



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Ferramenta de Intervenção

# Multiplicação de potências com a mesma base

### 1. Introdução

A fim de desenvolver um conjunto de atividades educativas que visam a construção do significado de potência e a multiplicação de potências com a mesma base, fazemos referência a alguns referenciais teóricos que serão descritos na secção 2.

Na secção 3, é feita a descrição das atividades educativas. Em particular, se as atividades são dirigidas a um único aluno ou à turma, o objetivo pedagógico das atividades, a área cognitiva e domínio matemático envolvidos e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2.

### 2. Referencial teórico

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

1) **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de <b>ENVOLVIMENTO</b>	Fornecer vários meios de <b>REPRESENTAÇÃO</b>	Fornecer vários meios de <b>AÇÃO e EXPRESSÃO</b>
	Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o <b>Interesse no envolvimento</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Otimizar a escolha individual e a autonomia</li><li>• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade</li><li>• Minimizar ameaças e distrações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Percepção</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações</li><li>• Oferecer alternativas para informações auditivas</li><li>• Oferecer alternativas para informações visuais</li></ul>	Fornecer opções para <b>Ações Físicas</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Variar o método de resposta e navegação</li><li>• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio</li></ul>
Construção	Fornecer opções para <b>Esforço e Persistência</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Aumentar a relevância das metas e objetivos</li><li>• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio</li><li>• Promover a colaboração e o espírito de equipa</li><li>• Aumentar o feedback orientado para o professor</li></ul>	Fornecer opções para <b>Linguagens e Símbolos</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Esclarecer vocabulário e símbolos</li><li>• Esclarecer a sintaxe e a estrutura</li><li>• Ajudar a decodificação de texto, notação matemática e símbolos</li><li>• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens</li><li>• Ilustrar através de múltiplas representações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Expressão e Comunicação</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Usar vários meios para comunicação</li><li>• Usar várias ferramentas para construção e estruturação</li><li>• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho</li></ul>





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Interiorização	Fornece opções para <b>Autorregulação:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação</li> <li>• Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações</li> <li>• Desenvolver a autoavaliação e a reflexão</li> </ul>	Fornece opções para <b>Compreensão:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ativar ou fornecer conhecimento prévio</li> <li>• Realçar padrões, características, grandes ideias e relações</li> <li>• Guiar o processamento e a visualização de informações</li> <li>• Maximizar a transmissão e generalização</li> </ul>	Fornece opções para <b>Funções Executivas:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientar o estabelecimento de metas adequadas</li> <li>• Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias</li> <li>• Facilitar a gestão de informações e de recursos</li> <li>• Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso</li> </ul>
Meta	Alunos que são ....		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação<sup>1</sup>. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e conceção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de perceção envolvidos na receção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para as nossas análises, vamos focar-nos em particular nas diretrizes específicas dos três princípios.

As diretrizes do Princípio 1 (fornecer vários meios de representação), sugerem propor diferentes opções de perceção e oferecer suporte para a descodificação de notações e símbolos matemáticos. Além disso, as diretrizes sugerem a importância de fornecer opções para padrões de destaque de compreensão, características, ideias-chave e relações entre noções matemáticas.

Além disso, as diretrizes do Princípio 2 (fornecer vários meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação para apoiar o planeamento e o desenvolvimento de estratégias. Finalmente, as diretrizes do Princípio 3 mostram como

<sup>1</sup> Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

certas atividades podem atrair o interesse dos alunos, otimizando a escolha individual e a autonomia e minimizando ameaças e distrações.

Na secção 4, analisaremos exemplos de atividades, classificando-as tanto pelo tipo de aprendizagem matemática para que são projetadas como pela área cognitiva que apoiam.

**2)** O Projeto Europeu **FasMed**, que incidiu sobre a avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou colegas, para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que, provavelmente, serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram detetadas" (Black & William, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de William e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que ajude os alunos a progredir; (d) estimular os alunos como recursos de aprendizagem de uns para os outros; (e) estimular os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

	Para onde o aluno se está a direccionar	Onde o aluno está agora	Como chegar lá
Professor	1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	2. Planear discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno	3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir
Colega	Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso	4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros	
Aluno	Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem	

As atividades do FaSMEd são organizadas em seqüências que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula, onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orientação do professor. Tendo em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas para desenvolver em sala de aula:

“(1) *fichas de problemas*: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância);

(2) *fichas de auxílio*, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades nas fichas de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras);

(3) *fichas de votação*, solicitando uma votação entre as opções propostas”.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.

