



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

FERRAMENTA DE INTERVENÇÃO

Memorização em problemas geométricos 1

1. Introdução

Para o desenvolvimento de atividades educativas voltadas para o apoio à memória na geometria, fazemos referência a alguns referenciais teóricos que serão descritos na secção 2. Na secção 3 é feita a descrição das atividades educativas. Em particular, se as atividades são dirigidas aos alunos ou à turma, o objetivo pedagógico das atividades, a área cognitiva e domínio matemático envolvidos e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2.

2. Referencial teórico

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

1) **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas O "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o Interesse no envolvimento : <ul style="list-style-type: none">• Otimizar a escolha individual e a autonomia• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade• Minimizar ameaças e distrações	Fornecer opções para Percepção : <ul style="list-style-type: none">• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações• Oferecer alternativas para informações auditivas• Oferecer alternativas para informações visuais	Fornecer opções para Ações Físicas : <ul style="list-style-type: none">• Variar o método de resposta e navegação• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio
Construção	Fornecer opções para Esforço e Persistência : <ul style="list-style-type: none">• Aumentar a relevância das metas e objetivos• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio• Promover a colaboração e o espírito de equipa• Aumentar o feedback orientado para o professor	Fornecer opções para Linguagens e Símbolos : <ul style="list-style-type: none">• Esclarecer vocabulário e símbolos• Esclarecer a sintaxe e a estrutura• Ajudar a decodificação de texto, notação matemática e símbolos• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens• Ilustrar através de múltiplas representações	Fornecer opções para Expressão e Comunicação : <ul style="list-style-type: none">• Usar vários meios para comunicação• Usar várias ferramentas para construção e estruturação• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Interiorização	Fornece opções para Autorregulação: <ul style="list-style-type: none"> • Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação • Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações • Desenvolver a autoavaliação e a reflexão 	Fornece opções para Compreensão: <ul style="list-style-type: none"> • Ativar ou fornecer conhecimento prévio • Realçar padrões, características, grandes ideias e relações • Guiar o processamento e a visualização de informações • Maximizar a transmissão e generalização 	Fornece opções para Funções Executivas: <ul style="list-style-type: none"> • Orientar o estabelecimento de metas adequadas • Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias • Facilitar a gestão de informações e de recursos • Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso
Meta	Alunos que são		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação¹. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e conceção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de perceção envolvidos na receção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para as nossas análises, vamos focar-nos em particular nas diretrizes específicas dos três princípios. As diretrizes do Princípio 1 (fornecer vários meios de representação), sugerem propor diferentes opções de perceção e oferecer suporte para a descodificação de notações e símbolos matemáticos. Além disso, as diretrizes sugerem a importância de fornecer opções para padrões de destaque de compreensão, características, ideias-chave e relações entre noções matemáticas.

Além disso, as diretrizes do Princípio 2 (fornecer vários meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação para apoiar o planeamento e o desenvolvimento de estratégias. Finalmente, as diretrizes do Princípio 3 mostram como certas atividades podem atrair o interesse dos alunos, otimizando a escolha individual e a autonomia e minimizando ameaças e distrações.

Na secção 4, analisaremos exemplos de atividades, classificando-as tanto pelo tipo de aprendizagem matemática para que são projetadas como pela área cognitiva que apoiam.

¹ Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

2) O Projeto Europeu **FasMed**, que incidiu sobre a avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou colegas, para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que, provavelmente, serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram detetadas" (Black & Wiliam, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de Wiliam e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que ajude os alunos a progredir; (d) estimular os alunos como recursos de aprendizagem de uns para os outros; (e) estimular os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

	Para onde o aluno se está a direcionar	Onde o aluno está agora	Como chegar lá
Professor	1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	2. Planejar discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno	3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir
Colega	Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso	4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros	
Aluno	Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem	

As atividades do FaSMEd são organizadas em sequências que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula, onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orientação do professor. Tendo em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas para desenvolver em sala de aula:

“(1) *fichas de problemas*: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância);

(2) *fichas de auxílio*, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades nas fichas de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras);

(3) *fichas de votação*, solicitando uma votação entre as opções propostas”.

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Tabela 5:

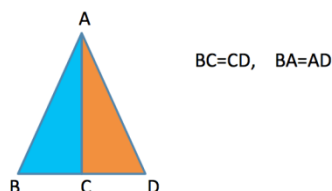
Repetição	Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.
Reformulação	A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula.
Reformulação com apoio	Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.
Recomeço	Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.
Destaque	O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.

A partir da experiência do FaSMEd, extraímos a ideia de criar atividades de sala de aula na perspectiva da avaliação formativa, que podem promover a inclusão.

3. Descrição

3.1 Dificuldades identificadas através do questionário B2

Detetámos dificuldades no seguinte item de B2:



Como classificas o triângulo CDA?

