

## STRUMENTO DI INTERVENTO

# Comprendere la relazione fra frazioni e percentuali

### 1. Introduzione

Per sviluppare un insieme di attività tali da facilitare la comprensione della relazione fra numeri frazionari e percentuali, migliorando le capacità di ragionamento, ci siamo riferiti alle linee guida Universal Design for Learning (UDL), qui riportate nel paragrafo 2.

Nel paragrafo 3 l'insieme delle attività è descritto nei dettagli. In particolare, le attività indirizzate alla classe, gli scopi didattici, l'area cognitiva ed il dominio matematico ad essa efferente, in relazione agli elementi matematici dove, attraverso il questionario B2, sono state identificate le difficoltà.

### 2. Modello teorico di riferimento

I riferimenti teorici che ci hanno aiutato a progettare le seguenti attività sono:

- 1) i Principi di Progettazione Universale per l'Apprendimento, Universal Design for Learning (UDL)
- 2) il Progetto Europeo FaSMed

I **Principi UDL** (Tabella 3), un modello concepito specificamente per progettare attività educative *inclusive* (<http://udlguidelines.cast.org/>) sono organizzati nella seguente tabella:

Tabella 3: principi e linee guida UDL

	Fornire molteplici mezzi di COINVOLGIMENTO	Fornire molteplici mezzi di RAPPRESENTAZIONE	Fornire molteplici mezzi di AZIONE ed ESPRESSIONE
	Reti Efficaci – I "PERCHÉ" dell'apprendimento	Reti di Riconoscimento – Il "COSA" dell'apprendimento	Reti Strategiche – Il "COME" dell'apprendimento
Accedere	Fornire opzioni per <b>Catturare l'interesse</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ottimizzare la scelta individuale e l'autonomia</li> <li>• Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità</li> <li>• Minimizzare minacce e distrazioni</li> </ul>	Fornire opzioni per la <b>Percezione</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Offrire modi di personalizzare la visualizzazione delle informazioni</li> <li>• Offrire alternative di sollecitazioni uditive</li> <li>• Offrire alternative per le informazioni visive</li> </ul>	Fornire opzioni per <b>Azioni Fisiche</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variare i metodi di risposta e di movimento</li> <li>• Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie assistive</li> </ul>
Costruire	Fornire opzioni per <b>Sostenere Sforzo &amp; Persistenza</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rafforzare l'importanza degli scopi e degli obiettivi</li> <li>• Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida</li> <li>• Promuovere collaborazione e condivisione</li> <li>• Accrescere i <i>feedback</i> orientati alla padronanza dell'apprendimento</li> </ul>	Fornire opzioni per <b>Linguaggio &amp; Simboli</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Precisare il lessico e i simboli</li> <li>• Precisare la sintassi e la struttura</li> <li>• Supportare la decodifica di testo, notazioni e simboli matematici</li> <li>• Promuovere la comprensione in tutti i linguaggi</li> <li>• Illustrare attraverso molteplici mezzi</li> </ul>	Fornire opzioni per <b>Espressione e Comunicazione</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usare molteplici mezzi di comunicazione</li> <li>• Usare molteplici mezzi di costruzione e composizione</li> <li>• Costruire fluidità nella comunicazione mediante livelli di supporto graduali per la pratica e la prestazione</li> </ul>



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Interiorizzare	Fornire opzioni per l' <b>auto-regolamentazione</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>Promuovere prospettive e convinzioni che ottimizzano la motivazione</li> <li>Facilitare capacità personali e strategie</li> <li>Sviluppare autovalutazione e riflessione</li> </ul>	Fornire opzioni per la <b>Comprensione</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>Attivare o fornire la conoscenza del contesto</li> <li>Evidenziare percorsi, caratteristiche fondamentali, le grandi idee e le relazioni</li> <li>Guidare la visualizzazione e i processi delle conoscenze</li> <li>Massimizzare trasferimento e generalizzazione delle conoscenze</li> </ul>	Fornire opzioni per la <b>Funzioni Esecutive</b> Guidare verso la definizione di obiettivi appropriati: <ul style="list-style-type: none"> <li>Supportare lo sviluppo di pianificazioni e strategie</li> <li>Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse</li> <li>Potenziare la capacità di monitorare i progressi</li> </ul>
	Studenti esperti che sono...		
	Determinati & Motivati	Intraprendenti e Competenti	Strategici e Orientati agli obiettivi

Il Centro per le Speciali Tecnologie Applicate (CAST) ha sviluppato un quadro completo attorno al concetto di Universal Design for Learning (UDL), con l'obiettivo di concentrare la ricerca, lo sviluppo e la pratica educativa sulla comprensione della diversità e sulla facilitazione dell'apprendimento. L'UDL include una serie di Principi, articolati in *Linee guida e punti di controllo*. La ricerca alla base della struttura di UDL è che "gli studenti sono molto variabili nella loro risposta all'istruzione. [...]"