Tabela 5:

Repetição	Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.
Reformulação	A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula.
Reformulação com apoio	Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.
Recomeço	Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.
Destaque	O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.

A partir da experiência do FaSMEd, extraímos a ideia de criar atividades de sala de aula na perspectiva da avaliação formativa, que podem promover a inclusão.

### 3. Descrição

Nas subseções 3.1 a 3.5, são apresentadas em detalhe as atividades de intervenção.

#### 3.1 Dificuldades identificadas através do questionário B2

Detetámos dificuldades no seguinte item de B2:

*Calcule os valores das seguintes expressões*

$$2^7 \times 2^3 =$$

As dificuldades estão relacionadas com a aplicação das regras das potências, nomeadamente da multiplicação de potências com a mesma base e expoente diferente.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### 3.2 Área cognitiva e domínio matemático envolvidos

As dificuldades detetadas estão ligadas à área cognitiva Memória e ao domínio da Aritmética.

#### Memória (recuperação e processamento):

	Aritmética	Geometria	Álgebra
<b>Memória</b>	Calcule o valor da seguinte expressão: $2^7 \times 2^3 = \dots$		
<b>Raciocínio</b>			
<b>Visuo-espacial</b>			

### 3.3 Objetivos Educativos

A ferramenta de intervenção visa apoiar a memória da regra da multiplicação de potências que têm a mesma base.

### 3.4 Destinatários

A ferramenta de intervenção deve ser realizada com toda a turma.

### 3.5 Atividades educativas: a ferramenta de intervenção

Nesta subseção, é descrita a atividade detalhadamente.

#### Compreendendo a fórmula

O professor pede aos alunos para escrever o resultado destes exemplos na forma de potência.

- $3 \times 3 \times 3 = \dots$
- $a \times a \times a = \dots$

Em seguida, eles devem tentar resolver o seguinte exemplo em que não sabem o número de elementos que estão a ser multiplicados.

$$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \dots \times a = \dots$$

Se a resposta estiver errada, o professor pode pedir aos alunos que discutam se eles conseguem encontrar uma notação mais eficiente. Isso poderia introduzir a necessidade de notação mais eficiente e da utilização de potências.

Em seguida, o professor pede aos alunos que deem a definição de potência indicando a base e o expoente.

Se eles não se lembram, o professor dá a definição de potência.

A expressão  $\underbrace{b \times b \times \dots \times b}_n$  pode ser escrita como  $b^n$ . A  $b$  dá-se o nome de base e  $n$  é o expoente.

O professor também lembra as regras básicas:

- $x^1 = x$
- $x^0 = 1$
- $x^n \times x^m = x^{n+m}$
- $x^n : x^m = x^{n-m}$



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

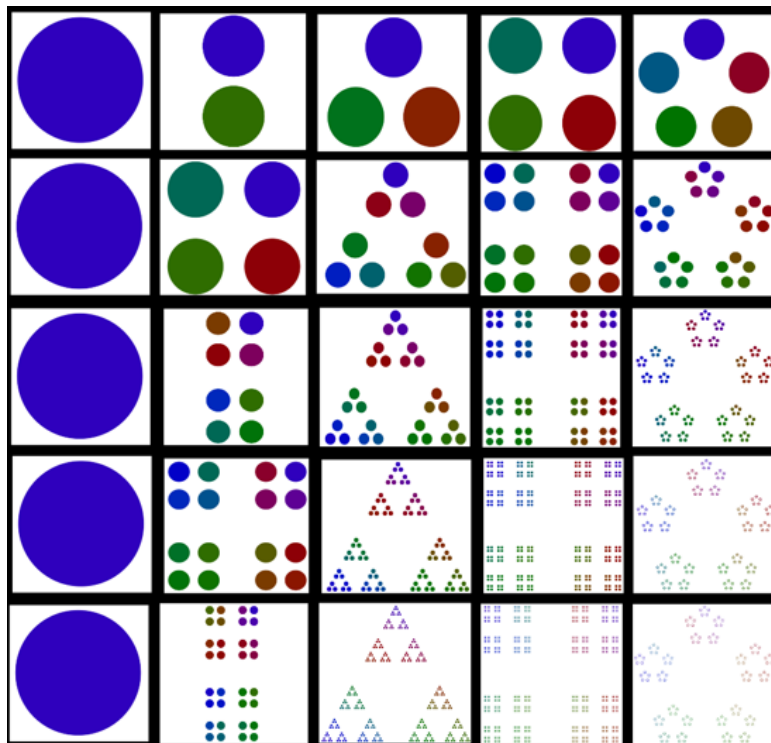
E pede aos alunos para colorir a base de preto e o expoente de vermelho como no exemplo:

