3.2) Massimizza il trasferimento e la generalizzazione Percezione, linguaggio e simboli, comprensione (la costruzione di conoscenza utilizzabile, conoscenza accessibile per futuri processi decisionali, dipende non solo dalla percezione delle informazioni, ma da "capacità di elaborazione delle informazioni" attive)	Funzioni esecutive Guida la definizione degli obiettivi appropriati <i>L'uso di artefatti può anche essere un supporto per la memoria. Gli artefatti guidano il processo di indagine degli studenti, fornendo feedback al loro processo.</i> Supportare la pianificazione e lo sviluppo della strategia attraverso la capacità di connettere le configurazioni con i principi geometrici, Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse Migliorare la capacità di monitorare i progressi

Ciò consente agli studenti di costruire un significato per le nozioni algebriche in gioco.

4. Bibliografia e sitografia

- 1) Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 21(1), 5-31.
- 2) Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. ZDM Mathematics Education.
- 3) Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. Proceedings of CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949286, pp. 3460-3467.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- 4) Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.
- 5) Robotti E., Baccaglioni-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In *Innovation & Technology. Series Mathematics Education in the Digital Era*, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.
- 6) Robotti E., (2016). Designing innovative learning activities to face up to difficulties in algebra of dyscalculia students: how exploit the functionality of AlNuSet. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks - Potential and pitfalls*. A. Baccaglioni-Frank, A. Leung (eds), Springer Publisher.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.