



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Materiały do pracy z uczniami

Konstruowanie znaczenia zmiennej i wyrażeń z jedną zmienną

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą wspierania pamięci w arytmetyce, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	"dlaczego" się uczyć	"czego" się uczyć	"jak" się uczyć
Dostęp	Wzbudzanie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszające 	Postrzeżenie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśnij słownictwo i symbole • Wyjaśnij składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowanie	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwiał zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AI_{NuSet} może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozprasające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżnianiu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

W celu scharakteryzowania trudności uczniów w geometrii odwołujemy się do następujących elementów twierdzenia Karagiannakisa i współpracowników (tab. 1), które dotyczyły pamięci w wyszukiwaniu faktów geometrycznych i przetwarzaniu geometrycznym: wyszukiwanie faktów geometrycznych, zapamiętywanie twierdzeń, zapamiętywanie hipotez i tezy, na których się koncentrujemy.

Tabela 1: Model Karagiannakisa i współpracowników: dziedziny czterotorowego modelu i zestawu umiejętności matematycznych związanych z każdą z nich

dziedzina matematyki	Umiejętności matematyczne związane z daną dziedziną
liczby	Dokładne oszacowanie małej liczby obiektów (do 4); szacowanie przybliżonych ilości; umieszczanie liczb na osiach liczbowych; operowanie symbolami arabskimi; transkodowanie liczby z jednej reprezentacji na drugą (rzymskie-arabskie-werbalne); świadomość zasad liczenia
pamięć	Przypominanie sobie faktów; dekodowanie terminologii (licznik, mianownik, równoramienne, równoboczne); zapamiętywanie twierdzeń i wzorów; płynne wykonywanie obliczeń w myślach; zapamiętywanie procedur i śledzenie kroków
rozumowanie	Uchwycenie pojęć, idei i relacji matematycznych; zrozumienie wielu etapów złożonych procedur / algorytmów; uchwycenie





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

	podstawowych zasad logicznych (warunkowość – „jeśli ... wtedy” stwierdzenia - przemienność, inwersja); uchwycenie semantycznej struktury problemów; (strategiczne) podejmowanie decyzji; uogólnienie
wizualizacja przestrzenna	Interpretacja i wykorzystanie przestrzennej organizacji reprezentacji obiektów matematycznych (na przykład liczby w notacji dziesiętnej, wykładniki, figury geometryczne 2D i 3D lub obroty); umieszczanie liczb na osi liczbowej; mylenie cyfr arabskich i symboli matematycznych; wykonywanie pisemnych obliczeń; interpretacja wykresów i tabel

2)
Europejski projekt FasMed,

który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów” (Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy ucznia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

	Gdzie zmierza uczeń	Gdzie uczeń jest teraz	Jak tam dotrzeć
Nauczyciel	1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów	3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy
Rówieśnik	Zrozumienie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu	4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem	
Uczeń	Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki	

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategie oceny kształtującej i funkcje technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

“(1) *arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość);*

(2) *arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);*



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

(3) *arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji*”.

Autorzy zidentyfikowali strategie informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. [...] Strategie powtórzenia i przeformułowania [...] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej [...] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu [...] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

3. Opis projektu

3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Wykrywamy trudności w następującym punkcie B2:

Jeśli $a = 3$, jaka jest wartość $2a + 1$?

Jeśli $x = -4$, jaka jest wartość $24 / x$?

Trudności te są związane ze znaczeniem zmiennej i jej zróżnicowania w zależności od tej zmiennej

3.2 Obszar poznawczy i dziedzina matematyki będąca przedmiotem badania



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Obszar trudności opisany za pomocą kwestionariusza B2 jest powiązany z dziedziną algebry. W szczególności trudności związane są z rozumieniem pojęcia zmiennej i zakresem zmiennej warunkowanym tą zmienną. Zatem zrozumienie jest głównym celem poznawczym (tabela 1).

