

Materiały do pracy z uczniami

Zrozumienie związku między ułamkami a procentami

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą związku między ułamkami a procentami, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczyć	“czego” się uczyć	“jak” się uczyć
Dostępn	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszcające 	Postrzeganie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworze	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowa	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocенę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na

Project Number: 2018-1IT02KA201048274

których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AlNuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozprasające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżnianiu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Europejski projekt FasMed, który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów” (Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy ucznia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

	Gdzie zmierza uczeń	Gdzie uczeń jest teraz	Jak tam dotrzeć
Nauczyciel	1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu Zrozumienie i dzielenie się	2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów	3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy

¹ The items are taken from the interactive list at <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>

Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Rówieśnik	zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu	4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem
Uczeń	Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategie oceny kształtującej i funkcje technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

“(1) arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość);

(2) arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);

(3) arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji”.

Autorzy zidentyfikowali strategie informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladowuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. [...] Strategie powtórzenia i przeformułowania [...] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej [...] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu [...] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.

Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

3. Opis projektu

3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Materiały do pracy z uczniem są prezentowane w związku ze specyficznymi trudnościami, które zostały ujawnione w zadaniach Q3 Ar3 kwestionariusza B2 :

4/5 zwierząt na farmie to krowy. Jaki procent (%) wszystkich zwierząt na farmie stanowią krowy? Przedstaw liczbę krów w postaci procentowej.

Ta trudność polegająca na zrozumieniu relacji między ułamkiem a procentem potwierdza brak umiejętności sprawnego rozumowania.

3.2 Obszar poznawczy i dziedzina matematyki

Zakres trudności wyodrębniony w kwestionariuszu B2 jest związany z dziedziną arytmetyki. W szczególności, trudność polega na zrozumieniu związku między liczbą ułamkową a procentem liczby. A zatem zaangażowane jest tutaj rozumowanie (tabela 1).

Tabela 1: Trudności związane są z obszarem poznawczym rozumowania i arytmetyki:

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
Pamięć			
Rozumowanie	Zadanie Q3Ar3: 4/5 zwierząt na farmie to krowy. Jaki procent wszystkich zwierząt na farmie stanowią krowy?		
Wizualno-przestrzenny			

3.3 Cele edukacyjne

Materiały do pracy z uczniem mają na celu pomoc w zrozumieniu relacji między ułamkiem a procentem.

3.4 Adresowane do ucznia/klasy

Materiały do pracy z uczniem to zestaw zadań, które mogą być wykonane przez całą klasę w perspektywie włączającej.

3.5 Zadania edukacyjne i materiały do pracy z uczniem

Kolejność nauczania jest pomyślana tak, aby zająć się specyficznymi trudnościami w uczeniu się w perspektywie włączającej. Zadania pełnią rolę treningu poznawczego. W szczególności uczeń jest naprowadzany na zrozumienie sensu, znaczenia całego zapisanego zadania (problem słów), znaczenia specyficznych terminów matematycznych przedstawionych w zadaniu i krok po kroku prowadzony do uchwycenia relacji matematycznych.

Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Pierwsza idea ułożenia tego zadania polega na propozycji pewnego rodzaju arkusza problemu związanego ze zrozumieniem znaczenia zadania. Nauczyciel pisze na tablicy tekst zadania podkreślając niektóre części zdania jak poniżej:

4/5 zwierząt na farmie to krowy. Jaki procent wszystkich zwierząt na farmie stanowią krowy?

Nauczyciel zachęca uczniów do dyskusji na temat:

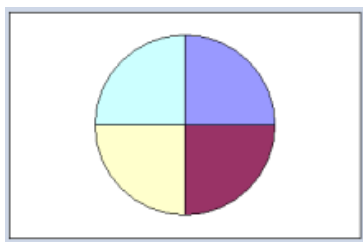
“Czy podkreślone części obu zdań odnoszą się do tego samego przedmiotu?”

“Co jest tym przedmiotem?”

“Czy ten przedmiot (wszystkie zwierzęta na farmie) można zdefiniować jako całość?”

