



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

## STRUMENTO DI INTERVENTO

# Moltiplicazione di potenze con la stessa base

### 1. Introduzione

Al fine di sviluppare una serie di attività didattiche finalizzate al confronto dei numeri decimali, si rimanda ad alcuni quadri teorici che verranno descritti nella sessione 2.

Nella sessione 3 viene descritto il disegno delle attività educative. In particolare, se le attività sono rivolte agli studenti o alla classe, la finalità didattica delle attività, l'Area Cognitiva e dominio matematico di interesse e gli Oggetti Matematici nelle aree di difficoltà individuate tramite il questionario B2.

### 2. Modello teorico di riferimento

I riferimenti teorici che ci hanno aiutato a progettare le seguenti attività sono:

1) **Principi di progettazione universale per l'apprendimento (UDL)** (Tabella 3), un framework concepito specificamente per progettare attività educative inclusive (<http://udlguidelines.cast.org/>).

Tabella 3: linee guida UDL

	Fornire molteplici mezzi di COINVOLGIMENTO	Fornire molteplici mezzi di RAPPRESENTAZIONE	Fornire molteplici mezzi di AZIONE ed ESPRESSIONE
	Reti Efficaci – I "PERCHÈ" dell'apprendimento	Reti di Riconoscimento – Il "COSA" dell'apprendimento	Reti Strategiche – Il "COME" dell'apprendimento
Accedere	Fornire opzioni per <b>Catturare l'interesse:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ottimizzare la scelta individuale e l'autonomia</li> <li>Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità</li> <li>Minimizzare minacce e distrazioni</li> </ul>	Fornire opzioni per la <b>Percezione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Offrire modi di personalizzare la visualizzazione delle informazioni</li> <li>Offrire alternative di sollecitazioni uditive</li> <li>Offrire alternative per le informazioni visive</li> </ul>	Fornire opzioni per <b>Azioni Fisiche:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Variare i metodi di risposta e di movimento</li> <li>Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie assistive</li> </ul>
Costruire	Fornire opzioni per <b>Sostenere Sforzo &amp; Persistenza</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Rafforzare l'importanza degli scopi e degli obiettivi</li> <li>Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida</li> <li>Promuovere collaborazione e condivisione</li> <li>Accrescere i <i>feedback</i> orientati alla padronanza dell'apprendimento</li> </ul>	Fornire opzioni per <b>Linguaggio &amp; Simboli</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Precisare il lessico e i simboli</li> <li>Precisare la sintassi e la struttura</li> <li>Supportare la decodifica di testo, notazioni e simboli matematici</li> <li>Promuovere la comprensione in tutti i linguaggi</li> <li>Illustrare attraverso molteplici mezzi</li> </ul>	Fornire opzioni per <b>Espressione e Comunicazione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Usare molteplici mezzi di comunicazione</li> <li>Usare molteplici mezzi di costruzione e composizione</li> <li>Costruire fluidità nella comunicazione mediante livelli di supporto graduali per la pratica e la prestazione</li> </ul>
Interiorizzare	Fornire opzioni per <b>l'auto-regolamentazione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Promuovere prospettive e convinzioni che ottimizzano la motivazione</li> <li>Facilitare capacità personali e strategie</li> <li>Sviluppare autovalutazione e riflessione</li> </ul>	Fornire opzioni per la <b>Comprensione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Attivare o fornire la conoscenza del contesto</li> <li>Evidenziare percorsi, caratteristiche fondamentali, le grandi idee e le relazioni delle conoscenze</li> <li>Guidare la visualizzazione e i processi delle conoscenze</li> <li>Massimizzare trasferimento e generalizzazione delle conoscenze</li> </ul>	Fornire opzioni per la <b>Funzioni Esecutive</b> Guidare verso la definizione di obiettivi appropriati: <ul style="list-style-type: none"> <li>Supportare lo sviluppo di pianificazioni e strategie</li> <li>Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse</li> <li>Potenziare la capacità di monitorare i progressi</li> </ul>
	<b>Studenti esperti</b> che sono...		
	Determinati & Motivati	Intraprendenti e Competenti	Strategici e Orientati agli obiettivi



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Il Centro per le Speciali Tecnologie Applicate (CAST) ha sviluppato un quadro completo attorno al concetto di Universal Design for Learning (UDL), con l'obiettivo di concentrare la ricerca, lo sviluppo e la pratica educativa sulla comprensione della diversità e sulla facilitazione dell'apprendimento (Edyburn, 2005). L'UDL include una serie di Principi, articolati in *Linee guida e punti di controllo*<sup>1</sup>. La ricerca alla base della struttura di UDL è che "gli studenti sono molto variabili nella loro risposta all'istruzione. [...]"