Tabela 1: Zaobserwowane trudności są związane z prawidłowym zrozumieniem działu, którym jest algebra.

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
zapamiętywanie			
rozumowanie			Jeśli $a = 3$, jaka jest wartość $2a + 1$? Jeśli $x = -4$, jaka jest wartość $24 / x$?
wizualizacja przestrzenna			

3.3 Cele edukacyjne

Materiał ten ma na celu wyjaśnienie znaczenia zmiennej i jej zakresu

3.4 do kogo jest skierowane- do ucznia / klasy

Materiał może być zrealizowany z całą klasą wykorzystując metodę włączającą.

3.5 Działania edukacyjne

Sekwencje nauczania mają na celu rozwiązanie określonych trudności w uczeniu się w perspektywie włączającej. Ćwiczenia nie mają być zwykłymi ćwiczeniami. Zamiast tego odgrywają rolę treningu poznawczego. W treningu poznawczym uczeń wykonuje serię ćwiczeń skupionych na tej samej treści matematycznej. Aby uzyskać powtarzającą się sekwencję, stosuje się ICT.

Dynamiczne zaprezentowanie zmiennej i wyrażenia zakresu tej zmiennej.

Pierwsza idea w projektowaniu działań opiera się na wykorzystaniu oprogramowania AlNuSet (patrz <http://www.alnuset.com/en/alnuset>). AlNuSet został zaprojektowany dla uczniów szkół średnich (w wieku od 12-13 do 16-17 lat) i obejmuje trzy płaszczyzny poznawcze, które są ściśle ze sobą zintegrowane: algebra liniowa, symbolika matematyczna i płaszczyzna kartezjańska czyli układ współrzędnych. Opiszemy cechy algebry liniowej, wykonując następujące ćwiczenie, które wspierają sformułowania algebraicznych pojęć zmiennej i zakresu zmiennej zależnego od tej zmiennej u uczniów z trudnościami w uczeniu się matematyki MLD (Robotti, E. 2016; Robotti E., Baccaglioni-Frank A., 2017).

W algebrze liniowej można umieszczać zmienne i zakresy które od nich zależą. Aby to zrobić, użytkownik musi wpisać literę, na przykład „x”, a na linii pojawi się punkt ruchomy. Punkt może różnić się w ramach wybranego zbioru liczb (naturalnych, całkowitych, wymiernych lub rzeczywistych), a zmienność może być kontrolowana bezpośrednio przez użytkownika poprzez przeciąganie. Ta cecha została zaprojektowana w taki sposób, aby można było zauważyć ważne aspekty pojęcia zmiennej. Ponadto można przedstawić wyrażenia algebraiczne zależne od wybranej



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

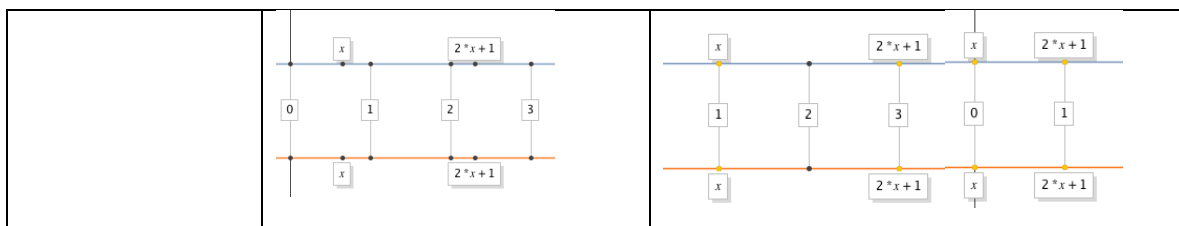
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

zmiennej, na przykład $2x + 1$. Na to wyrażenie zależne nie można działać bezpośrednio, ale będzie się ono zmieniać, gdy x zostanie przeciągnięte. Wyrażenie algebraiczne zmienia pozycje w wierszu odpowiadającym wartościom, gdy zmienna zależna przyjmuje wartość, do której jest przeciągnięta (Rysunek 1).