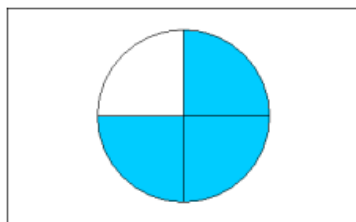
Dodatkowo nauczyciel może zaproponować dyskusję, która pomoże zobaczyć, zrozumieć ułamek jako część całości, używając przykładów z życia np.:

Dzielić się pizzą z przyjacielem oznacza zarządzać całością (pizzą) i ułamkiem (częścią pizzy, którą damy przyjacielowi). Pizzę możemy przedstawić jako koło podzielone na cztery równe części (rys 1):



Rysunek 1

Każda część reprezentuje ćwiartkę całej pizzy albo $\frac{1}{4}$ całości. Można tutaj przypomnieć, zwrócić uwagę uczniów, że ułamek, którego licznikiem jest 1 jest ułamkiem jednostkowym i reprezentuje jedną zacienioną część wszystkich równych części tej całości. W tym przykładzie $\frac{1}{4}$ jest ułamkiem jednostkowym. Podobnie, $\frac{3}{4}$ pizzy oznacza rozdzielenie pizzy na cztery kawałki i wzięcie trzech z nich, jak pokazuje rys 2.:



Rysunek 2

Rozważane tu trzy części tej całości są równoważnością trzech czwartych ułamka $\frac{1}{4}$. Te trzy części w sumie reprezentują nowy ułamek jako $\frac{3}{4}$:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

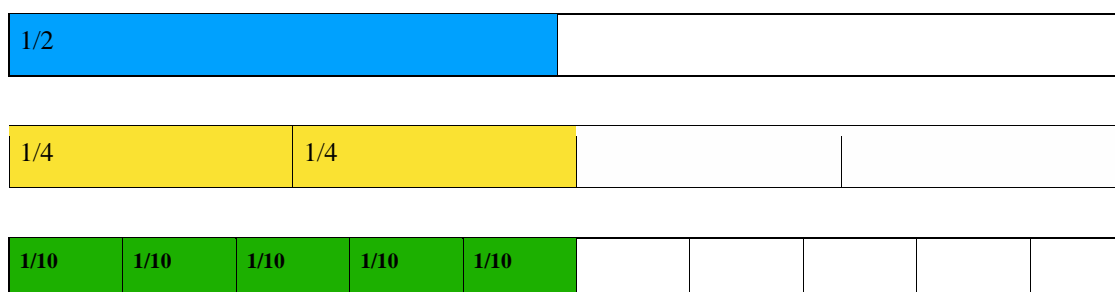


Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Jak widać w przykładzie na rysunku 2, nauczyciel może podkreślić, zwrócić uwagę uczniom, że **liczba ułamkowa** może być interpretowana jako **operator** dzielący całość na równe części i biorący pod uwagę kilka z nich.

Wracając do zadania o zwierzętach na farmie, nauczyciel prosi uczniów by wyszukali w jego treści terminy matematyczne takie jak $\frac{4}{5}$, konkretny ułamek i słowo "procent" (z łac. per centum, tzn. przez sto), zwykle przedstawione w języku matematycznym symbolem "%".

Jeśli chodzi o ułamki, to na tym poziomie istotne będzie powtórzenie znaczenia **równoważnych liczb ułamkowych**. Nauczyciel prowadzi dyskusję o liczbach i ich graficznych reprezentacjach tak, by uczniowie mogli przejść od kodu do innych (proces transkodowania). Przedstawiony na arkuszu pomocy poniższy model matematyczny (rysunek 3) składa się z trzech pasków: każdy z nich z podstawowym kryterium, jednakową długością i jednostką miary (skala modelu). Ważne jest, by skupić uwagę uczniów na podstawowym kryterium modelu, co pozwoli porównać jednostki ułamkowe na każdym pasku:



Rysunek 3 Sprawdzenie znaczenia równoważnych liczb ułamkowych

Bazując na wyżej wspomnianych kryteriach uczniowie widzą, jak liczby ułamkowe przedstawione na rysunku 3: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ i $\frac{5}{10}$ reprezentują tę samą liczbę $\frac{1}{2}$. Pytanie uczniów o dodanie innych przykładów ułamków równoważnych, uczniowie pokazują, że uchwycili znaczenie ułamków równoważnych. Ponadto nauczyciel prosi uczniów o sformalizowanie sposobu, metody uzyskania ułamków równoważnych. Dyskusja (prowadzona przez nauczyciela) o tym, co uczniowie zaobserwowali w rysunku 3 i jak interpretują to w arytmetyczny sposób, pozwala uczniom skonstruować znaczenie liczb ułamkowych jako części całości i ułamków równoważnych.

