



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Materiały do pracy z uczniami

Modelowanie problemu z wykorzystaniem umiejętności logiczno-matematycznych

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą zrozumienia prostych zasad i zastosowania ich przy rozwiązywaniu zadań z algebry, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczę	“czego” się uczę	“jak” się uczę
Dostęp	Wzbudzanie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszające 	Postrzeganie: <ul style="list-style-type: none"> Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> Zwiększ znaczenie celów i zadań Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie Wspieraj współpracę i poczucie przynależności Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> Wyjaśniaj słownictwo i symbole Wyjaśniaj składnię i budowę zdań Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli Propaguj zrozumienie w różnych językach Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> Używaj różnorodnych metod komunikacji Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowanie	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami Rozwijaj samoocенę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> Uaktywniaj lub zapewniaj posiadaną wiedzę podstawową Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów Wspieraj planowanie i rozwój strategii Ułatwiaj zarządzanie informacjami i zasobami Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

instrukcje. [...] " Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AlNuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozpraszające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżnianiu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Teoretyczne ramy uczenia się rozumowania matematycznego

„Matematyka jest ważna, ale to także opowieść. Rozumowanie matematyczne opiera się na formułach i obliczeniach, ale jeszcze bardziej w argumentacji, w której prowadzimy uczniów do rozumowania i refleksji, konfrontacji i zadawania sobie pytań, a dzięki tej metodzie często uczą się, nawet nie zdając sobie z tego sprawy ”

„Środowisko uczenia się musi dotyczyć wymiaru organizacyjnego (zarządzanie przestrzenią, wyposażeniem, czasem), dydaktycznego, relacyjnego (pozytywny klimat uczenia się i wspólne zasady zachowania). W każdym wieku, jeśli uczniowie nie są przyzwyczajeni do klótni, kilka pierwszych razy, gdy są o to proszeni, są zdezorientowani, zdezorientowani, nie rozumieją celu prośby. ”

„Nauczyciel musi mieć możliwość ciągłego stymulowania ich do dyskusji i porównywania, ponieważ tylko, argumentując, uczysz się klócić ”..... argumentowanie na zajęciach jest również bardzo ważne, aby dać możliwość słuchania do argumentów innych i weź punkty słabe i mocne każdego ucznia. Klócenie się, wyjaśnianie, dlaczego tak się dzieje, również znacznie wzmacnia wiedzę o bardziej szczegółowych aspektach treści, o których w przeciwnym razie szybko się zapomina

...”(Tiziana Bonasso, University of Turin, Italy, “Atti del convegno: 8 ottobre 2015” – “Contare e ... raccontare, imparare matematica attraverso il dialogo e il confronto”).

Odkąd człowiek stał się samoświadomy, zawsze próbował modelować rzeczywistość; to od nas, nauczycieli, zależy, czy potrafimy przekazać smak i radość z robienia tego.

Poniższe ćwiczenia dotyczą życia codziennego, rodziny, klasy i grupy uczniów, rozwiniętego rozumowania i intuicji uczniów, zdobycia świadomości i dobrych umiejętności racjonalnych i logicznych w matematyce, bardzo przydatnych przy rozwiązywaniu problemów.

Stosując teorię matematyczną do świata rzeczywistego, oprócz pobudzania zainteresowania, promuje aktywne uczenie się, pomaga traktować naukę jako odkrycie i sprzyja zrozumieniu pojęć matematycznych. Dziś można zaproponować elementarne podejście do modelowania matematycznego, ponieważ szkoła, częściowo dzięki wsparciu nowych technologii.

¹ The items are taken from the interactive list at <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Proces ten pozwala dzieciom docenić potencjał języka matematycznego i zapewnia im klucz do przyswojenia teorii ze świadomością. Odkrywają, że dzięki abstrakcji matematycznej ten sam model jest w stanie przedstawić wiele zjawisk, nawet bardzo różniących się od siebie. Ponadto narzędzia i techniki można dostosować lub zmontować w celu obsługi nowych problemów. Trochę jak z konstrukcjami Lego, gdzie kilka podstawowych elementów pozwala na realizację bardzo różnorodnych konstrukcji, nawet bardzo skomplikowanych. "

„Przewodnią ideą odnowy jest wypracowanie eksperymentalnego podejścia do matematyki, podkreślając jej kluczową rolę w modelowaniu nauk stosowanych.