Pertanto, l'UDL si concentra su queste differenze individuali come elemento importante per comprendere e progettare istruzioni efficaci per l'apprendimento.

A questo scopo, l'UDL propone tre Principi fondamentali: 1) fornire molteplici mezzi di rappresentazione, 2) fornire molteplici mezzi di azione ed espressione, 3) fornire molteplici mezzi di coinvolgimento. In particolare, le linee guida all'interno del primo principio si riferiscono ai mezzi di percezione coinvolti nel ricevere determinate informazioni e di "comprensione" delle informazioni ricevute. Le linee guida all'interno del secondo principio tengono conto dell'elaborazione di informazioni/idee e della loro espressione. Infine, le linee guida all'interno del terzo principio trattano il dominio dell'"affetto" e della "motivazione", anch'essi essenziali in ogni attività educativa. Per le nostre analisi, ci concentreremo in particolare su linee guida specifiche all'interno dei tre principi<sup>1</sup>.

Le linee guida del Principio 1, *fornire alternative di interesse*, mostrano come determinate attività possono reclutare l'interesse degli studenti, ottimizzando la scelta e l'autonomia individuali e riducendo al minimo le minacce e le distrazioni.

Le linee guida all'interno del Principio 2, *fornire molteplici mezzi di rappresentazione*, suggeriscono di proporre diverse alternative di percezione e di offrire supporto per la decodifica di notazioni e simboli matematici. Inoltre, le linee guida suggeriscono l'importanza di fornire alternative per la comprensione evidenziando modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni tra nozioni matematiche. Inoltre, le linee guida del Principio 3, *fornire molteplici mezzi di azione ed espressione*, suggeriscono di offrire diverse alternative di espressione e comunicazione a supporto della pianificazione e dello sviluppo della strategia. Nella sezione 4 presenteremo esempi di attività, discutendo il tipo di apprendimento matematico a cui si rivolgono e l'area cognitiva che supportano. Mostreremo come questi esempi sono stati progettati all'interno della cornice dei principi UDL al fine di renderli inclusivi ed efficaci per superare le difficoltà matematiche individuate attraverso il questionario B2.

Il Progetto Europeo **FaSMed** è focalizzato nella valutazione formativa in matematica e scienze (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>). La valutazione formativa (Formative Assessment, FA) è concepita come metodo di insegnamento dove i risultati ottenuti dagli studenti, vengono stimolati, interpretati e usati dagli insegnanti e dai

<sup>1</sup> Le sezioni sono prese dalla lista interattiva su <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

compagni di classe, per decidere quali passi sarebbero stati migliori o con basi più appropriate che le decisioni che avrebbero preso in assenza di queste analisi (Black & Wiliam, 2009, p. 7). Il progetto FaSMEd, come riferiscono nel loro studio Wiliam and Thompson (2007), identifica cinque strategie chiave per la valutazione formativa (FA) in ambito scolastico (tav.4 - Strategie di valutazione formativa): (a) *chiarire e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per raggiungerli con successo*; (b) *“creare” efficaci scambi ed esercitazioni da cui ottenere l’evidenza della comprensione degli studenti*; (c) *fornire i feedback che permettono agli studenti di migliorarsi*; (d) *sollecitare gli studenti a diventare risorse gli uni degli altri*; (e) *attivare gli studenti a diventare “proprietari” del loro stesso apprendimento*. Il docente, il compagno di classe o anche lo studente stesso sono gli agenti che attivano queste strategie di valutazione formativa.

Tavola 4: Strategie di valutazione formativa

	Dove lo studente sta andando	Dove lo studente è ora	Come lo studente può fare per arrivare alla meta
<b>L’insegnante</b>	1. Chiarifica le motivazioni dell’apprendimento e i criteri per il successo del processo	2. Attiva efficaci processi di discussione e apprendimento che permettono di evidenziare l’effettiva comprensione degli argomenti da parte degli studenti	3. Fornisce frequenti feedback che permettono allo studente di procedere nella comprensione
<b>I compagni di classe</b>	Capisce e condivide le motivazioni dell’apprendimento e i criteri per il successo del processo	4. Attiva gli studenti come risorse gli uni per gli altri	4. Attiva gli studenti come risorse gli uni per gli altri
<b>Lo studente</b>	Capisce le motivazioni dell’apprendimento e i criteri per il successo del processo	5. Attiva gli studenti a diventare proprietari del loro stesso apprendimento	5. Attiva gli studenti a diventare proprietari del loro stesso apprendimento