Pod względem oceny formatywnej, aktywowana jest strategia 2. W czasie dyskusji uaktywniają się strategie 4 i 5 bowiem uczniowie mogą interweniować, aby wyrazić swoje wątpliwości, (zatem sami się uczą) lub wyjaśniać kolegom (zatem stają się źródłem wiedzy dla swoich kolegów).

Nauczyciel i rówieśnicy mogą przekazać opinię uczniowi, a zatem aktywują strategię 3. Szczególną uwagę należy skierować na procent i jego znaczenie. Nauczyciel może podać przykład 2% prosząc o znalezienie jego odpowiednika jako ułamka o mianowniku 100, co może być również wyrażone jako "setna"/"setne".

Konstruowanie relacji między ułamkami i procentami przy użyciu przedmiotów wizualnych.

Aby umożliwić uczniom skonstruowanie związku pomiędzy ułamkami a procentami nauczyciel proponuje użycie reprezentacji wizualnej i prosi uczniów o narysowanie (najlepiej na papierze w kratkę) całości używając jako reprezentacji kwadratu o długości i szerokości równej 10 jednostkom boku kwadratu (rysunek 4a). Łatwiej będzie uczniom zinterpretować całość równą 100 kwadracikom. Kratkowany papier przedstawia kratkę graficzną (rysunek 4b) nakładającą się i dzielącą na 100 równych części całość.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

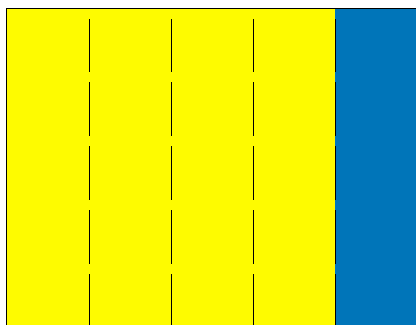


Figure 4a: a square that represents the whole in hundred

Rysunek 4a: kwadrat reprezentuje całość w 100 częściach

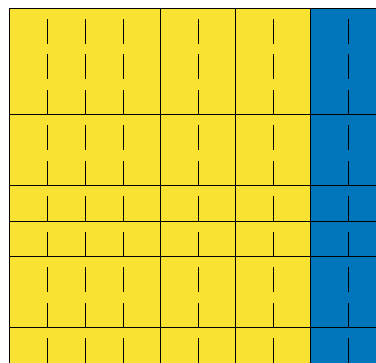


Figure 4b: the whole is divided equal parts

Rysunek 4b: całość jest podzielona na równe części

A zatem nauczyciel pokazuje 2 jednakowe kwadraty, każdy z nich podzielony na 100 części, przedstawiając w żółtym kolorze różne części całości (rysunek 4c i 4d):

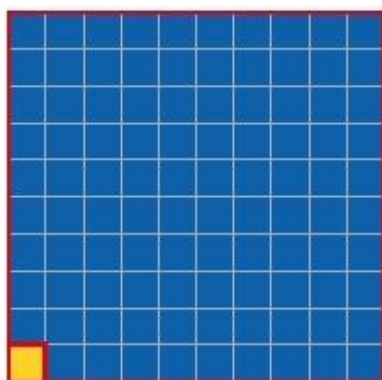


Figure 4c: the yellow quantity= 1 paper square
Rysunek 4c: część żółta=1 kwadracik na kartce

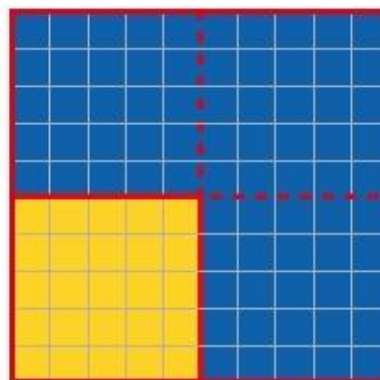


Figure 4d: the yellow quantity= 25 squares
Rysunek 4d: część żółta= 25 kwadracików

