



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Ferramenta de Intervenção

# Álgebra

### 1. Introdução

A fim de desenvolver um conjunto de atividades educativas destinadas à compreensão do significado de variável e expressão com uma variável, na secção 2 são descritos alguns referenciais teóricos. Na secção 3, é feita a descrição das atividades educacionais. Em particular, se as atividades são dirigidas a um único aluno ou à turma, o objetivo educacional das atividades, a área cognitiva e domínio matemático envolvidos e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2.

### 2. Referencial teórico

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

1) **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de <b>ENVOLVIMENTO</b>	Fornecer vários meios de <b>REPRESENTAÇÃO</b>	Fornecer vários meios de <b>AÇÃO e EXPRESSÃO</b>
	Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o <b>Interesse no envolvimento</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Otimizar a escolha individual e a autonomia</li><li>• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade</li><li>• Minimizar ameaças e distrações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Percepção</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações</li><li>• Oferecer alternativas para informações auditivas</li><li>• Oferecer alternativas para informações visuais</li></ul>	Fornecer opções para <b>Ações Físicas</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Variar o método de resposta e navegação</li><li>• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio</li></ul>
Construção	Fornecer opções para <b>Esforço e Persistência</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Aumentar a relevância das metas e objetivos</li><li>• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio</li><li>• Promover a colaboração e o espírito de equipa</li><li>• Aumentar o feedback orientado para o professor</li></ul>	Fornecer opções para <b>Idiomas e Símbolos</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Esclarecer vocabulário e símbolos</li><li>• Esclarecer a sintaxe e a estrutura</li><li>• Ajudar a descodificação de texto, notação matemática e símbolos</li><li>• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens</li><li>• Ilustrar através de múltiplas representações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Expressão e Comunicação</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Usar vários meios para comunicação</li><li>• Usar várias ferramentas para construção e estruturação</li><li>• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho</li></ul>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Interiorização	<p>Fornece opções para <b>Autorregulação:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação</li> <li>• Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações</li> <li>• Desenvolver a autoavaliação e a reflexão</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Compreensão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ativar ou fornecer conhecimento prévio</li> <li>• Realçar padrões, características, grandes ideias e relações</li> <li>• Guiar o processamento e a visualização de informações</li> <li>• Maximizar a transmissão e generalização</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Funções Executivas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientar o estabelecimento de metas adequadas</li> <li>• Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias</li> <li>• Facilitar a gestão de informações e de recursos</li> <li>• Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso</li> </ul>
Meta	Alunos que são ....		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação<sup>1</sup>. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e conceção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos na receção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para as nossas análises, vamos focar-nos em particular nas diretrizes específicas dos três princípios. As diretrizes do Princípio 1 (fornecer vários meios de representação), sugerem propor diferentes opções de percepção e oferecer suporte para a descodificação de notações e símbolos matemáticos. Além disso, as diretrizes sugerem a importância de fornecer opções para padrões de destaque de compreensão, características, ideias-chave e relações entre noções matemáticas.

Além disso, as diretrizes do Princípio 2 (fornecer vários meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação para apoiar o planeamento e o desenvolvimento de estratégias. Finalmente, as diretrizes do Princípio 3 mostram como certas atividades podem atrair o interesse dos alunos, otimizando a escolha individual e a autonomia e minimizando ameaças e distrações.

Na secção 4, analisaremos exemplos de atividades, classificando-as tanto pelo tipo de aprendizagem matemática para que são projetadas como pela área cognitiva que apoiam.

**2) O Projeto Europeu FasMed**, que incidiu sobre a avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

<sup>1</sup> Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou colegas, para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que, provavelmente, serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram detetadas" (Black & William, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de William e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que ajude os alunos a progredir; (d) estimular os alunos como recursos de aprendizagem de uns para os outros; (e) estimular os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

	Para onde o aluno se está a direcionar	Onde o aluno está agora	Como chegar lá
Professor	1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	2. Planear discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno	3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir
Colega	Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso	4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros	
Aluno	Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem	

As atividades do FaSMEd são organizadas em sequências que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula, onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orientação do professor. Tendo em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas para desenvolver em sala de aula:

"(1) *fichas de problemas*: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância);

(2) *fichas de auxílio*, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades nas fichas de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras);

(3) *fichas de votação*, solicitando uma votação entre as opções propostas".

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Tabela 5:

Repetição	Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.
Reformulação	A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula.
Reformulação com apoio	Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.
Recomeço	Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.
Destaque	O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.

A partir da experiência do FaSMEd, extraímos a ideia de criar atividades de sala de aula na perspetiva da avaliação formativa, que podem promover a inclusão.

