



Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

## FERRAMENTA DE INTERVENÇÃO

# INEQUAÇÕES $<$ , $>$ , $\leq$ , $\geq$

### 1. Introdução

Com o objetivo de desenvolver um conjunto de atividades educativas destinadas a construir o significado de variável e expressão com uma variável, referimos alguns referenciais teóricos que serão descritos na secção 2.

Na secção 3, é feita a descrição da atividade educacional. Em particular, se as atividades são dirigidas a um aluno ou à turma, o objetivo educacional das atividades, a área cognitiva e domínio matemático e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2

### 2. Referencial teórico

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

1) **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o <b>Interesse no envolvimento</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Otimizar a escolha individual e a autonomia</li><li>• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade</li><li>• Minimizar ameaças e distrações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Percepção</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações</li><li>• Oferecer alternativas para informações auditivas</li><li>• Oferecer alternativas para informações visuais</li></ul>	Fornecer opções para <b>Ações Físicas</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Variar o método de resposta e navegação</li><li>• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio</li></ul>
Construção	Fornecer opções para <b>Esforço e Persistência</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Aumentar a relevância das metas e objetivos</li><li>• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio</li><li>• Promover a colaboração e o espírito de equipa</li><li>• Aumentar o feedback orientado para o professor</li></ul>	Fornecer opções para <b>Linguagens e Símbolos</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Esclarecer vocabulário e símbolos</li><li>• Esclarecer a sintaxe e a estrutura</li><li>• Ajudar a decodificação de texto, notação matemática e símbolos</li><li>• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens</li><li>• Ilustrar através de múltiplas representações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Expressão e Comunicação</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Usar vários meios para comunicação</li><li>• Usar várias ferramentas para construção e estruturação</li><li>• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho</li></ul>





Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

Interiorização	<p>Fornece opções para <b>Autorregulação:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação</li> <li>• Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações</li> <li>• Desenvolver a autoavaliação e a reflexão</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Compreensão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ativar ou fornecer conhecimento prévio</li> <li>• Realçar padrões, características, grandes ideias e relações</li> <li>• Guiar o processamento e a visualização de informações</li> <li>• Maximizar a transmissão e generalização</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Funções Executivas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientar o estabelecimento de metas adequadas</li> <li>• Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias</li> <li>• Facilitar a gestão de informações e de recursos</li> <li>• Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso</li> </ul>	
	Alunos que são ....			
Meta	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados	

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação<sup>1</sup>. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e conceção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos na receção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para as nossas análises, vamos focar-nos em particular nas diretrizes específicas dos três princípios. As diretrizes do Princípio 1 (fornecer vários meios de representação), sugerem propor diferentes opções de percepção e oferecer suporte para a descodificação de notações e símbolos matemáticos. Além disso, as diretrizes sugerem a importância de fornecer opções para padrões de destaque de compreensão, características, ideias-chave e relações entre noções matemáticas.

Além disso, as diretrizes do Princípio 2 (fornecer vários meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação para apoiar o planeamento e o desenvolvimento de estratégias. Finalmente, as diretrizes do Princípio 3 mostram como certas atividades podem atrair o interesse dos alunos, otimizando a escolha individual e a autonomia e minimizando ameaças e distrações.

Na secção 4, analisaremos exemplos de atividades, classificando-as tanto pelo tipo de aprendizagem matemática para que são projetadas como pela área cognitiva que apoiam.

**2)** O Projeto Europeu **FasMed**, que incidiu sobre a avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

<sup>1</sup> Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>





Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou colegas, para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que, provavelmente, serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram detetadas" (Black & Wiliam, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de Wiliam e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que ajude os alunos a progredir; (d) estimular os alunos como recursos de aprendizagem de uns para os outros; (e) estimular os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

	Para onde o aluno se está a direcionar	Onde o aluno está agora	Como chegar lá
Professor	1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	2. Planear discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno	3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir
Colega	Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso	4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros	
Aluno	Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem	

As atividades do FaSMEd são organizadas em sequências que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula, onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orientação do professor. Tendo em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas para desenvolver em sala de aula:

“(1) *fichas de problemas*: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância);

(2) *fichas de auxílio*, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades nas fichas de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras);

(3) *fichas de votação*, solicitando uma votação entre as opções propostas”.

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.





Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

Tabela 5:

Repetição	Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.
Reformulação	A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula.
Reformulação com apoio	Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.
Recomeço	Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.
Destaque	O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.

A partir da experiência do FaSMEd, extraímos a ideia de criar atividades de sala de aula na perspectiva da avaliação formativa, que podem promover a inclusão.

### 3. Descrição

#### 3.1 Dificuldades identificadas através do questionário B2

Detetámos dificuldades no seguinte item de B2:

Ao ordenar os números do menor para o maior, os alunos muitas vezes têm dificuldade em decidir quais os que números são maiores ou menores e na resolução de desigualdades;

#### 3.2. Área cognitiva e domínio matemático envolvidos

A área de dificuldades identificada por meio do questionário B2 está relacionada com o domínio da Aritmética. Em particular, as dificuldades estão relacionadas com a ordenação de números racionais na reta numérica. Assim, o Visuo-Espacial é a área cognitiva envolvida.