Nauczyciel może zaznaczyć w kwadracie (w rysunku 4c) jedną ze 100 części żółtym kolorem, zachęcając do dyskusji wśród uczniów, żeby wyjaśnić żółtą część całości za pomocą dwóch kodów matematycznych wcześniej powtarzanych (ułamek i procentu). Żółta część pokazana w rysunku 4c jest łatwo rozpoznawana jako zamiennik $1/100=1\%$ całości. Nauczyciel podaje klasie nowy przykład (np. rysunek 4d) prosząc by zaprezentowali nową wielkość w ich kwadratach i przełożyli na zapis matematyczny za pomocą ułamka o mianowniku 100 i w procentach.

Dodatkowo, nauczyciel może rozpocząć dyskusję stawiając następujące pytania: “Jaką wielkość narysowaliście na swoich kwadratach? Jak wyjaśnicie tę wielkość używając zapisu matematycznego, który poznaliście wcześniej?”

Dyskusja prowadzona przez nauczyciela nad tym, co uczniowie zauważają i jak to interpretują, pozwala uczniom skonstruować związek pomiędzy liczbami ułamkowymi, (których 100 jest mianownikiem) a procentami. Pod względem oceny formatywnej (konstruowanie dyskusji w klasie) aktywowana jest strategia 2. W czasie dyskusji również

Project Number: 2018-1IT02KA201048274

aktywowane są strategie 4 i 5 ponieważ uczniowie mogą interweniować by wyrazić swoje wątpliwości (są twórcami swojego procesu uczenia), lub wyjaśniając problem swoim kolegom (stając się źródłem wiedzy dla kolegów). Nauczyciel i rówieśnicy mogą przekazać opinię uczniowi czym aktywują strategię 3.

A zatem nauczyciel prosi uczniów o ponowne przeczytanie z testu ćwiczenia Q3Ar3 stawiając następujące pytanie: “ Jeśli ułamek będzie miał mianownik różny od 100, jak przystąpisz do obliczenia procentu?” oraz “ Wobec tego, co widzisz na rysunkach 4 (a, b, c, d) jaki kolejny krok zrobisz, by rozwiązać problem?” Dyskusja o tym, co uczniowie widzą na rysunkach 4 i znaczeniu odpowiednika ułamka w rysunku 3 pozwoli uczniom skonstruować związek między ułamkiem liczbowym a procentem.

Związek pomiędzy **liczbami ułamkowymi a procentami** , należący do arytmetyki, jest budowany metodą percepcji z użyciem obiektów wizualnych. Uczniowie są w stanie rozwiązać podany problem. Zatem, jako uzupełnienie zadania, nauczyciel streszcza, podsumowuje bardziej skuteczne kroki wdrożenia procesu rozwiązania problemu i prezentuje, używając obiektów wizualnych, rozwiązanie zadania już obliczonego przez uczniów porównujących obiekty wizualne (figury 5a i 5b) i symbole matematyczne:

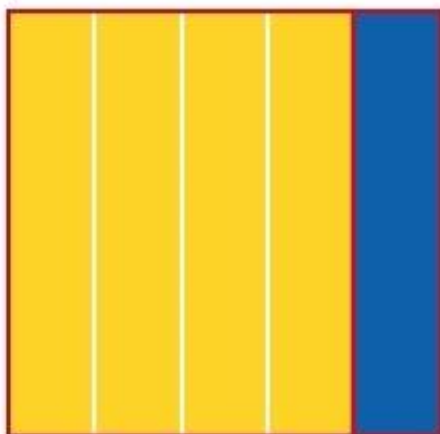


Figure 5a: 4/5 of a whole

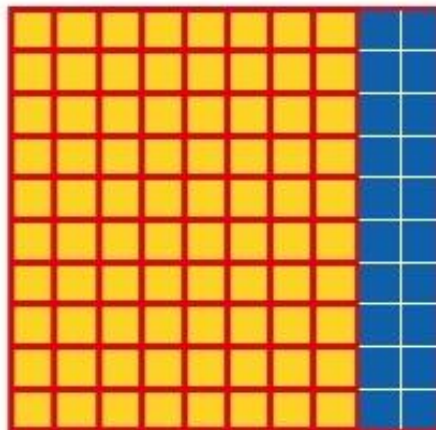


Figure 5b: 80/100 of a whole

Rysunek 5a: 4/5 całości

Rysunek 5b: 80/100 całości

W rysunku 5a żółta część kwadratu reprezentuje 4/5 całości, ponieważ kwadrat został podzielony na pięć równych części a następnie cztery z nich zostały zabrane. Ponieważ 1/5