Como classificas o triângulo BDA?

As dificuldades estão relacionadas com :

- Interpretação do texto do enunciado e do desenho ao lado
- Reconhecimento dos elementos individuais que compõem a figura
- Dificuldade em memorizar informações

- Dificuldades em memorizar e reproduzir informações memorizadas

3.2 Área cognitiva e domínio matemático envolvidos

As dificuldades específicas identificadas através do questionário B2 estão relacionadas com o domínio da Geometria.

A Memória é a área cognitiva envolvida.

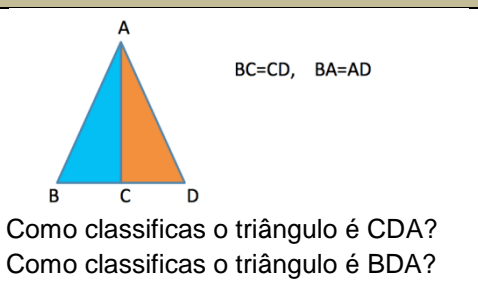
	Aritmética	Geometria	Álgebra
Memória		 <p>Como classificas o triângulo é CDA? Como classificas o triângulo é BDA?</p>	
Raciocínio			
Visuo-espacial			

Tabela 2: As dificuldades detetadas estão vinculadas à área cognitiva da Memória e ao domínio da Geometria.

3.3 Objetivos Educativos

A ferramenta de intervenção visa construir estratégias para recuperar factos geométricos, memorizá-los e utilizá-los para outros raciocínios.

3.4 Destinatários

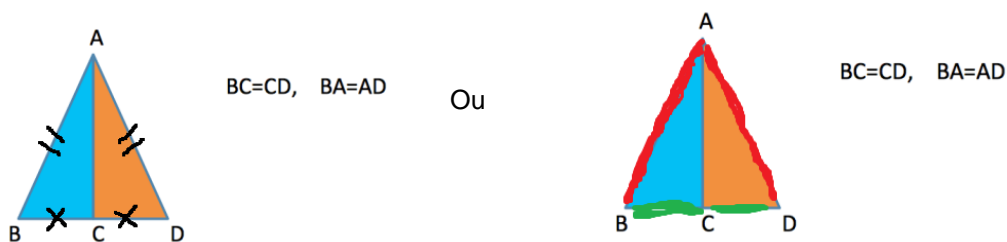
A ferramenta de intervenção pode ser dirigido a um único aluno.

3.5 Atividades educacionais: a ferramenta de intervenção

O professor dá ao aluno um cartão com um problema descrito em 3.1 e pergunta-lhe:

- Leia o problema, por favor.
- Quantos triângulos vê no desenho?
- Indique esses triângulos pelos seus vértices, por favor.
- $BC = CD$, $BA = AD$, portanto, marque os mesmos comprimentos da mesma maneira.

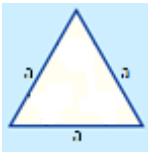
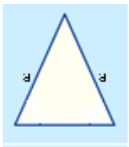
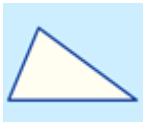
O aluno pode marcá-los, por exemplo:





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Em seguida, o professor dá ao aluno um cartão com uma tabela:

	Triângulo Equilátero Três lados iguais
	Triângulo Isósceles Dois lados iguais
	Triângulo Escaleno Três lados diferentes

E diz: Existem três tipos de triângulos se estivermos a pensar na medida dos lados.

O professor diz:

- Observe o triângulo BDA.
- Tem três ou dois lados iguais? Se não souber, pode medir com uma régua e escrever os comprimentos ao lado dos lados do triângulo.

O aluno pode medir com uma régua e responder às perguntas.

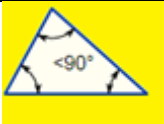
O professor diz:

- Agora olhe para o cartão com três tipos de triângulos se pensarmos na medida dos lados.
- Que tipo de triângulo é o triângulo BDA? Escreva a sua resposta e explique o porquê.

Se os alunos não souberem a resposta ou não puderem explicar a sua resposta, os professores devem usar as técnicas de reformulação ou relançamento, por exemplo: “O triângulo tem dois ou três lados iguais? É um triângulo escaleno?” Isso irá promover uma discussão que irá ajudar a compreensão (FaSMEd).

Então o professor diz:

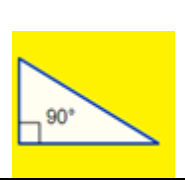
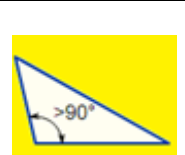
- Existem três tipos de triângulos, se estivermos a pensar na amplitude dos ângulos, e dá ao aluno um cartão com uma tabela.