Le attività del progetto FaSMEd sono organizzate in sequenze, che comprendono lavori di gruppo e discussioni in classe dove un gruppo di studenti presenta il proprio lavoro all’intera classe, sotto la supervisione dell’insegnante. Tenendo conto delle strategie di valutazione formativa e delle funzionalità tecnologiche, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) hanno progettato tre tipi di fogli di lavoro per l’attività in classe:

- (1) *problem worksheets o testo del problema*, sono i fogli di lavoro dove il problema è introdotto e dove sono riportate una o più domande, che eventualmente coinvolgono interpretazioni o rappresentazioni diverse (verbali, simboliche, grafiche, tabulari), per esempio domande sull’interpretazione di un grafico spazio-tempo;
- (2) *helping worksheets o fogli di “aiuto”*, rappresentano un supporto agli studenti che incontrano difficoltà nei problem worksheets e che contengono specifici suggerimenti, ad esempio domande guida;
- (3) *poll worksheets o fogli di sondaggio*, sono fogli con domande a risposta multipla chiusa.

Gli stessi autori (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466) hanno identificato le strategie che gli insegnanti possono adottare per dare i feedback agli studenti (Tabella 5 - Strategie di feedback). Queste strategie possono essere attivate dall’insegnante dopo i lavori di gruppo sui fogli di lavoro (1), (2), (3):

Table 5 - Strategie di feedback:



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Ripetere oralmente	Avviene quando l'insegnante fa da specchio all'intervento dello studente in modo da catturare l'attenzione della classe su di esso. Spesso, durante questo processo, l'insegnante sottolinea con l'intonazione della voce alcune parole o sentenze cruciali dell'intervento. Ripetere a voce avviene quando l'insegnante riformula l'intervento di uno studente, con il doppio scopo di catturare l'interesse della classe e spiegare quanto esposto dallo studente alla classe in modo più comprensibile.
Riformulare la frase	Avviene quando l'insegnante riformula l'intervento di uno studente, con il doppio scopo di catturare l'interesse della classe e spiegare quanto esposto dallo studente alla classe in modo più comprensibile. Riformulare la frase avviene quando l'insegnante sente che l'intervento dello studente può essere una utile risorsa anche per gli altri, ma deve essere comunicato in modo migliore [...] Ripetere a voce e riformulare la frase [...] trasforma lo studente (autore dell'intervento) in una risorsa per la classe.
Riformulare la frase proponendone una nuova struttura	Avviene quando l'insegnante, oltre a ripetere la frase, aggiunge nuovi elementi per guidare il lavoro degli studenti.
Rilanciare	Avviene quando l'insegnante reagisce all'intervento dello studente, considerandolo interessante per la classe, senza dare un feedback diretto, ma ponendo delle domande connesse all'intervento stesso. In questo caso, rilanciando la discussione, l'insegnante fornisce alla classe un feedback implicito [...] sull'intervento dello studente, suggerendo che è interessante e ha valore approfondirlo o, al contrario, presenta dei punti problematici su cui è necessario rilavorare.
Contrastare	Avviene quando l'insegnante guida l'attenzione della classe su due o più interventi degli studenti che rappresentano differenti posizioni, promuovendone così il confronto. Attraverso questo processo gli autori delle diverse posizioni possono diventare risorse per la classe e allo stesso tempo incrementano in loro stessi l'atteggiamento di responsabilità sul loro personale processo di apprendimento.

Prendiamo dall'esperienza FaSMEd l'idea di creare attività in classe nella prospettiva della valutazione formativa, che porterà anche la promozione di percorsi di inclusione.

### 3. Progettazione

#### 3.1 Difficoltà identificate attraverso il questionario B2



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

L'attività proposta è in relazione ad una specifica difficoltà emersa nella correzione delle risposte al questionario B2. In particolare, ci si riferisce alla difficoltà che gli studenti hanno incontrato nel risolvere il seguente esercizio (Q3Ar3) del questionario B2:

*4/5 degli animali di una fattoria sono mucche. Scrivi il numero di mucche come percentuale del totale degli animali della fattoria.*

Questa difficoltà, relativa alla comprensione della relazione fra numeri frazionari e percentuali, conferma disabilità nei processi di ragionamento.