Rysunek 1. Ruch zmiennej x na prostej algebraicznej powoduje ruch wyrażenia zależnego $2x + 1$ na prostej.



Zauważamy, że opisane funkcje pokazują różne rozwiązania (Zasada UDL 1) i mają na celu wspieranie użytkownika w zadaniach algebraicznych związanych z zakresem zmiennej, na podstawie modelu, na którym można to pokazać (Zasada UDL 2). Mediacja może odbywać się dzięki kanałom wizualnym i kinestetycznym, bez konieczności stosowania wizualnych środków werbalnych (język pisany). Konstrukcja koncepcji zrealizowana w ten sposób może pozwolić uczniom, a zwłaszcza uczniom z MLD (trudnościami i zaburzeniami w nauce matematyki), znaleźć odniesienia do mnemotechnik, które są odpowiednie dla ich stylu poznawczego. To pozwala im zacząć używać reprezentacji podstawowych pojęć algebraicznych w grze i być może zapisać je w pamięci długotrwałej, co jest bardziej efektywnym sposobem zdobywania wiedzy.

Dzięki wsparciu oprogramowania AINuSet, nauczyciel może łatwiej prowadzić dyskusję wśród uczniów klasy w celu określenia pojęcia zmiennej.

W rzeczywistości może poprosić uczniów, aby przesunęli x wzdłuż linii i odpowiedzieli na następujące pytania: „Co możesz zaobserwować?”, „Jak interpretujesz to, co się dzieje?”

Ponadto nauczyciel może również prowadzić dyskusję wśród uczniów w celu określenia wyrażenia w zależności od zmiennej x .

Dlatego nauczyciel prosi uczniów o cyfry $2x + 1$ w edytorze linii algebraicznej i rozpoczyna dyskusję, zadając następujące pytanie: „Co dzieje się na prostej?”

„Jak interpretujesz, co dzieje się z wyrażeniem algebraicznym $2x + 1$?”

Interesujące mogłoby być również stawianie hipotezy bez dynamicznego wsparcia AINuSet.

Dlatego nauczyciel mógłby zapytać uczniów: „Jeśli $x = 3$, jak myślisz, jaka będzie wartość wyrażenia $2x + 1$? Postaw swoją hipotezę, porównaj ją z kolegami z klasy, a następnie zweryfikuj ją na osi w programie AINuSet”.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Dyskusja (prowadzona przez nauczyciela) na temat tego, co uczniowie obserwują na osi i jak mogą to zinterpretować w sposób algebraiczny, pozwala uczniom poznać znaczenie zmiennej i wyrażenia ze zmienną.

W zakresie oceniania kształtującego wdrażana jest strategia 2 (dyskusje w klasie). Podczas dyskusji uruchamiane są strategie 5 i 4, ponieważ uczniowie mogą interweniować, aby wyrazić swoje wątpliwości (stając się w ten sposób osobami odpowiedzialnymi za własną naukę) lub udzielić wyjaśnień swoim kolegom (stając się w ten sposób źródłem wiedzy dla nich). Nauczyciel i rówieśnicy mogą przekazać uczniowi informację zwrotną, aktywując w ten sposób strategię 3.

Przedstawienie relacji między zmienną a wyrażeniem zależnym od takiej zmiennej w układzie współrzędnych i w układzie równań

Rozważmy tabelę określającą relację między zmienną „ x ” a wyrażeniem $2x + 1$.

x	$2x+1$
1	
2	
3	
0	
-1	
-4	

Nauczyciel prosi uczniów o wyliczenie wartości wyrażenia $2x + 1$ zaczynając od wartości 1