### 3. Descrição

#### 3.1. Dificuldades identificadas através do questionário B2

Detetámos dificuldades no seguinte item de B2:

*Cálculo do valor numérico de expressões algébricas mais complexas;*

#### 3.2. Área cognitiva e domínio matemático

A área de dificuldades identificada através do questionário B2 está ligada às Expressões Algébricas no domínio da Álgebra;

#### 3.3. Objetivos Educacionais

A ferramenta de intervenção tem como objetivo apresentar como calcular o valor numérico de expressões algébricas mais complexas.

#### 3.4. Destinatários

A ferramenta de intervenção pode ser dirigido a toda a turma ou a um único aluno.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### 3.5. Atividades educacionais: a ferramenta de intervenção

a) O professor dá instruções para a turma  
Veja os exemplos a seguir:

B é o conteúdo de uma cesta. Assim,  $B = 4$  significa que dentro da cesta existem 4 (maçãs)

Se  $B = 4$ , qual é o valor de  $2B + 3$ ?



Agora, vamos imaginar que temos que contar o número de maçãs. As maçãs devem ser colocadas em 2 cestos diferentes (isto significa:  $2B$ ). Vamos tentar. Os alunos podem olhar para as fotos da apresentação ou recortar cestas e maçãs.



Mas não podemos esquecer que ainda restam 3 maçãs do lado de fora das cestas.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274



O professor incentiva os alunos a dizerem o que podem ver na imagem. Isso ajudará a compreensão e fornecerá auxílio visual (diretrizes UDL). Temos 2 cestas com 4 maçãs em cada cesta, mais 3 maçãs extras.

Então, agora, vamos tentar escrever uma fórmula.

$$2B+3=2*4+3=8+3=11$$

Agora os alunos fazem o mesmo, mas com um exemplo diferente.

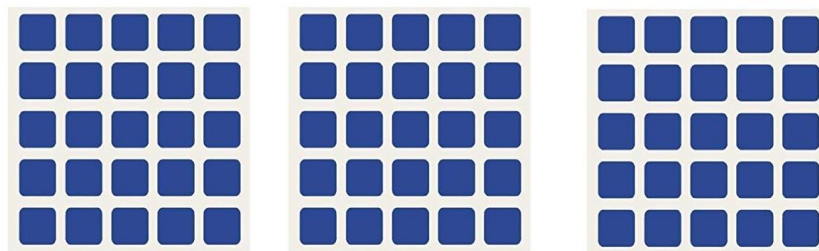
Se  $C = 8$ , qual é o valor de  $3C + 4$ ?

Para facilitar a compreensão da fórmula, os alunos discutem em pares de quantas cestas vão precisar e quantas maçãs são colocadas fora das cestas. Dessa forma, eles podem-se ajudar uns aos outros a entender a fórmula e fornecer feedback (FaSMEd)

b) Agora veja os próximos exemplos:

Se  $A = -2$ , qual é o valor de  $3A$ ?

Podemos ajudar os alunos a visualizar os números negativos, eles podem usar a imagem a seguir. (Diretrizes de USD)



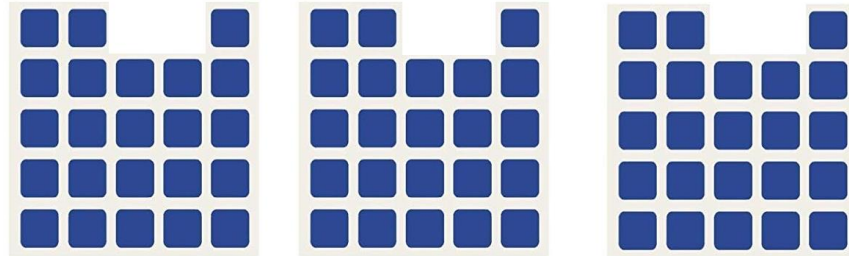
Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Eles terão que retirar os ladrilhos azuis e contar quantos ladrilhos desapareceram. Isso irá esclarecer o vocabulário e os símbolos. (Diretrizes UDL)



Agora eles podem contar  $3 * (-2) = -6$ ;

Agora faça o mesmo usando um exemplo diferente:

Se  $d = -4$ , qual é o valor de  $8d$ ?

No final, os alunos discutem e resumem o que aprenderam. (FaSMEd)

Tabela 7: Análise das atividades Analysis of the activities through the Table of UDL principles.