### 3.2 Area cognitiva e dominio matematico interessati

L'area di difficoltà individuata attraverso il questionario B2 è in relazione al dominio aritmetico. In particolare, la difficoltà afferisce alla capacità di capire la relazione fra numeri frazionari e percentuali. Per tale motivo, l'area cognitiva coinvolta è quella del Ragionamento (tabella 1):

	Aritmetica	Geometria	Algebra
Memoria			
Ragionamento	Q3Ar3: <i>4/5 degli animali di una fattoria sono mucche. Scrivi il numero di mucche come percentuale del totale degli animali della fattoria.</i>		
Visuospatialità			

Tabella 1: le difficoltà individuate sono connesse con l'area cognitiva del ragionamento, nel dominio dell'aritmetica:

### 3.3 Obiettivi didattici

Lo strumento di intervento proposto ha come obiettivo quello di permettere agli studenti di comprendere la relazione fra numeri frazionari e percentuali.

### 3.4 Beneficiari dell'intervento didattico (studente singolo/intera classe)

Lo strumento di intervento proposto è articolato in un gruppo di attività da svolgere con l'intera classe, in una prospettiva di inclusività.

### 3.5 Attività didattica: lo strumento di intervento

Le sequenze proposte sono concepite per venire incontro a specifiche difficoltà di apprendimento, in una prospettiva di inclusività. L'attività proposta avrà il ruolo di un allenamento cognitivo. In particolare lo studente sarà guidato a capire la semantica del testo dell'intero esercizio (problema di comprensione del testo), il significato di ciascun termine matematico in esso presente e la procedura da applicare passo per passo per capire la relazione fra i termini matematici presenti nel problema e raggiungere la soluzione dello stesso.

Il primo passo dell'attività, è l'analisi del problema dal punto di vista semantico.

L'insegnante scriverà alla lavagna il testo dell'esercizio, sottolineando alcune parti di esso, come di seguito mostrato:

*4/5 degli animali di una fattoria sono mucche. Scrivi il numero di mucche come percentuale del totale degli animali della fattoria.*



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

L'insegnante potrà quindi promuovere con gli allievi la seguente discussione:

"Il testo del problema è composto da due frasi. Le parti sottolineate delle due frasi si riferiscono allo stesso oggetto?"

"Qual è l'oggetto?"

"Può tale oggetto (il totale degli animali della fattoria) essere definito come un intero?"

L'insegnante a supporto della concettualizzazione dei numeri frazionari (esprimibili come frazioni proprie) come parti di un intero, potrà proporre una riflessione con la classe usando **esempi tratti dalla vita reale**:

- condividere una pizza con un amico significa maneggiare un intero (l'intera pizza) e un numero frazionario (la parte di pizza da dare all'amico). La pizza può esser rappresentata ad esempio come un cerchio suddiviso in quattro parti uguali (figura 1):

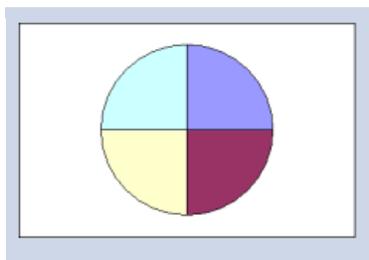


Figura 1

Ogni parte rappresenta un quarto dell'intera pizza o, meglio,  $1/4$  dell'intero. Potrebbe essere utile a questo punto ricordare agli studenti che una frazione con numeratore 1 è una frazione unitaria e rappresenta una parte delle parti uguali in cui è stato suddiviso l'intero. In maniera analoga  $3/4$  di pizza significa suddividere la pizza in 4 fette uguali e prenderne 3, come mostrato nella seguente figura 2:

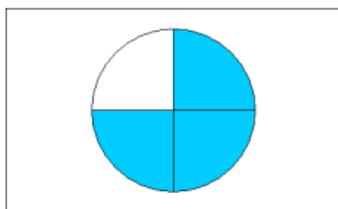


Figura 2

Le tre parti dell'intero considerate sono equivalenti a tre volte la frazione unitaria  $1/4$ .

Le tre parti insieme rappresentano una nuova frazione dell'intero:

$$1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4$$

Come mostrato nell'esempio in figura 2, l'insegnante potrà sottolineare agli studenti come un **numero frazionario** possa essere interpretato anche come un **operatore** che opera dividendo l'intero in parti uguali e sommando poi alcune di esse.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Tornando al testo dell'esercizio proposto relativo agli animali della fattoria, il docente chiederà alla classe di **evidenziare i termini matematici presenti nel problema**, come  $4/5$ , uno specifico numero frazionario e la parola percentuale, quest'ultima derivata dalla lingua latina (*per centum*, cioè per cento) usualmente tradotta in matematica con il simbolo "%".

