



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Materiały do pracy z uczniami

# Rozwiązywanie zadań z treścią

### 1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą rozwiązywania zadań z treścią, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

### 2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	"dlaczego" się uczyć	"czego" się uczyć	"jak" się uczyć
D o s t e n	<b>Wzbudzenie zainteresowania:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię</li> <li>Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność</li> <li>Ograniczaj zagrożenia i elementy rozprasające</li> </ul>	<b>Postrzeganie:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji</li> <li>Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio</li> <li>Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych</li> </ul>	<b>Działania fizyczne:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu</li> <li>Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających</li> </ul>
T w o r z e	<b>Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zwiększ znaczenie celów i zadań</li> <li>Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie</li> <li>Wspieraj współpracę i poczucie przynależności</li> <li>Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału</li> </ul>	<b>Język i symbole:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Wyjaśniaj słownictwo i symbole</li> <li>Wyjaśniaj składnię i budowę zdań</li> <li>Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli</li> <li>Propaguj zrozumienie w różnych językach</li> <li>Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu</li> </ul>	<b>Ekspresja i komunikacja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Używaj różnorodnych metod komunikacji</li> <li>Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia</li> <li>Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności</li> </ul>
S t o s o w a n i	<b>Samoregulacja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację</li> <li>Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami</li> <li>Rozwijaj samoocenę i refleksję</li> </ul>	<b>Rozumienie:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową</li> <li>Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków</li> <li>Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją</li> <li>Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację</li> </ul>	<b>Funkcja wykonawcza:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów</li> <li>Wspieraj planowanie i rozwój strategii</li> <li>Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami</li> <li>Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów</li> </ul>
	<b>Wykreowanie uczniów, którzy....</b>		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „rozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad<sup>1</sup>.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AINuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozpraszające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżczeniu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Europejski projekt FasMed, który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów” (Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy ucznia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

	Gdzie mierza uczeń	Gdzie uczeń jest teraz	Jak tam dotrzeć
<b>Nauczyciel</b>	1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów	3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy
<b>Rówieśnik</b>	Zrozumienie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu	4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem	
<b>Uczeń</b>	Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki	

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez

<sup>1</sup> The items are taken from the interactive list at <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategie oceny kształtującej i funkcje technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

“(1) *arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość);*

(2) *arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);*

(3) *arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji”.*

Autorzy zidentyfikowali strategie informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. [...] Strategie powtórzenia i przeformułowania [...] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej [...] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu [...] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

### 3. Opis projektu

#### 3.1. Trudności zidentyfikowane dzięki kwestionariuszowi B2



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Wykryliśmy trudności w następującym fragmencie B2

1. Rozwiąż następujące zadania z treścią:

- a) “Stella uprała 5 par skarpet. Kiedy wyjęła je z pralki jednej skarpetki brakowało. Ile skarpet Stella wyjęła z pralki?”
- b) “Piotr ma 40 kart. Jeśli Alex straci 10 kart, będzie miał tyle samo kart co Piotr. Ile kart ma Alex?”
- c) “Rodzina ma 3 dzieci. Każde dziecko pije po dwie szklanki mleka każdego dnia. Ile szklanek mleka wypije cała rodzina przez 10 dni?”
- d) Aby zrobić 4 torebki na szydełku potrzebnych jest 6 motków nitki. Ile motków potrzebujesz, żeby zrobić 20 torebek?
- e) Sara otrzymała 24 euro jako prezent, Marta otrzymała 6 euro mniej. Ile pieniędzy mają obie dziewczynki?

Te trudności związane są z rozumieniem i rozwiązywaniem zadań z treścią.

### 3.2. Dziedzina poznawcza i dziedzina matematyki

Obszar trudności zidentyfikowany za pomocą kwestionariusza B2 jest powiązany z dziedziną arytmetyki. W szczególności trudności są związane z rozwiązywaniem zadań z treścią. Zatem rozumowanie jest zaangażowanym obszarem poznawczym.

### 3.3. Cele edukacyjne

Narzędzie interwencyjne ma na celu pomóc uczniom w rozwiązywaniu problemów, przedstawiając im strategię podejścia (metody heurystyczne).

### 3.4. Adresowanie do ucznia/klasy

Narzędzie interwencyjne jest skierowane do klasy.

### 3.5. Zajęcia edukacyjne: Narzędzie interwencyjne

Nauczyciel przedstawia problem i wyjaśnia kilka kroków praktycznej metody rozwiązywania zadań z treścią (COSMOS). Czasami zastosowanie metod heurystycznych może pomóc w znalezieniu rozwiązania problemu.