Pertanto, l'UDL si concentra su queste differenze individuali come elemento importante per comprendere e progettare istruzioni efficaci per l'apprendimento.

A questo scopo, l'UDL propone tre Principi fondamentali: 1) fornire molteplici mezzi di rappresentazione, 2) fornire molteplici mezzi di azione ed espressione, 3) fornire molteplici mezzi di coinvolgimento. In particolare, le linee guida all'interno del primo principio si riferiscono ai mezzi di percezione coinvolti nel ricevere determinate informazioni e di "comprensione" delle informazioni ricevute. Le linee guida all'interno del secondo principio tengono conto dell'elaborazione di informazioni/idee e della loro espressione. Infine, le linee guida all'interno del terzo principio trattano il dominio dell'"affetto" e della "motivazione", anch'essi essenziali in ogni attività educativa.

Per le nostre analisi ci concentreremo in particolare su linee guida specifiche all'interno dei tre Principi. Le linee guida all'interno del Principio 1 (forniscono più mezzi di rappresentazione), suggeriscono di proporre diverse opzioni di percezione e di offrire supporto per la decodifica di notazioni e simboli matematici. Inoltre, le linee guida suggeriscono l'importanza di fornire opzioni per la comprensione evidenziando modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni tra nozioni matematiche. Infine, le nostre analisi forniranno esempi di come il software AlNuSet possa guidare l'elaborazione, la visualizzazione e la manipolazione delle informazioni, al fine di massimizzare il trasferimento e la generalizzazione.

Inoltre, le linee guida del Principio 2 (forniscono molteplici mezzi di azione ed espressione) suggeriscono di offrire diverse opzioni di espressione e comunicazione a supporto della pianificazione e dello sviluppo della strategia. Infine, le linee guida del Principio 3 mostrano come determinate attività possono reclutare l'interesse degli studenti, ottimizzando la scelta e l'autonomia individuali e riducendo al minimo le minacce e le distrazioni.

Nella sezione 4 analizzeremo esempi di attività, classificandole sia per il tipo di apprendimento matematico che sono progettate sia per l'area cognitiva che supportano. Mostriamo come questi esempi siano stati progettati sui principi UDL al fine di renderli inclusivi ed efficaci per superare le difficoltà matematiche individuate attraverso il questionario B2.

2) Inoltre ci riferiamo all'esperienza del Progetto Europeo **FaSMed** che si focalizza sulla valutazione formativa in matematica e scienze, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

La valutazione formativa (VF) è concepita come un metodo di insegnamento in cui "l'evidenza circa i risultati dello studente è ottenuta, interpretata e usata da insegnanti, studenti e dai loro pari per prendere decisioni sui passi successivi da compiere nell'istruzione che possono essere migliori o meglio fondati rispetto alle decisioni che sarebbero state prese in assenza dell'evidenza che è stata ottenuta" (Black & Wiliam, 2009, p. 7).

Il progetto FaSMed fa riferimento agli studi di William e Thompson del 2007, che indentificano cinque strategie chiave per la pratica della VF in ambito scolastico: (a) *Chiarire e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo*; (b) *progettare discussioni efficaci in classe e altre attività di apprendimento che producano evidenza della comprensione degli studenti*; (c) *fornire feedback che facciano progredire gli studenti*; (d) *far sì che gli studenti siano risorse di apprendimento uno per l'altro*; (e) *far sì che gli studenti siano padroni del loro apprendimento*. L'insegnante, i compagni e lo studente stesso sono gli artefici della messa in atto di queste strategie di VF.