stanowi ułamek jednostkowy całości to liczba ułamkowa 4/5 działa jako operator dzielący całość na równe części i stanowiąc cztery z nich:

$$4/5 \text{ całości} = (1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5) \text{ całości}$$

Używając zamienników liczb ułamkowych 4/5 całości można przekształcić w ułamek o mianowniku 100, stosując poniższe działanie:

$$4 \text{ całości} = \frac{4 \times 20}{5} \text{ całości} = \frac{80}{5 \times 20} \text{ całości} = \frac{80}{100}$$

Jak pokazano na rysunku 5b, 80/100 całości oznacza podzielenie całości na 100 równych części i zabranie 80 z nich. Podane zadanie zostało rozwiązane: 4/5 zwierząt na farmie to równowartość 80%:

$$\frac{80}{100} \text{ zwierząt na farmie} = 80 \% \text{ zwierząt na farmie}$$

Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Aby ułatwić uczniom zrozumienie relacji matematycznych nauczyciel proponuje szereg zadań (aktywujących strategie 4 i 5) dotyczących tych samych treści matematycznych. Zapamiętanie będzie skuteczne, gdy wielu uczniów potwierdzi związek między rozumowaniem a zapamiętaniem.

Konstrukcja zrealizowanego pomysłu dzięki graficznej reprezentacji kwadratów (metoda wizualna) pozwoli uczniom (szczególnie uczniom z MLD) znaleźć odnośniki mnemoniczne, które są właściwe dla ich stylu, sposobu poznawania. Pozwoli im też rozpocząć używanie reprezentacji tych zagrożonych pojęć arytmetycznych i być może umieścić je i odzyskać z długoterminowej pamięci w bardziej efektywny sposób.

4. Odniesienie zasad UDL do zaproponowanych ćwiczeń

Zwracamy uwagę, że ten sam cel edukacyjny „zabawy” jest realizowany na różne sposoby, działając zgodnie z trzema zasadami UDL (tabela 7, komentarze na czerwono ilustrują związek między zasadami a naszymi działaniami).

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczyć	“czego” się uczyć	“jak” się uczyć
Dost	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszające 	Postrzeżenie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych <p style="color: red;">Informacje pokazywane na różne sposoby, np symbole</p>	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworze	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśnij słownictwo i symbole • Wyjaśnij składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu <p style="color: red;">Sprzyja temu analiza zdań ćwiczenia z semantycznego punktu widzenia i jednocześnie proponowanie różnych sposobów pokazywania informacji (symbole i sposoby wizualne)</p>	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowa	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję <p style="color: red;">Strategie oceniania kształtującego, o których mowa w części 2, mogą pomóc w samoocenie i refleksji. Mówiąc dokładniej, nauczyciel może udzielać różnego rodzaju informacji zwrotnych</p>	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów (Wspomaganiem pamięci może być też wykorzystanie obiektów wizualnych. Obiekty wizualne kierują procesem dociekań uczniów, dostarczając informacji zwrotnych na temat ich procesu) • Wspieraj planowanie i rozwój strategii (Podsumowanie bardziej efektywnych etapów wdrożonej procedury rozwiązywania problemów może być wsparciem w planowaniu i tworzeniu strategii) • Ułatwiał zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

5. Bibliografia

[1]Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. Educational

[2] Assessment, Evaluation and Accountability, 21(1), 5-31.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

[3] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. ZDM Mathematics Education.

[4] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. Proceedings of CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949286, pp. 3460-3467.

[5] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141.

[6] Universal Design for Learning Guidelines version 2.2, <http://udlguidelines.cast.org>.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.