- Circle (zakreśl)
- Organize (uporządkuj)
- Sketch (naszkić)
- Mind guess (zgadnij)
- Operate (działaj)
- Scan (przejrzyj)

*W poniedziałek Marysia zaczęła czytać 120-stronicową książkę. Jeśli przeczyta 38 stron w poniedziałek i 25 stron we wtorek, ile stron zostanie jej do przeczytania?*

Do rozwiązania tego problemu nauczyciel na tablicy pokazuje zastosowanie kolejnych kroków metody.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

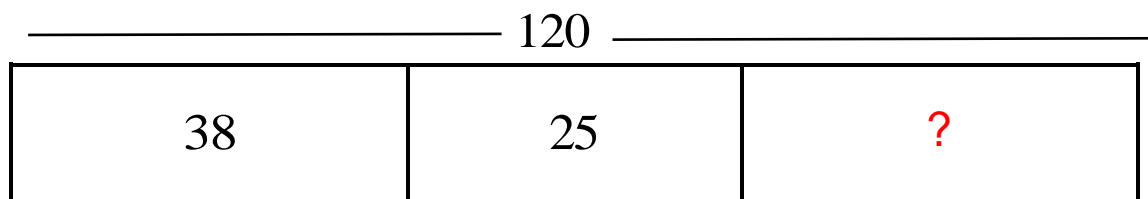
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

W poniedziałek Marysia zaczęła czytać 120-stronicową książkę. Jeśli przeczyta 38 stron w poniedziałek, 25 stron we wtorek, ile stron zostanie jej do przeczytania?

?



$$\begin{array}{r} 38 \\ + 25 \\ \hline 63 \end{array}$$

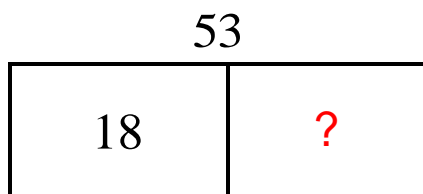
$$\begin{array}{r} 120 \\ - 63 \\ \hline 57 \end{array}$$

Uzasadnienie:  $38 + 25 + 57 = 120$

Karolina ma 18 euro. Szymon dał jej kilka euro więcej. Teraz ma 53 euro. Ile euro dał jej Szymon?

?

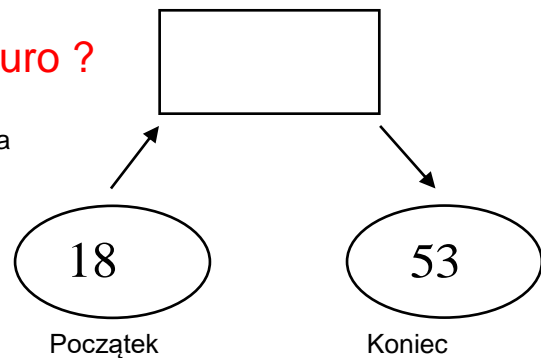
Pierwszy sposób



Drugi sposób

+ euro ?

reszta



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

$$18 + \boxed{?} = 53$$

$$53 - 18 = \boxed{?}$$

Rozwiązanie:

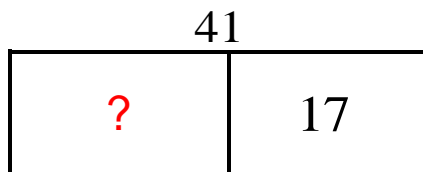
$$18 + \boxed{35} = 53$$

Nauczyciel prezentuje inne przykłady rozwiązane przy użyciu tej samej strategii.

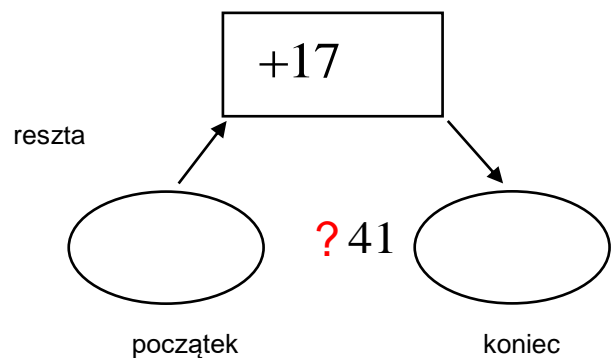
Marysia miała kilka euro. Nick dał jej 17 euro. Teraz Marysia ma 41 euro. Ile pieniędzy miała Marysia na początku?

?

Pierwszy sposób



Drugi sposób



$$\boxed{?} + 17 = 41$$

$$41 - 17 = \boxed{?}$$

Rozwiązanie:

$$\boxed{24} + 17 = 41$$



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Jurek i Krzyś mieli razem 76 euro. Jurek dostał 3 razy więcej niż Krzyś. Ile mniej pieniędzy dostał Krzyś

?

Pierwszy sposób

George				
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>				
Chris				
				76

$76 \div 4 = 19$

$2 \times 19 = 38$        $19 + 57 = 76$

Drugi sposób

Chris	razy	George		
?3?	×		→	
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>				
				76

$19 \times 3 = 57$

3 balony kosztowały 9 euro. Ile będzie kosztować 11 balonów?

3 balony	$\xrightarrow{\times 3}$	9 €
11 balonów	$\xrightarrow{\times 3}$	? €

$11 \times 3 = 33$

Na koniec nauczyciel daje uczniom zestaw problemów/zagadnień do indywidualnego zastosowania procesu.

#### 4. Bibliografia

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141.  
<https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] Workshop with Dr. Giannis Karagianakis in International Congress of math learning difficulties, in Lisbon, 7,8/02/2020
  - [3] Black, P., &Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 21(1), 5-31.
  - [4] Black, P., &Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. Assessment in education, 5(1), 7-74.
  - [5] Wiliam, D. (1999). Formative assessment in mathematics Part 2: feedback. Equals: Mathematics and Special Educational Needs, 5(3), 8-11
  - [6] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>)
  - [7] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.