Model matematyczny rzeczywistego zjawiska (lub problemu) to proces racjonalizacji, którego celem jest zapewnienie syntetycznego i obiektywnego opisu. W ten sposób można badać zjawisko, możliwie kontrolować je i przewidywać jego ewolucję. W ostatnich latach dyfuzja i pojawienie się coraz bardziej zaawansowanych i wyrafinowanych narzędzi obliczeniowych i graficznych dało silny impuls do rozwoju modeli matematycznych nawet w „nietradycyjnych” dyscyplinach.

(P. Brandi, R. Ceppitelli, A. Salvadori, University of Perugia, Italy, “Introduzione elementare alla modellizzazione matematica”, 2002)

“Model matematyczny pozwala opisać zachowanie szerokiego zakresu zjawisk i systemów w przyrodzie i społeczeństwie. Dzięki symulacjom pozwalają nam przewidywać ewolucję takich systemów bez faktycznego testowania ich w rzeczywistym świecie. W ten sposób jest nie tylko tańszy, bezpieczniejszy i szybszy, ale także pomaga rozwinąć umiejętności krytycznego i analitycznego myślenia u uczniów. Po wygenerowaniu modelu wstępnego można łatwo rozważyć kilka scenariuszy, wprowadzając niewielkie zmiany w modelu”. (J. A. Conejero)

3. Opis projektu

Mamy dużo trudności w następującym ćwiczeniu kwestionariusza B2:

Q3Ar2. Przedstaw w formie algebraicznej następującą grę: „Pomyśl o liczbie, podwój ją, dodaj 4, podziel przez 2, usuń liczbę, o której myślałeś”. Jeśli wykonasz grę, otrzymasz wynik 2: dlaczego?

3.1. Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Narzędzie interwencji przedstawiono w odniesieniu do konkretnego problemu wykrytego przez kwestionariusz B2. Sekwencja wskazań pomaga w konstruowaniu matematycznego modelu odniesienia, ale wynik nie jest natychmiastowy, zawsze istnieje logiczne powiązanie ze znaczeniem obliczenia. Konieczne jest wyjaśnienie nam pojęcia liczby. Kieran (1996) zaproponował model aktywności algebraicznej, który kilka lat później posłużył jako podstawa definicji myślenia algebraicznego we wczesnych klasach - definicji, która nie opierała się na zastosowaniu litery-symboliki (Kieran 2004): „ Myślenie algebraiczne we wczesnych klasach obejmuje rozwój sposobów myślenia w ramach czynności, w których litera-symbolika może być wykorzystywana jako narzędzie, lub alternatywnie w czynnościach, które można by wykonywać bez użycia litery symbolicznej w



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

ogóle, na przykład analizując relacje między ilościami, dostrzeganie struktury, badanie zmian, uogólnianie, rozwiązywanie problemów, modelowanie, uzasadnianie, dowodzenie i przewidywanie. (str. 149). ”

3.2. Obszar poznawczy i dziedzina matematyczna zainteresowań

Obszar trudności zidentyfikowany za pomocą kwestionariusza B2 jest powiązany z dziedziną arytmetyki - rozumowanie (tabela 1)

Tabela 1: Wykryte trudności są związane z rozumowaniem arytmetyki

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
Pamięć			
Rozumowanie	Q3Ar2		
Wizualizacja przestrzenna			

3.3. Cele edukacyjne

To narzędzie interwencyjne pozwala nauczycielowi poprawić poznawczy obszar rozumowania w arytmetyce na podstawie bardzo prostych przykładów, które pozwalają zrozumieć problem w krótkim fragmencie.

3.4. Adresowanie do Ucznia / klasy

Narzędzie interwencji może być skierowane do wszystkich klas. Nauczyciel grupuje uczniów na podstawie ich różnych poziomów kompetencji i angażuje ich w werbalizację reguł gry

3.5. Działania edukacyjne: narzędzie interwencji

W tej sekcji działania edukacyjne są opisane krokami.