In particolare, relativamente ai numeri frazionari, potrebbe essere interessante rivedere con gli studenti il significato di **frazione equivalente**. L'insegnante guiderà la discussione usando sia la rappresentazione grafica che la notazione numerica delle frazioni che la notazione numerica, così gli studenti saranno capaci di passare da un codice di rappresentazione ad un altro (**processo di connessione fra differenti codici**).

Un modello matematico (vedi figura 3), comprendente tre strisce colorate sarà proposto alla classe. Tale modello dovrà soddisfare i seguenti criteri di base: ogni striscia avrà uguale lunghezza e uguale unità di misura (scala del modello). È importante focalizzare l'attenzione degli studenti sui criteri di base del modello proposto che ci permettono di comparare fra loro le unità frazionarie presenti nelle tre diverse strisce:

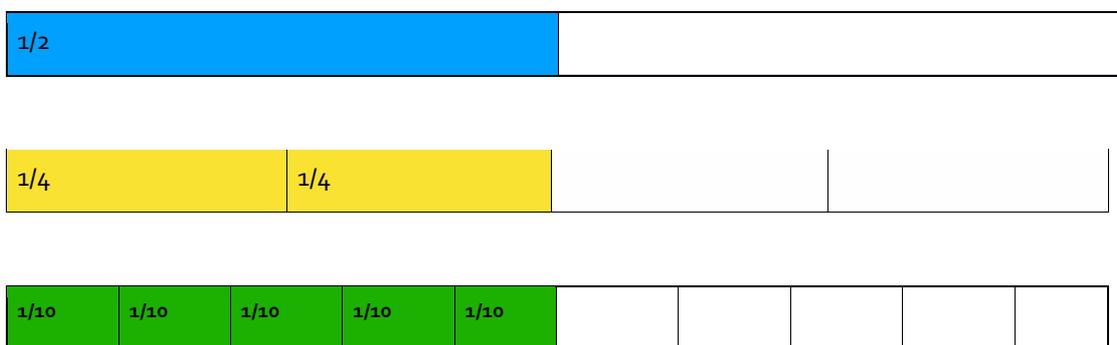


Figura 3 - Rivedere il significato di frazione equivalente

Basandosi sui criteri sopra descritti, gli studenti potranno vedere come i numeri frazionari mostrati in figura 3,  $1/2$ ,  $2/4$  e  $5/10$  rappresentano lo stesso numero intero  $1/2$ . Chiedendo agli studenti di aggiungere altri esempi di frazioni equivalenti, essi saranno in grado di mostrare l'acquisizione o meno del concetto di equivalenza fra frazioni. Il docente potrà quindi chiedere alla classe di formalizzare il metodo per ottenere frazioni equivalenti ad una frazione data.

La discussione guidata dal docente su cosa gli studenti osservano in figura 3 e come possono interpretare ciò aritmeticamente, permette a ogni studente di costruire dentro di sé il significato di frazione come parte di un intero e frazione ad essa equivalente. In termini di apprendimento, la strategia 2 è attivata, ma non solo. Durante la discussione, anche le strategie di apprendimento 5 e 4 saranno attivate, in quanto gli studenti si sentiranno liberi di intervenire per esprimere i loro dubbi (quelli nella classe che stanno diventando padroni del loro apprendimento), ma anche spiegare ai compagni (quelli che stanno diventando una risorsa per la classe). Il docente e gli allievi potrebbero quindi anche essere sollecitati a rispondere a nuove domande emerse nella discussione, attivando la strategia di apprendimento 3.

Un'attenzione specifica andrà ora indirizzata al significato di percentuale. L'insegnante sottoporrà alla classe un semplice esempio, ad esempio 2%, chiedendo agli studenti di trasformare questo dato in una frazione equivalente con denominatore 100, cioè in centesimi.

### La costruzione della relazione fra numeri frazionari e percentuali attraverso la rappresentazione grafica.

Per permettere ai discenti di costruire la connessione fra numeri frazionari e percentuali, il docente proporrà alla classe di **disegnare** (meglio su un foglio quadrettato) un intero, usando come rappresentazione un quadrato di lato pari a 10 quadretti del foglio (figura 4a). Facilmente gli studenti potranno osservare che l'intero proposto è formato da 100 quadretti. La carta quadrettata servirà come griglia grafica che contiene l'intero proposto, formato da 100 quadretti della carta sulla quale ogni studente starà disegnando (figura 4b):



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Figura 4a: un quadrato che rappresenta un intero