---

<sup>1</sup> Per una lista complete di questi principi, linee guida a punti di controllo a una descrizione più vasta delle attività di CAST, visitare il sito <http://www.udlcenter.org/>





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Tabella 4: Strategia per la valutazione formativa

	Dove sta andando lo studente	Dov'è lo studente adesso	Come arrivare
<b>Insegnante</b>	1 Chiarire gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo  Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	2 Progettare discussioni efficaci in classe e altre attività di apprendimento che producano evidenza della comprensione degli studenti	3 Fornire <i>feedback</i> che facciano progredire gli studenti
<b>Pari</b>	Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	4 Far sì che gli studenti siano risorse di apprendimento uno per l'altro	
<b>Studente</b>	Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	5 Far sì che gli studenti siano padroni del loro apprendimento	

Le attività FaSMed sono organizzate in sequenza, comprendono lavori di gruppo su fogli di lavoro, discussioni di classe dove i lavori di gruppo selezionati sono discussi dalla classe intera, sotto la direzione del docente. Tenendo conto delle strategie della valutazione formativa e delle funzionalità tecnologiche, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) hanno ideato tre tipi di fogli di lavoro per le attività in classe:

- (1) *Fogli di lavoro per Problema*: fogli di lavoro che introducono un problema e propongono una o più domande che coinvolgono l'interpretazione o la costruzione della rappresentazione (verbale, simbolica, grafica e tabulare) della relazione matematica tra due variabili (e.g. interpretare un grafico tempo - distanza);
- (2) *Fogli di lavoro di Aiuto*: concepiti per supportare gli studenti che incontrano difficoltà con il foglio di lavoro per problema proponendo specifici suggerimenti (e.g. domande guidate);
- (3) *Foglio di lavoro per Sondaggio*: fogli di lavoro che suggeriscono un sondaggio tra diverse opzioni.

Gli autori hanno identificato delle strategie di *feedback* che l'insegnante può adottare per fornire un riscontro agli studenti (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Queste strategie sono impiegate nella discussione in classe organizzata dal docente dopo il lavoro di gruppo:

Tabella 5:

Ridare voce	Quando l'insegnante fa da specchio ad un intervento di un alunno in modo da richiamare l'attenzione su di esso. Spesso, durante l'attività di <i>ridare voce</i> , l'insegnante sottolinea con l'intonazione della voce alcune parole della frase che sta ripetendo.
Riformulare	La riformulazione si ha quando il docente riformula l'intervento di uno studente, con il doppio scopo di richiamare l'attenzione della classe e rendere l'intervento più intellegibile a tutti.  La riformulazione avviene quando l'insegnante avverte che l'intervento può essere utile ma necessita di essere comunicato in un modo migliore per diventare una risorsa per gli altri. [...]. Le strategie del ridare voce e riformulare trasformano uno studente (l'autore dell'intervento) in una risorsa per la classe.
Riformulare con una struttura	Quando il docente, oltre a riformulare, aggiunge alcuni elementi per guidare il lavoro degli studenti.
Rilanciare	Quando il docente reagisce all'intervento dello studente, che considera interessante per la classe, non dando un <i>feedback</i> diretto, ma ponendo una domanda connessa. In questo modo, attraverso "il rilancio" l'insegnante fornisce un <i>feedback</i> implicito [...] all'intervento dello studente, suggerendo che l'argomento è interessante e prezioso da approfondire o, al contrario, che ha qualche punto problematico e dovrebbe



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

	essere rivisto.
Contrastare	Il contrastare prende piede quando il docente richiama l'attenzione su due o più interventi, che rappresentano due differenti posizioni, così da promuovere un confronto. Dal contrasto, [...] gli autori delle due posizioni possono essere una risorsa per la classe così come essere responsabili del proprio apprendimento.

Traiamo dall'esperienza FaSMEd l'idea di creare attività in classe nella prospettiva della valutazione formativa, che possa favorire l'inclusione.

### 3. Progettazione

Nelle sottosezioni 3.1-3.5 sono presentate in dettaglio le attività dello strumento di intervento.

#### 3.1 Difficoltà identificate attraverso il questionario B2

Rileviamo difficoltà nel seguente elemento di B2:

Calcola i valori delle seguenti espressioni

$$2^7 \times 2^3 = \dots ..$$

Le difficoltà sono legate al ricordare e applicare la formula della moltiplicazione dei valori con la stessa base e la definizione di esponente.

#### 3.2 Area cognitiva e dominio matematico interessati

Le difficoltà rilevate sono legate al dominio cognitivo della Memoria e al dominio dell'Aritmetica.

