



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

ATIVIDADE DE INTERVENÇÃO

Expressões algébricas com uma ou duas variáveis

1. Introdução

De forma a desenvolver um conjunto de atividades educacionais relacionadas com a construção do significado de variável e com o cálculo do valor de expressões com uma ou duas variáveis, fazemos referência a alguns referenciais teóricos que serão descritos na secção 2.

Na secção 3, é descrito o design das atividades educacionais. Em particular, se as atividades são dirigidas a um único aluno ou à turma, o objetivo pedagógico das atividades, a área cognitiva e domínio matemático envolvido e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2.

2. Quadro teórico de referência

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

1) **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas o “PORQUÊ” da aprendizagem	Redes de reconhecimento O “O QUÊ” da aprendizagem	Redes estratégicas O “COMO” da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o Interesse no envolvimento : <ul style="list-style-type: none">• Otimizar a escolha individual e a autonomia• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade• Minimizar ameaças e distrações	Fornecer opções para Percepção : <ul style="list-style-type: none">• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações• Oferecer alternativas para informações auditivas• Oferecer alternativas para informações visuais	Fornecer opções para Ações Físicas : <ul style="list-style-type: none">• Variar o método de resposta e navegação• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio
Construção	Fornecer opções para Esforço e Persistência : <ul style="list-style-type: none">• Aumentar a relevância das metas e objetivos• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio• Promover a colaboração e o espírito de equipa• Aumentar o feedback orientado para o professor	Fornecer opções para Idiomas e Símbolos : <ul style="list-style-type: none">• Esclarecer vocabulário e símbolos• Esclarecer a sintaxe e a estrutura• Ajudar a decodificação de texto, notação matemática e símbolos• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens• Ilustrar através de múltiplas representações	Fornecer opções para Expressão e Comunicação : <ul style="list-style-type: none">• Usar vários meios para comunicação• Usar várias ferramentas para construção e estruturação• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Interiorização	<p>Fornece opções para Autorregulação:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação • Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações • Desenvolver a autoavaliação e a reflexão 	<p>Fornece opções para Compreensão:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ativar ou fornecer conhecimento prévio • Realçar padrões, características, grandes ideias e relações • Guiar o processamento e a visualização de informações • Maximizar a transmissão e generalização 	<p>Fornece opções para Funções Executivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Orientar o estabelecimento de metas adequadas • Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias • Facilitar a gestão de informações e de recursos • Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso
Meta	Alunos que são		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação¹. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e concepção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos na receção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para as nossas análises, vamos focar-nos em particular nas diretrizes específicas dos três princípios. As diretrizes do Princípio 1 (fornecer vários meios de representação), sugerem propor diferentes opções de percepção e oferecer suporte para a decodificação de notações e símbolos matemáticos. Além disso, as diretrizes sugerem a importância de fornecer opções para padrões de destaque de compreensão, características, grandes ideias e relações entre noções matemáticas.

Além disso, as diretrizes do Princípio 2 (fornecer vários meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação para apoiar o planeamento e o desenvolvimento de estratégias. Finalmente, as diretrizes do Princípio 3 mostram como certas atividades podem atrair o interesse dos alunos, otimizando a escolha individual e a autonomia e minimizando ameaças e distrações.

Na secção 4, analisaremos exemplos de atividades, classificando-as tanto pelo tipo de aprendizagem matemática para que são projetadas como pela área cognitiva que apoiam.

¹ Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

2) O Projeto Europeu FasMed, que incidiu sobre a avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>)^{[7][SEP]}

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou colegas, para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que, provavelmente, serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram evidenciadas" (Black & Wiliam, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de Wiliam e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que ajude os alunos a progredir; (d) estimular os alunos como recursos de aprendizagem de uns para os outros; (e) estimular os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

	Para onde o aluno se está a direcionar	Onde o aluno está agora	Como chegar lá
Professor	1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	2. Planear discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno	3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir
Colega	Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso	4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros	
Aluno	Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem	

As atividades do FaSMEd são organizadas em sequências que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula, onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orientação do professor. Tendo em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas para desenvolver em sala de aula:

“(1) *fichas de problemas*: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância);

(2) *fichas de auxílio*, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades nas fichas de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras);

(3) *fichas de votação*: fichas de trabalho solicitando uma votação entre as opções propostas”.