1. Nauczyciel daje uczniom te same ołówki, kulki lub małe przedmioty i prosi uczniów, aby postępowali zgodnie ze wskazówkami w grze, korzystając z dostępnych przedmiotów.

a) Pomyśl o liczbie (w tym przypadku liczba odpowiada liczbie wybranych piłek), na przykład uczeń przewiduje 3 piłki: $\otimes \otimes \otimes$

b) Podwój to: $\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes$

c) Dodaj 4: $\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes + \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes = \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes$

d) Podziel przez 2: $(\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes) (\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes)$

e) Weź pod uwagę tylko jedną grupę

f) Usuń liczbę, o której myślałeś: $\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes - \otimes \otimes \otimes = \otimes \otimes$

g) Wynik to: $\otimes \otimes$

2. Teraz nauczyciel proponuje uczniom, zawsze podzielonym na grupy, wypróbowanie gry z innymi liczbami

początkowymi, używając kolorowych ołówków w pudełkach. Uczniowie postępują zgodnie z instrukcją i starają



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

się podać ostateczny wynik. Dając czas na rozwiązanie, grupa, która skończy jako pierwsza, otworzy dyskusję, aby wyjaśnić wynik.

a) Pomyśl o liczbie, na przykład uczniowie przewidują 2 piłki: $\otimes \otimes$

b) Podwój to: $\otimes \otimes \otimes \otimes$

c) Dodaj 4: $\otimes \otimes \otimes \otimes + \otimes \otimes \otimes \otimes = \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes$

d) Podziel przez 2: $(\otimes \otimes \otimes \otimes) (\otimes \otimes \otimes \otimes)$

e) Skoncentruj się na 1 grupie, która została $(\otimes \otimes \otimes \otimes)$

f) Usuń liczbę, o której myślałeś: $\otimes \otimes \otimes \otimes - \otimes \otimes = \otimes \otimes$

g) Wynik to: $\otimes \otimes$

3. Podsumowując, nauczyciel i uczniowie odkrywają, że wynik zawsze, biorąc pod uwagę również liczbę innych grup, będzie taki sam = $\otimes \otimes$

4. Nauczyciel proponuje teraz zmianę instrukcji (c) i zamiast dodawać 4, dodać 6 i powtórzyć grę, aby sprawdzić wynik.

a) Pomyśl o liczbie, na przykład uczniowie przewidują 3 piłki: $\otimes \otimes \otimes$

b) Podwój to: $\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes$

c) Dodaj 6: $\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes + \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes = \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes$

d) Podziel przez 2: $(\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes) (\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes)$

e) Weź pod uwagę już tylko jedną grupę

f) Usuń liczbę, o której myślałeś: $\otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes - \otimes \otimes \otimes = \otimes \otimes \otimes$

g) Wynik to: $\otimes \otimes \otimes$

5. Teraz nauczyciel proponuje uczniom, podzielonym na grupy, wypróbowanie gry z innymi liczbami początkowymi. Grupa, która skończy jako pierwsza, otworzy dyskusję, aby wyjaśnić wynik. Następnie można



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

otworzyć dyskusję między grupami w celu porównania uzyskanych wyników. Uczniowie, pracując razem, odkrywają, że efektem końcowym, z tą zmianą, będzie zawsze $\otimes \otimes \otimes$

6. Nauczyciel ponownie proponuje uczniom zmianę oznaczenia (c) i zamiast tego dodanie 6, dodanie 8 i wykonanie poprzednich kroków od a) do g) oraz następnego punktu dyskusji.

7. Jeśli żaden uczeń nie odkryje zasad ukrywania się, nauczyciel wskaże ścieżkę do wspólnej dyskusji i zostaną odkryte dwie rzeczy:

1) Liczby (kulki lub ołówki), które mają być użyte w (c) w tej grze, muszą być podzielne na dwie równe części, w rzeczywistości poprzez umieszczenie liczby, której nie można podzielić przez dwa, bile (lub ołówki) zabrane nie można podzielić na dwie równe grupy;

2) Wynik nie zależy od liczby wybranej w (a), ale w (c) i jest dokładnie równy jej połowie.