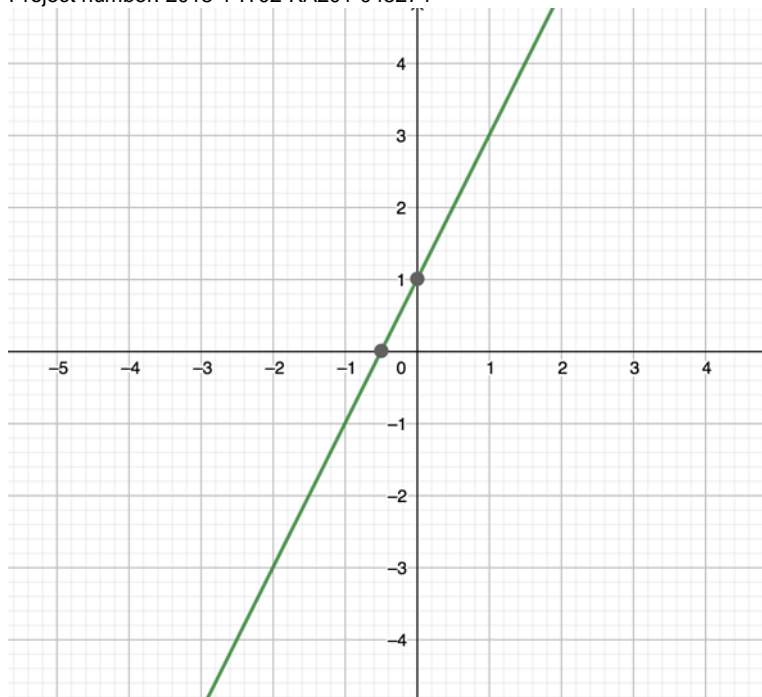
x	$2x+1$
1	$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$
2	$2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$
3	$2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$
0	$2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
-1	$2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$
-4	$2 \cdot (-4) + 1 = -8 + 1 = -7$

Nauczyciel prosi uczniów o narysowanie działania w układzie współrzędnych





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

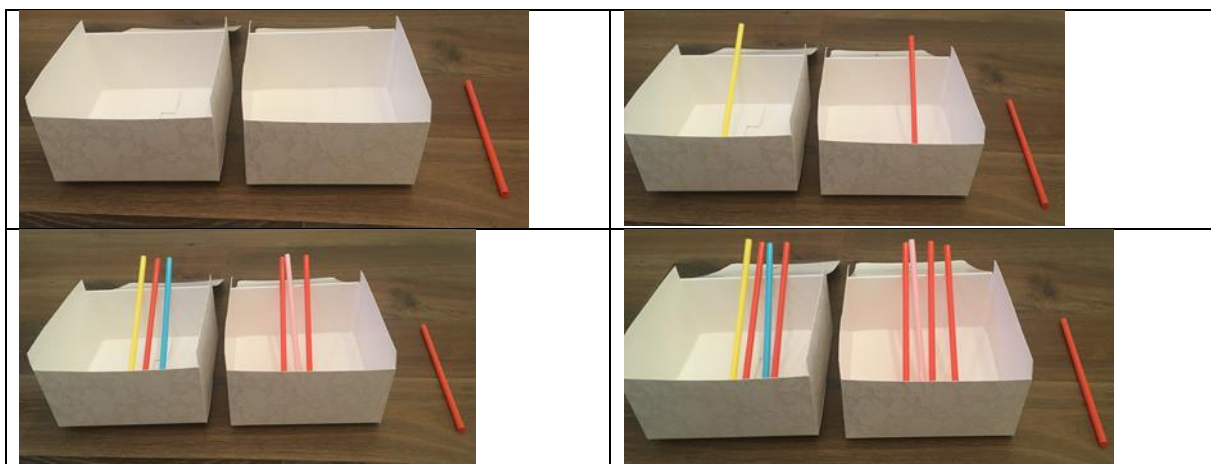


Nauczyciel prowadzi dyskusję na temat relacji między x a wyrażeniem $2x + 1$, zarówno poprzez reprezentację geometryczną (w układzie współrzędnych), jak i działanie algebraiczne w układzie równań, tak aby uczniowie mogli przejść od kodu do procesu transkodowania.