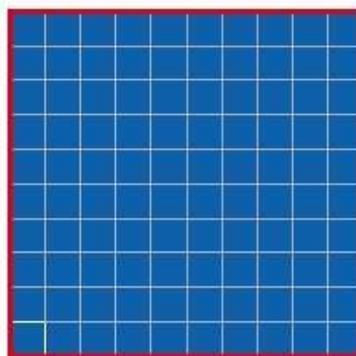


Figure 4b: un intero diviso in 100 parti uguali

Poi, il docente disegnerà nuovamente i due quadrati blu uguali ai precedenti (con lato 10 quadratini della carta quadrettata), ognuno di essi suddiviso in 100 parti, questa volta con evidenziati in giallo differenti parti dell'intero (figura 4c e figura 4d):

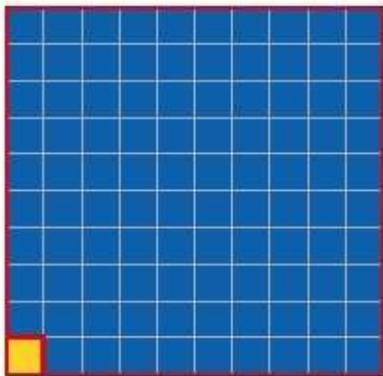


Figura 4c: la quantità in giallo= 1 quadretto

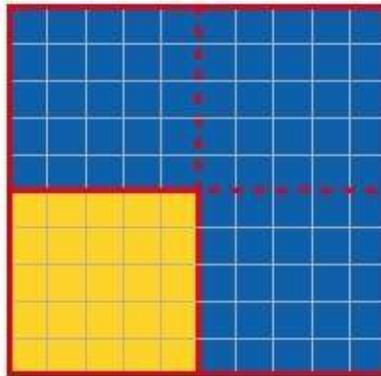


Figura 4d: la quantità in giallo = 25 quadretti

Il docente evidenzierà quindi come nel quadrato di figura 4c sia colorata in giallo la centesima parte di esso, conducendo la classe a discutere su come esprimere questa quantità con i due codici matematici prima rivisti (frazioni e percentuali). La parte in giallo della figura 4c sarà facilmente riconosciuta dagli studenti come equivalente a  $1/100 = 1\%$  dell'intero quadrato. L'insegnante sottoporrà alla classe un nuovo esempio (figura 4d) e chiederà agli studenti di rappresentare nuove quantità nei loro quadrati, traducendole nei due codici matematici di frazioni con denominatore uguale a 100 e percentuali.

Inoltre il docente potrà promuovere una discussione fra gli studenti ponendo loro le seguenti domande: "quale quantità avete disegnato sul vostro foglio? Come interpretate queste quantità usando i codici matematici studiati in precedenza?".

La discussione guidata dal docente su cosa ogni studente osserva sul proprio grafico e come interpreta ciò dal punto di vista matematico, permetterà ad ogni allievo di costruire consapevolmente la relazione fra numeri frazionari con denominatore 100 e percentuali.

In termine di valutazione formativa degli apprendimenti, la strategia 2 (creazione di una discussione fra gli studenti sui contenuti presentati) è attivata. Durante la discussione anche le strategie 4 e 5 sono attivate in quanto gli studenti si

sentiranno liberi di intervenire ed esprimere i loro dubbi (quelli fra loro che stanno diventando padroni del proprio apprendimento) o dare spiegazioni ai compagni di classe (quelli che diventano risorse per la classe). Il docente e gli studenti fornendo risposte all'intera classe attivano anche la strategia 3.

A questo punto il docente chiederà agli studenti di **rileggere il testo del problema Q3Ar3**, ponendo le seguenti domande: "dato che nel problema il numero frazionario presente ha denominatore diverso da 100, come devo procedere per calcolare la percentuale equivalente?" e "confrontando ciò che è mostrato nelle figure 4, quale passo del procedimento devo aggiungere per risolvere il problema?". Queste domande attiveranno una nuova discussione fra gli studenti su cosa osservano nelle figure 4 e il significato di frazione equivalente rivisto in figura 3. Ciò permetterà loro di costruire con il proprio ragionamento la connessione fra numeri frazionari e percentuali.

La relazione fra **numeri frazionari e percentuali**, appartenente al dominio matematico dell'algebra, è stata costruita usando la visualizzazione di oggetti (il nostro quadrato blu).