#### 3.3 Objetivos Educativos

O objetivo desta atividade é promover a compreensão de número maior ou menor do que um determinado número ou variável.

#### 3.4 Destinatários

A ferramenta de intervenção pode ser dirigida a toda a turma ou a um grupo de alunos.

#### 3.5 Atividades educativas: a ferramenta de intervenção

Seria melhor se os alunos tivessem acesso aos computadores ou tablets e pudessem fazer a atividade online usando o site [www.desmos.com](http://www.desmos.com) (<http://tiny.cc/2bdysz>). No entanto, essa atividade



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

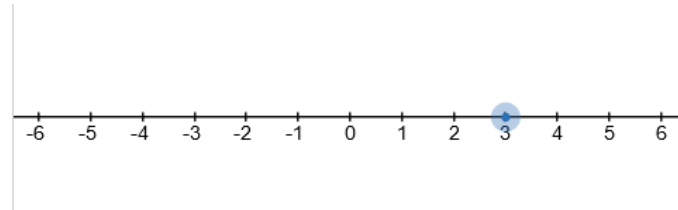


Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

também pode ser feita usando cópias em papel e um quadro branco com marcadores. O uso de ferramentas e software interativos ajudará a esclarecer o vocabulário e apoiar a descodificação de símbolos  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$  (diretrizes UDL).

Cada aluno realiza a seguinte tarefa individualmente:

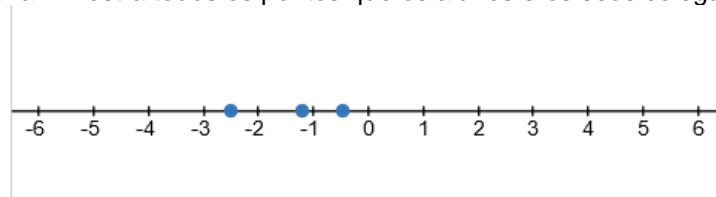
- 1) Arraste ou desenhe o ponto azul para um local na reta numérica indicando um número que é menor que 3.



- 2) Arraste ou desenhe o ponto azul para OUTRO lugar na reta numérica indicando um número que é menor que 3.
- 3) Arraste ou desenhe o ponto azul para MAIS UM lugar na reta numérica indicando um número que é menor que 3.

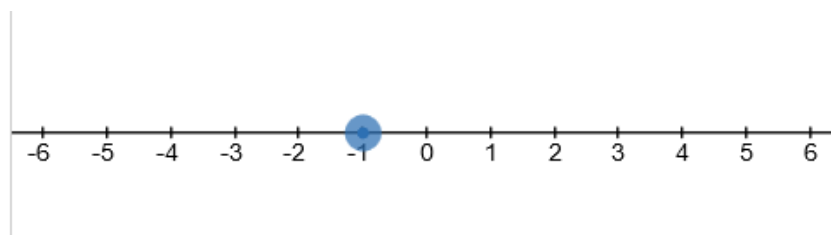
Em seguida, o professor pede aos alunos que observem a reta no quadro branco e coloquem os seus pontos.

O gráfico que eles criam mostra todos os pontos que os alunos e os seus colegas colocaram.

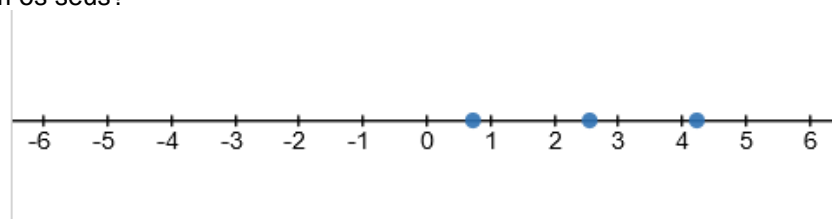


Em seguida, os alunos realizam a seguinte tarefa individualmente.

- 1) Arraste ou desenhe cada ponto azul para um local na reta numérica indicando um número que é maior que  $-1$ .



- 2) Qual seria a aparência do gráfico se todos os pontos dos seus colegas fossem mostrados junto com os seus?