	Aritmetica	Geometria	Algebra
Memoria	Calcola il valore della seguente espressione $2^7 \times 2^3 = \dots ..$		
Ragionamento			
Visuo-spaziale			

#### 3.3 Obbiettivi didattici

Lo strumento di intervento è finalizzato a supportare la memoria nella moltiplicazione dei poteri, che hanno la stessa base.

#### 3.4 Beneficiari dell'intervento didattico (studente singolo/intera classe)

Lo strumento Intervento è composto da un'attività che deve essere svolta con la classe.

#### 3.5 Attività didattica: lo strumento di intervento

In questa sottosezione l'attività deve essere descritta in dettaglio.

##### Capire la formula

L'insegnante chiede agli studenti di scrivere il risultato di questi esempi come potere:

$$3 \times 3 \times 3 = \dots ..$$

$$a \times a \times a = \dots ..$$

Quindi dovrebbero provare a risolvere il seguente esempio in cui non conoscono il numero di elementi a.

$$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \dots \times a = \dots ..$$





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Se la risposta è sbagliata, l'insegnante potrebbe chiedere agli studenti di discutere se riescono a indovinare una notazione più efficiente. Ciò potrebbe introdurre la necessità di una notazione più efficiente e, quindi, la ragione del potere.

Quindi, l'insegnante chiede agli studenti di dare la definizione di potenza e di mostrare la base e l'esponente. Questo chiarirà il vocabolario e i simboli.

Se non lo ricordano, l'insegnante dà la definizione di potenza:

L'espressione  $b \times b \times \dots \times b$  (per  $n$  volte) può essere scritta come  $b^n$ . Dove la  $b$  è chiamata **base** e la  $n$  è chiamata **esponente**.

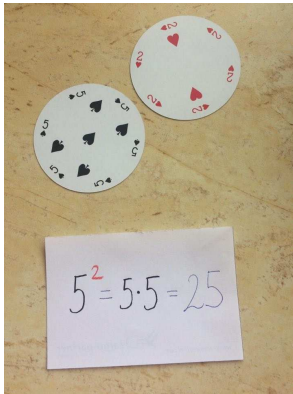
L'insegnante ricorda anche le regole di base:

- $x^1 = x$
- $x^0 = 1$
- $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- $x^n : x^m = x^{n-m}$
- $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

E chiedi agli studenti di colorare una base in nero e un esponente nelle letture in un esempio:

- $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

L'insegnante può utilizzare le schede per migliorare la memorizzazione degli studenti delle componenti simboliche e della sintassi. L'insegnante incoraggia gli studenti a fare esercizi simili con carte diverse, che saranno un aiuto visivo alternativo (linee guida UDL).

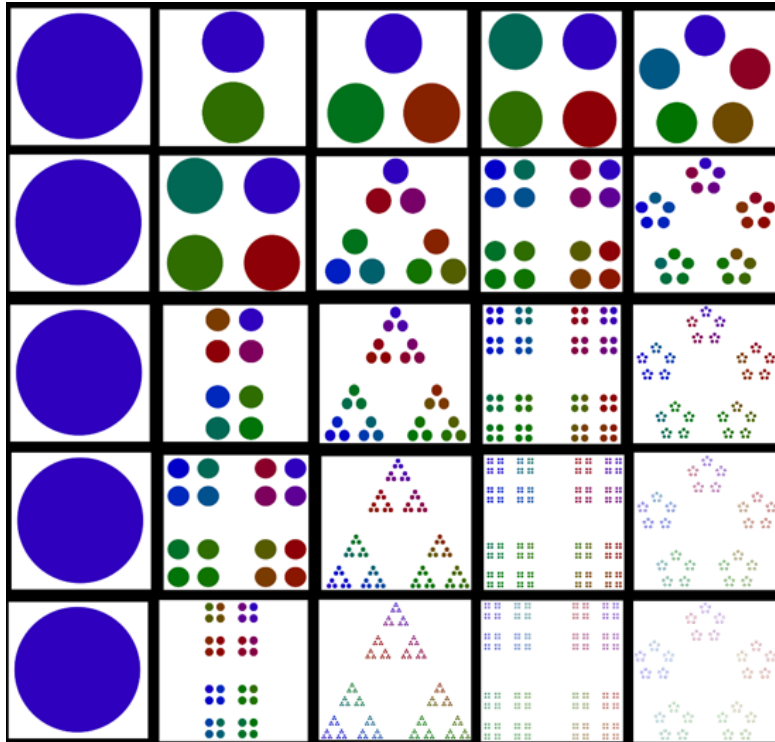


Per aiutare gli studenti a visualizzare meglio l'idea di potere, l'insegnante dovrebbe mostrare loro la seguente immagine e chiedere loro di etichettare ogni quadrato con il potere, ad es.  $1^1, 2^1, 3^1, 4^1, 5^1$  nella prima fila e  $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$  nella seconda e così via.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