Gli studenti saranno ora in grado di risolvere il problema dato. A completamento della spiegazione il docente **riassumerà i passi principali del procedimento** e rappresenterà, **usando la rappresentazione visuale** degli oggetti, già calcolata dagli studenti, confrontando oggetti visivi (figure 5a e 5b) e simboli matematici:

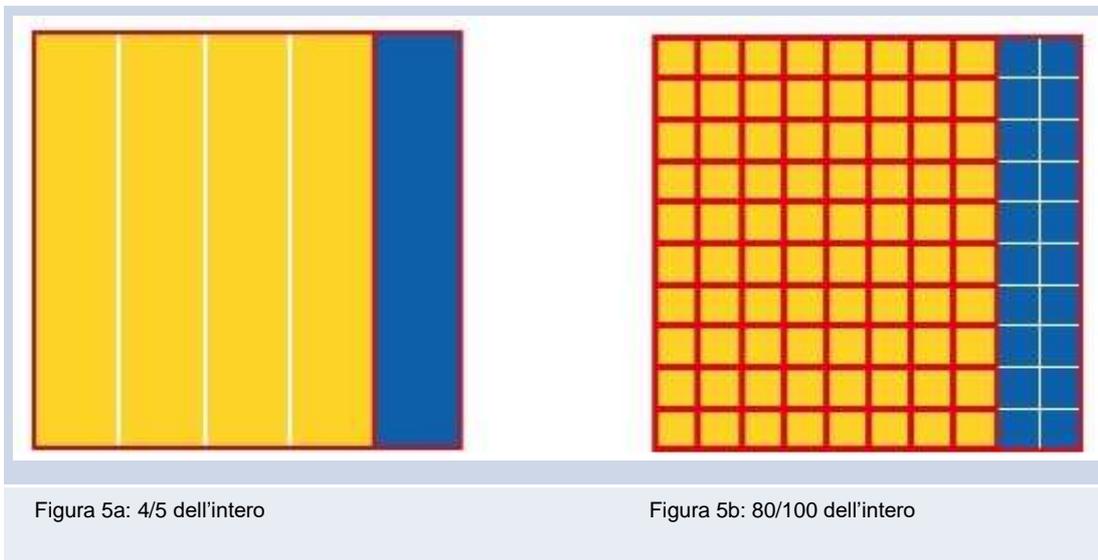


Figura 5a: 4/5 dell'intero

Figura 5b: 80/100 dell'intero

Nella figura 5a, la parte in giallo del quartato rappresenta i 4/5 dell'intero. Infatti il quadrato è stato diviso in 5 parti uguali e ne sono state prese 4. La striscia azzurra che è pari ad 1/5 dell'intero quadrato rappresenta la frazione unitaria dell'intero. Il numero frazionario 4/5 agisce quindi come operatore, dividendo l'intero dato in 5 parti uguali e considerandone 4:

$$4/5 \text{ dell'intero} = (1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5) \text{ dell'intero}$$

Usando le frazioni equivalenti, 4/5 dell'intero può essere trasformato in una frazione equivalente avente denominatore 100 applicando la seguente procedura:

$$\frac{4}{5} \text{ dell'intero} = \frac{4 \times 20}{5 \times 20} \text{ dell'intero} = \frac{80}{100} \text{ dell'intero}$$

Come mostrato in figura 5b, 80/100 dell'intero significa dividere l'intero in 100 parti e prendere 80 di esse. Il problema assegnato è quindi risolto: 4/5 degli animali della fattoria sono equivalenti alla percentuale pari all'80% di essi:



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

80 degli animali della fattoria = 80 % degli animali della fattoria  
100

Per **consolidare le conoscenze** acquisite sulla relazione matematica fra i due codici, numeri frazionari e percentuali, il docente potrà proporre una serie di esercizi, focalizzati sugli stessi contenuti matematici, attivando così le strategie di apprendimento 4 e 5. Questo permetterà agli studenti di **attivare anche le capacità afferenti alla memoria**, in quanto molti studi pedagogici sulle modalità di apprendimento hanno evidenziato una stretta connessione fra le capacità di ragionamento e quelle di memorizzazione.

La costruzione del concetto realizzata attraverso la rappresentazione grafica dei quadrati (attivazione del canale visivo), potrà permettere agli studenti, specialmente a quelli con **difficoltà nel campo della Matematica (MLD)**, di trovare collegamenti mnemonici che potrebbero essere appropriati al loro tipo di apprendimento. Questo permetterà loro di usare diverse rappresentazioni dei concetti matematici in gioco e, possibilmente, collocarli e/o recuperarli nella memoria a lungo termine in modo più efficace.

#### 4. Analisi attraverso le linee guida UDL sulle attività sopra menzionate

Osserviamo che lo stesso scopo educativo di costruire il significato di “volume” in Geometria viene affrontato in modi diversi agendo sui tre principi dell'UDL (Tabella 7, in **rosso** i nostri commenti per illustrare la connessione tra i principi e le nostre attività).

Tabella 7: Analisi delle attività attraverso la Tabella dei principi UDL.