- $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

O professor pode usar cartões para melhorar a memorização dos alunos relativamente aos componentes simbólicos e da escrita. O professor incentiva os alunos a fazerem exercícios semelhantes com cartões diferentes, que serão um auxílio visual alternativo (diretrizes UDL).



Para ajudar os alunos a visualizar melhor a noção de potência, o professor deve-lhes mostrar a seguinte imagem e pedir que rotulem cada quadrado com a potência, por exemplo,  $1^1, 2^1, 3^1, 4^1, 5^1$  na primeira linha e  $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$  na segunda e assim por diante.



Em seguida, o professor pede aos alunos que apliquem a definição de potência no exemplo:

- $2^7 \times 2^3 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10}$



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

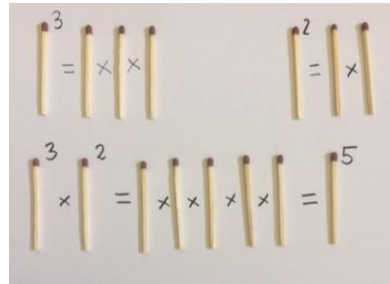
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Os alunos comparam os seus resultados e discutem, o que lhes dará feedback e permitirá que os alunos mais fortes ajudem os mais fracos (FaSMEd). Podem também fazer o exercício com fósforos.



Ao fazer este exemplo, os alunos devem ser orientados pelo professor para que possam ver que ao multiplicarmos potências que têm a mesma base, obtemos essa base tantas vezes quantos a soma dos expoentes. A atividade dará suporte à descodificação de notação matemática (diretrizes UDL).

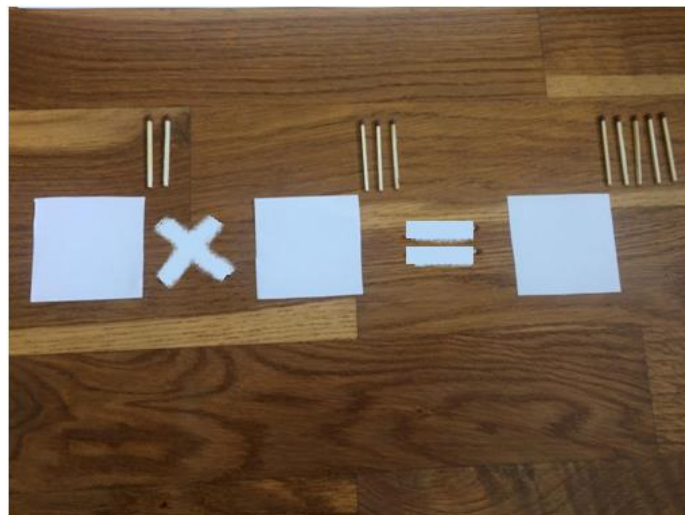
E o professor pede aos alunos que façam o mesmo com a propriedade geral:

- $b^m \cdot b^n = b^{(m+n)}$

com os exemplos:

- $10^{19} \cdot 10^{23} = 10^{19+23} = 10^{42}$
- $3^7 \cdot 3^8 = 3^{7+8} = 3^{15}$
- $2^7 \times 2^3 = 2^{7+3} = 2^{10}$
- $5^7 \times 5^2 =$
- $13^7 \cdot 13^8 =$

Usando cores diferentes para as bases e expoentes, os alunos podem praticar mais usando correspondências, o que será uma maneira útil de personalizar a exibição de informações (diretrizes UDL).



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

#### 4. Referências

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).
- [3] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.