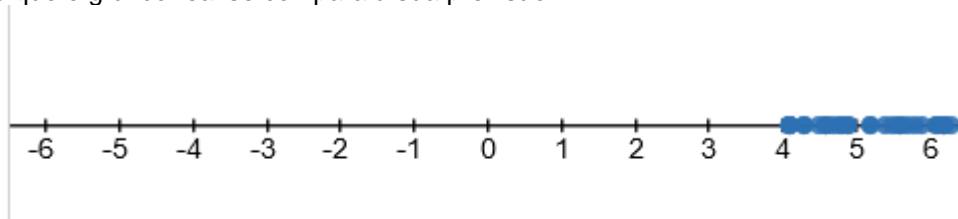




Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

(o gráfico acima apresenta uma resposta hipotética de um aluno)  
Os alunos devem notar que a reta seria coberta por pontos azuis à direita de -1

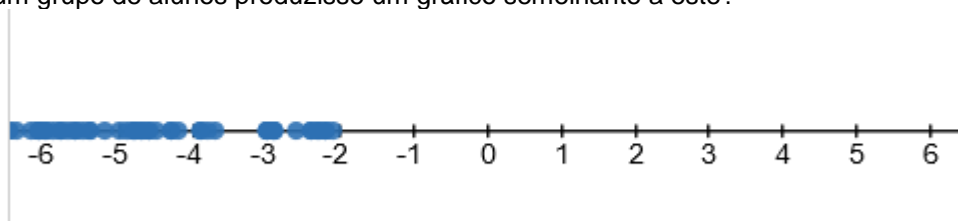
Em seguida, o professor mostra aos alunos o gráfico a seguir e pergunta aos alunos "Como é que o gráfico real se compara à sua previsão?"



Os alunos discutem em grupos dando as suas ideias.

Em seguida, o professor dá aos alunos a seguinte tarefa:

Aqui estão os resultados das aulas de outro desafio. "Arraste cada ponto para um lugar na reta numérica indicando um número que é ..." Como terminaria essas indicações para que um grupo de alunos produzisse um gráfico semelhante a este?



Os alunos identificam os números na reta e tentam criar a regra. Desta forma, eles sentir-se-ão donos da sua aprendizagem e mais confiantes.

Para ter certeza de que os alunos compreenderam totalmente a comparação de números, eles jogam um jogo de correspondência. Eles precisam de classificar os cartões em grupos de três. (Devem sobrar dois cartões.) O professor explica que os alunos têm de fazer corresponder a representação gráfica na reta ao símbolo de desigualdade ou a uma expressão.

	a number less than 4	a number less than -3	$n < 0$
		a number greater than 0	
$n > 4$	$n < -3$		$n > 0$
$n < 4$	a number greater than -2	$n > -2$	

Depois de resolver a tarefa, o professor pergunta aos alunos se a direção da seta nos símbolos de desigualdade  $<$   $>$  pode ajudá-los a decidir quais números são menores ou maiores que um determinado número. Os alunos discutem e, portanto, aprofundam sua própria compreensão. Eles também irão partilhar um vocabulário comum e uma representação gráfica. (FasMEd)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

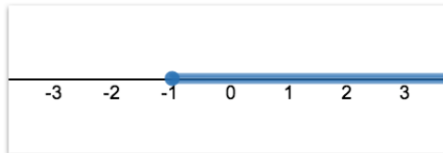
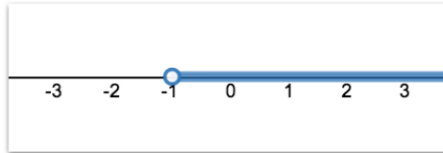
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



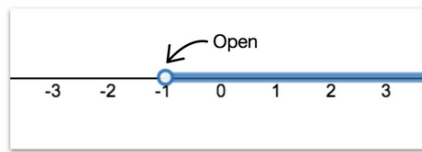
Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

A próxima tarefa é garantir que os alunos percebam a diferença entre os símbolos '<' 'Menor que' e '≤' 'menor ou igual a'

Os alunos olham para duas retas numéricas. Eles discutem o seguinte "Quais são as semelhanças? Quais são as diferenças?". Isso criará discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que ajudem a compreensão do aluno. Os alunos também irão partilhar um vocabulário comum e uma representação gráfica comum. (FasMED)



O professor fornece um feedback: "O ponto aberto (acima) significa que -1 não está incluído."



O ponto fechado (abaixo) significa que sim. "

Para se certificar de que os alunos compreenderam totalmente a diferença entre <, >, ≤, ≥, eles jogam um jogo de correspondência. Eles precisam classificar os cartões em grupos de três. (Deve haver dois cartões restantes.)

Faz corresponder cada expressão à representação na reta numérica:

$x \leq 1$	$x > -2$		
	$x \geq -2$	$x > 1$	$x \leq -2$
	$x < 1$		



Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

Por fim, em grupo ou em pares, os alunos têm que analisar o seguinte e responder à pergunta: Qual dessas relações parece diferente das outras? Em outras palavras, qual deles não pertence?

$x > -2$	$3 < x$
$x \leq 4$	$5 > 6$

Os alunos discutem para encontrarem suas próprias respostas. Esta é a resposta modelo:

- Superior esquerdo ( $x > -2$ ): O único que inclui zero e todos os números positivos.
- Canto superior direito ( $3 < x$ ): O único que possui a variável à direita.
- Inferior esquerdo ( $x \leq 4$ ): O único que inclui o ponto final.
- Inferior direito ( $5 > 6$ ): O único que é sempre falso.

#### 4. Referências

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).
- [3] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.