<i>Interesse</i>	<i>Representazione</i>	<i>Azione &amp; Espressione</i>
<p><b>Attivazione dell'interesse</b></p> <p><i>Ottimizza la scelta individuale e autonoma</i></p> <p><i>Ottimizza la pertinenza, il valore e l'autenticità</i></p> <p><i>Minimizza minacce e distrazioni</i></p>	<p><b>Percezione</b></p> <p><i>Offri modi per personalizzare la visualizzazione delle informazioni.</i></p> <p><i>Offri alternative per le informazioni uditive.</i></p> <p><i>Offri alternative per le informazioni visive.</i></p> <p><b>Usa differenti registri attraverso i quali le informazioni vengono mostrate (simbolico, visuale, ecc.).</b></p>	<p><b>Azioni fisiche</b></p> <p><i>Verifica i metodi di risposta e navigazione sul web</i></p>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

<p><b><i>Sostieni lo sforzo e la persistenza</i></b></p> <p><i>Sottolinea la rilevanza degli obiettivi</i></p> <p><i>Varia domande and risorse per ottimizzare le sfide</i></p> <p><i>Favorisci la collaborazione e la comunità</i></p> <p><i>Organizza attività da svolgere in gruppo sia di tipo asincrono che sincro.</i></p> <p><i>Aumenta il numero dei feedback orientati alla padronanza dei procedimenti che supportano il coinvolgimento e la motivazione</i></p> <p><i>Incrementa i tempi dedicati alle risposte per i singoli studenti e per i gruppi.</i></p>	<p><b><i>Linguaggi &amp; Simboli</i></b></p> <p><i>Chiarifica vocabolario e simboli</i></p> <p><i>Chiarifica la sintassi e la struttura</i></p> <p><i>Offri linguaggi e sintassi alternative per decodificare le informazioni</i></p> <p><i>Supporta la decodifica del testo, della notazione matematica e dei simboli</i></p> <p><i>Promuovi la comprensione trasversale fra i linguaggi</i></p> <p><i>Promuovi l'analisi del significato semantico del testo dell'esercizio, proponendo allo stesso tempo differenti registri di interpretazione (simbolico e visuale).</i></p>	<p><b><i>Espressione &amp; Comunicazione</i></b></p> <p><i>Usa differenti canali per la comunicazione</i></p> <p><i>Usa differenti strumenti per la costruzione e la composizione</i></p> <p><i>Costruisci fluidità con livelli graduali di supporto per pratica e performance</i></p> <p><i>Usa differenti registri per comunicare</i></p>
---	---	---



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

<b>Autocritica</b>	<b>Comprensione</b>	<b>Funzioni esecutive</b>
<p>Promuovi aspettativa e fiducia per ottimizzare la motivazione</p> <p>Facilita i modi personali di superamento delle difficoltà</p> <p>Sviluppa l'approccio critico e la riflessione</p> <p><i>La valutazione formativa, come discusso nella sezione 2, può aiutare l'auto valutazione e la riflessione critica. In maniera piu' specifica, il docente può fornire diversi tipi di feedback.</i></p>	<p>Attiva le conoscenze pregresse</p> <p>Attiva schemi, idee e relazioni</p> <p>Guida il processo di informazione e di visualizzazione</p> <p>Massimizza la possibilità di trasferimento delle informazioni e la loro generalizzazione</p> <p><i>Incrementa la comprensione del linguaggio specifico e dei suoi simboli, costruendo conoscenze accessibili per decisioni future, non solamente attraverso informazioni percepite, ma tramite l'attivazione di efficaci processi di comprensione delle informazioni.</i></p>	<p>Guida la definizione di obiettivi appropriati</p> <p><i>Utilizza rappresentazioni visive come supporto alla memorizzazione. Gli oggetti visivi guidano gli studenti a porsi domande ed ottenere feedback nel loro processo di analisi.</i></p> <p>Supporta la pianificazione e la strategia di sviluppo</p> <p><i>La sintesi dei passi più importanti del procedimento di soluzione del problema può essere di supporto alla costruzione della struttura del ragionamento.</i></p> <p>Facilita la gestione delle informazioni e delle risorse</p> <p><i>Incrementa la capacità di monitorare i progressi del proprio apprendimento.</i></p>

## 5. Bibliografia e sitografia

- [1] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. Educational
- [2] Assessment, Evaluation and Accountability, 21(1), 5-31.
- [3] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. ZDM Mathematics Education.
- [4] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. Proceedings of CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949286, pp. 3460-3467.
- [5] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141.
- [6] Universal Design for Learning Guidelines version 2.2, <http://udlguidelines.cast.org>.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.