Konkretne przedstawienie zmiennej i wyrażenia zależnego od takiej zmiennej

Nauczyciel prezentuje dwa identyczne pudełka (każde reprezentuje x) i 1 słomkę (stała) (Rysunek 2). Zmieniając liczbę słomek w pudełkach (to samo dla obu, czyli zmieniając wartość zmiennej), zmienia się suma słomek (zmieniając wartość wyrażenia w zależności od takiej zmiennej).

Rysunek 2: Zmiana wartości wyrażenia $2x + 1$ poprzez zmianę liczby słomek w pudełkach (x)



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Znaczenie „zmiennnej” i „wyrażenia zależnego od takiej zmiennej” w algebrze konstruowane jest w sposób spostrzegawczy poprzez manipulację konkretnymi przedmiotami.

Dyskusja poprzez wytyczne UDL na temat wyżej wymienionych działań

Zauważamy, że ten sam cel edukacyjny, jakim jest konstruowanie znaczenia „zmiennnej” i „ekspresji zależnej od takiej zmiennej” w algebrze, jest traktowany na różne sposoby, działając zgodnie z trzema zasadami UDL (Tabela 7, nasze komentarze na czerwono ilustrują związek między zasadami a naszymi działaniami).

Tabela 7. Analiza wytycznych UDL w odniesieniu do zaproponowanych ćwiczeń

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczę	“czego” się uczę	“jak” się uczę
Dostęp	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozprasające 	Postrzeganie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych Prezentacja informacji w różnorodny sposób	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli Sprzyja temu dynamiczna akcja dzięki zastosowaniu oprogramowania i manipulowanie przedmiotami <ul style="list-style-type: none"> • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu Sprzyja temu wizualizacja różnych rejestrów w tym samym czasie (na przykład na osi algebraicznej zmienna jest punktem ruchomym na linii i jest oznaczona znakiem x)	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności Sprzyja temu stosowanie terminów, które są alternatywą dla formalnych nazw w odniesieniu do terminów matematycznych. Takie alternatywne terminy przypominają znaczenie, które zostało skonstruowane przez uczniów. Na przykład uczniowie, którzy pracowali z $\mathbb{A}lNuSet$, chętnie mówią o „ruchomym punkcie”, gdy odnoszą się do zmiennej. Ponadto w działaniach zapewnione są wirtualne lub konkretne manipulacje matematyczne. Na przykład przeciągnięcie ruchomego punktu może pomóc w wizualizacji, że zmienna może mieć różne wartości na osi liczbowej. <p>Niektóre działania związane z tą zasadą to:</p> <ul style="list-style-type: none"> - prośba o odczytanie tabeli za pomocą $\mathbb{A}lNuSet$ (do transkodowania z tabeli do $\mathbb{A}lNuSet$) - prośba o odczytanie $\mathbb{A}lNuSet$ za pomocą tabeli (w celu transkodowania $\mathbb{A}lNuSet$ do tabeli)
Stosowanie	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję Strategie oceniania kształtującego, o których mowa w części 2, mogą pomóc w samoocenie i refleksji. Mówiąc dokładniej, nauczyciel może udzielać różnego rodzaju informacji zwrotnych.	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeżenie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwiał zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

4. Bibliografia



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- 1) Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- 2) Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. *ZDM Mathematics Education*.
- 3) Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. *Proceedings of CERME 10*, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949286, pp. 3460-3467.
- 4) Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.
- 5) Robotti E., Baccaglini-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In *Innovation & Technology. Series Mathematics Education in the Digital Era*, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.
- 6) Robotti E., (2016). Designing innovative learning activities to face up to difficulties in algebra of dyscalculia students: how exploit the functionality of AINuSet. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks - Potential and pitfalls*. A. Baccaglini-Frank, A. Leung (eds), Springer Publisher.