<b>Engagement</b>	<b>Representation</b>	<b>Action &amp; Expression</b>
<p><b>Recruiting interest</b></p> <p><u>Optimize individual choice and autonomy</u></p> <p><u>Optimize relevance, value, and authenticity</u></p> <p><u>Minimize threats and distractions</u></p>	<p><b>Perception</b></p> <p><u>Offer ways of customizing the display of information</u></p> <p><u>Offer alternatives for auditory information</u></p> <p><u>Offer alternatives for visual information</u></p> <p><b>Offer ways of customizing the display of information</b></p>	<p><b>Physical Action</b></p> <p><u>Vary the methods for response and navigation</u></p> <p><u>Optimize access to tools and assistive technologies</u></p>
<p><b>Sustaining effort Persistence</b></p> <p><b>Heighten salience of goals and objectives</b></p> <p><b>Vary demands and resources to optimize challenge</b></p> <p><b>Foster collaboration and community</b></p> <p><b>Increase mastery-oriented feedback</b></p> <p><b>Vary demands and</b></p>	<p><b>Language &amp; Symbols</b></p> <p><u>Clarify vocabulary and symbols</u></p> <p><u>Clarify syntax and structure</u></p> <p><u>Offer alternative language and symbols to decode information and to work on the information</u></p> <p><u>Support decoding of text, mathematical notation, and symbols</u></p> <p><u>Promote understanding</u></p>	<p><b>Expression Communication</b></p> <p><u>Use multiple media for communication</u></p> <p><u>Use multiple tools for construction and composition</u></p> <p><u>Build fluencies with graduated levels of support for practice and performance</u></p> <p><b>To use different registers in order to communicate</b></p>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

<p><b>resources to optimize challenge</b></p> <p><b>Foster collaboration and community</b></p> <p><b>Oriented feedbacks support engagement and motivation with respect the elaboration of the solution of the task</b></p>	<p><u>across languages</u></p> <p><b>Clarify vocabulary and symbols</b></p> <p><u>Illustrate through multiple media</u></p> <p>Support decoding of text, math notation and symbols</p>	
<p><b>Self Regulation</b></p> <p><b><u>Promote expectations and beliefs that optimize motivation</u></b></p> <p><b><u>Facilitate personal coping skills and strategies</u></b></p> <p><b><u>Develop self-assessment and reflection</u></b></p>	<p><b>Comprehension</b></p> <p><u>Activate or supply background knowledge</u></p> <p><u>Highlight patterns, critical features, big ideas, and relationships (checkpoint 3.2)</u></p> <p><u>Guide information processing and visualization</u></p> <p><u>Maximize transfer and generalization</u></p> <p>Perception, language and symbols, comprehension (<b>Constructing useable knowledge, knowledge that is accessible for future decision-making, depends not upon merely perceiving information, but upon active “information processing skills”</b>)</p>	<p><b>Executive functions</b></p> <p><u>Guide appropriate goal-setting</u></p> <p><u>Support planning and strategy development</u></p> <p><u>Facilitate managing information and resources</u></p> <p><u>Enhance capacity for monitoring progress</u></p>

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas o “PORQUÊ” da aprendizagem	Redes de reconhecimento O “O QUÊ” da aprendizagem	Redes estratégicas O “COMO” da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o <b>Interesse no envolvimento</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Otimizar a escolha individual e a autonomia</li> <li>• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade</li> <li>• Minimizar ameaças e distrações</li> </ul>	Fornecer opções para <b>Percepção</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações</li> <li>• Oferecer alternativas para informações auditivas</li> <li>• Oferecer alternativas para informações visuais</li> </ul>	Fornecer opções para <b>Ações Físicas</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variar o método de resposta e navegação</li> <li>• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio</li> </ul>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Construção	<p>Fornece opções para <b>Esforço e Persistência:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aumentar a relevância das metas e objetivos</li> <li>• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio</li> <li>• Promover a colaboração e o espírito de equipa</li> <li>• Aumentar o feedback orientado para o professor</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Idiomas e Símbolos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Esclarecer vocabulário e símbolos</li> <li>• Esclarecer a sintaxe e a estrutura</li> <li>• Ajudar a descodificação de texto, notação matemática e símbolos</li> <li>• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens</li> <li>• Ilustrar através de múltiplas representações</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Expressão e Comunicação:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar vários meios para comunicação</li> <li>• Usar várias ferramentas para construção e estruturação</li> <li>• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho</li> </ul>			
Interiorização	<p>Fornece opções para <b>Autorregulação:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação</li> <li>• Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações</li> <li>• Desenvolver a autoavaliação e a reflexão</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Compreensão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ativar ou fornecer conhecimento prévio</li> <li>• Realçar padrões, características, grandes ideias e relações</li> <li>• Guiar o processamento e a visualização de informações</li> <li>• Maximizar a transmissão e generalização</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Funções Executivas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientar o estabelecimento de metas adequadas</li> <li>• Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias</li> <li>• Facilitar a gestão de informações e de recursos</li> <li>• Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso</li> </ul>			
Meta	<p>Alunos que são ....</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td data-bbox="240 1028 614 1104">Determinados &amp; Motivados</td> <td data-bbox="614 1028 994 1104">Perspicazes &amp; Conhecedores</td> <td data-bbox="994 1028 1390 1104">Estratégicos e Focados</td> </tr> </table>			Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados
Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados				

#### 4. Bibliografia

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).
- [3] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.