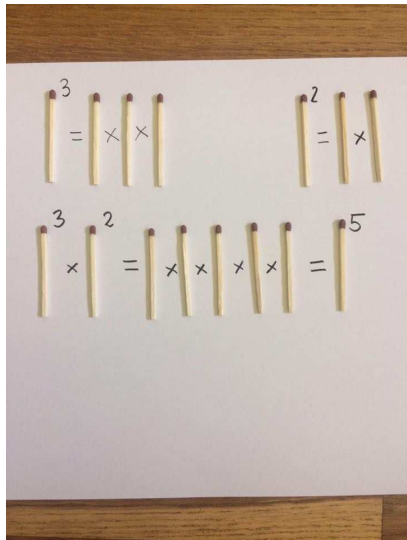
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Quindi, l'insegnante chiede agli studenti di applicare la definizione di potere in un esempio:

$$2^7 \times 2^3 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10}$$

Gli studenti confrontano i loro risultati e ne discutono, il che fornirà loro un feedback e consentirà agli studenti più forti di aiutare quelli più deboli (FaSMEd). Possono anche fare l'esercizio con i fiammiferi.



Facendo questo esempio, gli studenti dovrebbero essere guidati da un insegnante in modo che possano vedere che quando moltiplichiamo espressioni esponenti che hanno la stessa base, otteniamo quella base tante volte quanto la somma degli esponenti della base. L'attività supporterà la decodifica della notazione matematica (linee guida UDL).

E l'insegnante chiede agli studenti di fare lo stesso con la proprietà generale:

- $b^m \cdot b^n = b^{(m+n)}$



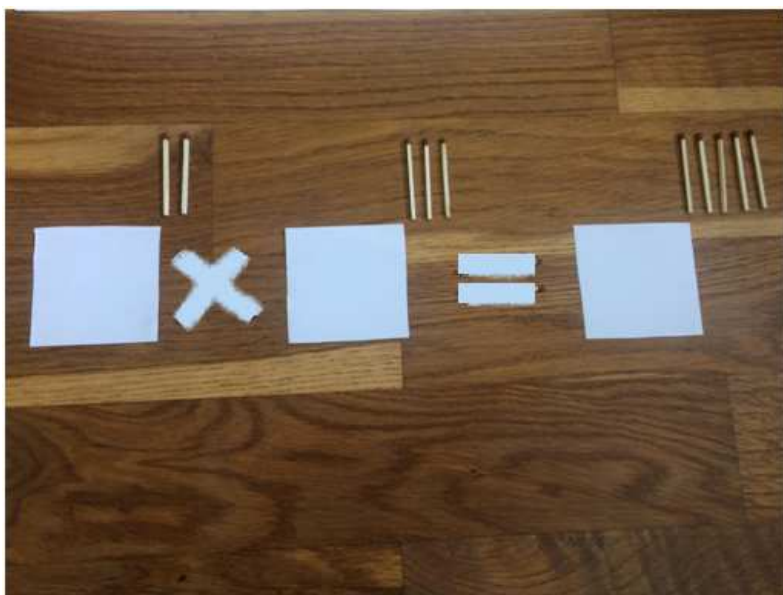


Project Number: 2018-1IT02KA201048274

con gli esempi:

- $10^{19} \cdot 10^{23} = 10^{19+23} = 10^{42}$
- $3^7 \cdot 3^8 = 3^{7+8} = 3^{15}$
- $2^7 \times 2^3 = 2^{7+3} = 2^{10}$
- $5^7 \times 5^2 =$
- $13^7 \cdot 13^8 =$

Usando colori diversi per le basi e gli esponenti, gli studenti possono fare più pratica usando le corrispondenze che saranno un modo utile per personalizzare la visualizzazione delle informazioni (linee guida UDL).



#### 4. Bibliografia e sitografia

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] Workshop with Dr. Giannis Karagianakis in International
- [3] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).
- [4] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.