8. Podsumowując, po dyskusji z uczniami prowadzący proponuje przedstawienie uzyskanego wyniku symbolami. Nauczyciel dzieli tablicę na dwie równe części: po jednej stronie tablicy nauczyciel napisze grę krok po kroku, tak jak uczniowie, a drugą połowę tablicy zapisze grę w języku matematycznym:

$$\frac{2n + N}{2} - n = \frac{2n}{2} + \frac{N}{2} - n = n + \frac{N}{2} - n = \frac{N}{2}$$

gdzie: n = liczba myśli

N = liczba dodana

9. Nauczyciel zaprasza uczniów do zaproponowania gry znajomym lub rodzinie.

4. Dyskusja w oparciu o wytyczne UDL dotyczące powyższych działań



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Zwracam uwagę, że ten sam cel edukacyjny „zabawy” liczbami jest realizowany na różne sposoby, działając zgodnie z trzema zasadami UDL (tabela 7, na czerwono, moje komentarze, które ilustrują związek między zasadami a naszymi działaniami).

Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
<p>“czego” się uczę</p> <p>Postrzeganie:</p> <ul style="list-style-type: none"> Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych <p>Używanie zwykłych codziennych przedmiotów, które można znaleźć w sali lekcyjnej</p>	<p>“jak” się uczę</p> <p>Działania fizyczne:</p> <ul style="list-style-type: none"> Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających <p>Dotykanie przedmiotów wykorzystanych w ćwiczeniu</p>
<p>Język i symbole:</p> <ul style="list-style-type: none"> Wyjaśnij słownictwo i symbole Wyjaśnij składnię i budowę zdań Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli Propaguj zrozumienie w różnych językach Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu <p>Przedstawienie poleceń matematycznych za pomocą symboli</p>	<p>Ekspresja i komunikacja:</p> <ul style="list-style-type: none"> Używaj różnorodnych metod komunikacji Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności <p>Praca w grupie, dzięki której uczniowie odkrywają, że odkryta zasada działa</p>
<p>Rozumienie:</p> <ul style="list-style-type: none"> Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową (Praca z wykorzystaniem liczb) Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków (Zastosowanie prostych przedmiotów, które można dotknąć, aby kontynuować grę) Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację (praca w grupie umożliwia praktyczne wykorzystanie wiedzy i przewidywanie kolejnych rezultatów) 	<p>Funkcja wykonawcza:</p> <ul style="list-style-type: none"> Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów Wspieraj planowanie i rozwój strategii Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami Wzmocnij możliwości monitorowania postępów

5. Bibliografia

- [1] P.Brandi R.Ceppitelli A.Salvadori, Introduzione elementare alla modellizzazione matematica, (CD con software applicativo) Università degli Studi di Perugia (2002)
<http://matematica-old.unibocconi.it/brandi/modelli.htm>
- [2] J. Alberto Conejero, “Opinion article in the newspaper Levante-EMV on the International Day of Mathematics”, [Grado Matemáticas - UPV](http://www.gradomatematicas.com)
- [3] <https://www.mathplanet.com/education/algebra-1/discovering-expressions,-equations-and-functions/composing-expressions>
- [4] <https://www.mathsisfun.com/numbers/index.html>
- [5] <https://www.mathsisfun.com/algebra/index.html>
- [6] <https://www.homeschoolmath.net/teaching/teach-solve-word-problems.php>
- [7] <https://www.mathsisfun.com/place-value.html>
- [8] <https://www.mathsisfun.com/numbers/addition.html>
- [9] <https://www.mat.univie.ac.at/~neum/model.html>
- [10] <https://www.mathsisfun.com/algebra/mathematical-models.html>
- [11] <https://projectfenix1.wordpress.com/>
- [12] https://difima.i-learn.unito.it/pluginfile.php/8562/mod_resource/content/1/DIFIMA_8_ottobre_Abstract.pdf
- [13] <https://www.docsity.com/it/appunti-corso-apprendimento-matematico-di-passolunghi/4656437/>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

[14] C. Kieran, "Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?", *The Mathematics Educator* 2004, Vol.8, No.1, 139 - 151



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.