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Tabela 5:

Repetição	Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.
Reformulação	A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula.
Reformulação com apoio	Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.
Recomeço	Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.
Destaque	O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.

A partir da experiência do FaSMEd, extraímos a ideia de criar atividades de sala de aula na perspectiva da avaliação formativa, que podem promover a inclusão.

3. Descrição

3.1. Dificuldades identificadas através do questionário B2

Detetámos dificuldades no seguinte item de B2:

Se $a=3$ qual é o valor de $2a+1$?

Se $x= -4$, qual é o valor de $24/x$?

Essas dificuldades estão relacionadas com a construção do significado de variável e com o cálculo do valor de expressões com uma ou duas variáveis.

3.2. Área cognitiva e domínio matemático de interesse

A área de dificuldades identificadas através do questionário B2 está relacionada com o domínio da Álgebra. Em particular, as dificuldades estão relacionadas com a construção do significado de variável e com o cálculo do valor de expressões com uma ou duas variáveis. Assim, o Raciocínio é a área cognitiva envolvida.

3.3. Objetivos Educacionais

A ferramenta de intervenção visa ajudar a construir o significado de variável e a calcular o valor de expressões com uma ou duas variáveis.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

3.4. Destinatários

A atividade de intervenção destina-se a pequenos grupos de alunos.

3.5. Atividades educacionais

Usando o quadro magnético e os números, letras e símbolos operacionais, o professor coloca a expressão $3 \times y + 4$ e o valor a ser atribuído a y .



O professor remove a letra y da expressão, substitui-a pelo valor atribuído e calcula o valor da expressão numérica.



O professor repete o procedimento, mas agora atribuindo um novo valor a y .



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274



O professor escreve novas expressões no quadro e pede aos alunos que, manipulando as peças, concretizem a variável e calculem o valor da expressão numérica obtida. O professor lembra aos alunos que neste tipo de expressão o sinal X pode ser omitido. Por exemplo,

- $4a + 3$ e $a = 3$
- $2b - 4$ e $b = 1$

Agora, o professor apresenta uma expressão com duas variáveis $3x + 2y$ e indica os respectivos valores de x e y .



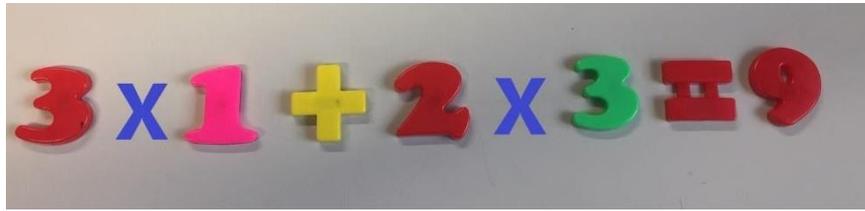
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

O professor apresenta o valor da expressão numérica com a colaboração dos alunos.



O professor escreve novas expressões no quadro e pede aos alunos que, manipulando as peças, concretizem as variáveis e calculem o valor da expressão numérica obtida. Por exemplo,

$$4x + y \text{ e } x = 2 \text{ e } y = 3$$

4. Referências

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] Workshop com o Dr. Giannis Karagianakis no Congresso Internacional de Dificuldades na aprendizagem da Matemática, em Lisboa, 7,8/02/2020
- [3] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- [4] Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in education*, 5(1), 7-74.
- [5] Wiliam, D. (1999). Formative assessment in mathematics Part 2: feedback. *Equals: Mathematics and Special Educational Needs*, 5(3), 8-11
- [6] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>)
- [7] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.