	Triângulo acutângulo Todos os ângulos são menores que 90°
---	---



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

	<p>Triângulo Retângulo Um ângulo tem de amplitude 90°</p>
	<p>Triângulo Obtusângulo Um ângulo é superior a 90°</p>

O professor diz:

- Observe o triângulo CDA.
- Tem três ângulos menores que 90° ? Pode usar o transferidor para verificar.
- Tem um ângulo reto ou um ângulo superior a 90° ? Pode usar o transferidor para verificar e fornecer feedback.

Então, como classifica o triângulo CDA quanto aos ângulos? Pode usar a tabela amarela.

O aluno também pode notar que se $BC = CD$, $BA = AD$, então CA é a mediana e a altura, então o ângulo DCA é um ângulo reto e CDA é um triângulo retângulo.

Em seguida, o professor diz:

- Agora olhe para o triângulo BDA.
- Usando uma régua ou um transferidor, pode medir os lados e ângulos.
- As informações nas tabelas irão ajudá-lo na classificação de triângulos.

O aluno está a trabalhar para classificar o triângulo BDA.

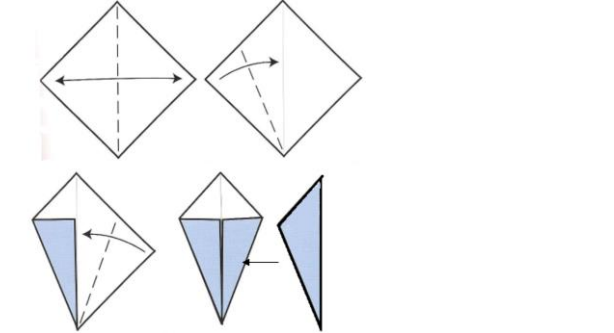
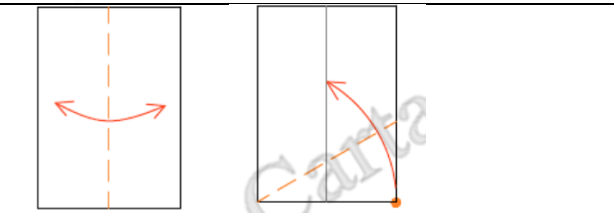
Para apoiar a visualização na classificação de triângulos quanto aos ângulos ou quanto aos lados, o professor pode propor a abordagem dinâmica do GeoGebra:

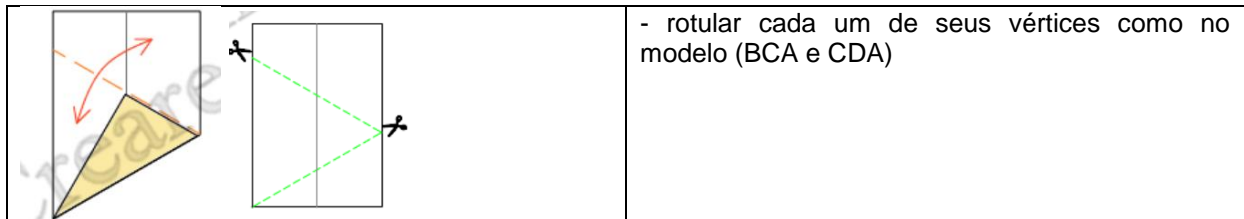
<https://www.geogebra.org/m/xrdmybdw>

<https://www.geogebra.org/m/aZaSAP3N#material/yrvXVSAw>

<https://www.geogebra.org/m/jFrz2Dsj>

Por meio de uma abordagem cinestésica, o professor propõe uma atividade de “origami” para visualizar o triângulo isósceles ABD como “composto” por dois triângulos retângulos BCA e CDA.

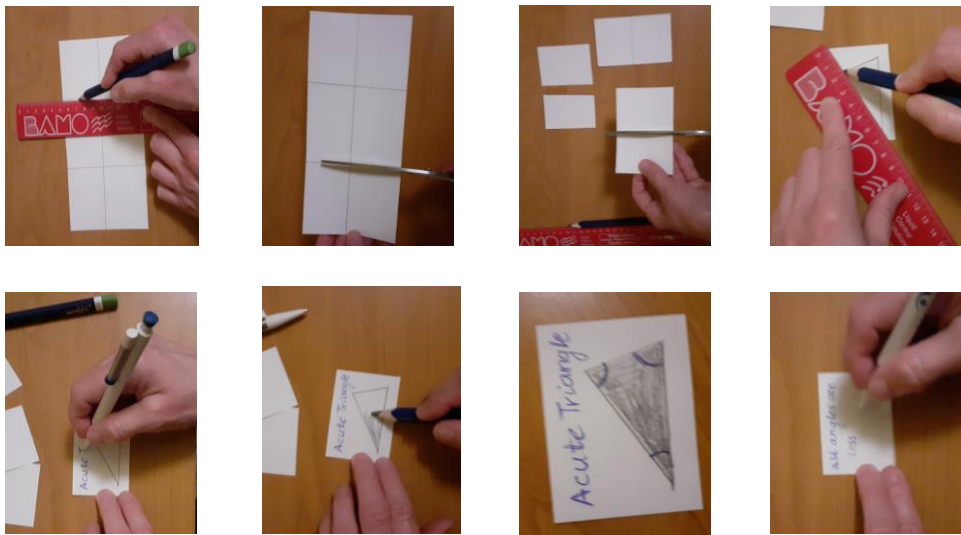
	<p>Começando com uma folha quadrada</p> <p>O professor pede aos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Para dobrar a folha conforme mostrado na figura - para cortar triângulos retângulos azuis - rotular cada um de seus vértices como no modelo (BCA e CDA)
	<p>Começando com uma folha retangular</p> <p>O professor pede aos alunos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Para dobrar a folha conforme mostrado na figura - para cortar triângulos retângulos amarelos



Depois disso, o professor diz:

-Para memorizar a classificação de triângulos, pode tentar memorizar informações (ou construir ferramentas que lhe permitam memorizar).

- Por exemplo, pode fazer seis cartões, como os seguintes:



- Então pode olhar para um lado do cartão e tentar dizer a informação que está do outro lado. Se não se lembra, pode inverter o cartão e ler as informações. Se praticar com um colega, melhora os conhecimentos sobre a classificação de triângulos. Esta atividade ajuda-o a ser autónomo na própria aprendizagem (FaSMEd).

3.6. Discussão através das diretrizes UDL sobre as atividades mencionadas acima

A atividades foram elaboradas de acordo com os princípios da UDL. Na tabela, a vermelho, aparecem os nossos comentários para ilustrar a ligação entre os princípios da UDL e as nossas atividades.

Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Adesão	<p>Fornece opções para o Interesse no envolvimento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Otimizar a escolha individual e a autonomia • Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade • Minimizar ameaças e distrações 	<p>Fornece opções para Percepção:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações • Oferecer alternativas para informações auditivas • Oferecer alternativas para informações visuais <p><i>- Informações não apenas verbais, mas visuais e simbólicas curtas</i></p> <p><i>- Uso de cores diferentes em imagens e tabelas</i></p>	<p>Fornece opções para Ações Físicas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variar o método de resposta e navegação • Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio <p><i>- Cartões azuis e amarelos com informações simples de usar como fontes de conhecimento</i></p>
Construção	<p>Fornece opções para Esforço e Persistência:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aumentar a relevância das metas e objetivos • Variar exigências e recursos para otimizar o desafio • Promover a colaboração e o espírito de equipa • Aumentar o feedback orientado para o professor 	<p>Fornece opções para Linguagens e Símbolos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esclarecer vocabulário e símbolos • Esclarecer a sintaxe e a estrutura • Ajudar a descodificação de texto, notação matemática e símbolos • Promover a compreensão entre as diferentes linguagens • Ilustrar através de múltiplas representações <p><i>- As informações são apresentadas através de textos, símbolos e um método gráfico alternativo, no desenho.</i></p>	<p>Fornece opções para Expressão e Comunicação:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Usar vários meios para comunicação • Usar várias ferramentas para construção e estruturação • Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho <p><i>- O aluno pode criar cartões que permitam uma aprendizagem sistemática eficaz dos tipos de triângulos e tentar usá-los.</i></p>
Interiorização	<p>Fornece opções para Autorregulação:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação • Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações • Desenvolver a autoavaliação e a reflexão <p><i>- O aluno ficará mais confiante de que será capaz de resolver o problema se usar informações e métodos apropriados</i></p>	<p>Fornece opções para Compreensão:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ativar ou fornecer conhecimento prévio • Realçar padrões, características, grandes ideias e relações • Guiar o processamento e a visualização de informações • Maximizar a transmissão e generalização <p><i>- O aluno entende as informações verbais e simbólicas da tarefa e é capaz de as apresentar de forma gráfica conveniente.</i></p>	<p>Fornece opções para Funções Executivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Orientar o estabelecimento de metas adequadas • Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias • Facilitar a gestão de informações e de recursos • Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso <p><i>- O aluno é capaz de procurar informações necessárias em tabelas (azul e amarela), para usar ferramentas para verificar hipóteses.</i></p> <p><i>- O aluno é capaz de usar um conjunto preparado de cartões para aprender os tipos de triângulos e monitorizar o progresso na aprendizagem</i></p>
Meta	Alunos que são		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

5. Referências

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).
- [3] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)
- [4] <https://www.mathsisfun.com/triangle.html>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.