SMILD

Project number: 2018-1IT02KA201048274

Capítulo 2

Análise das Dificuldades de Aprendizagem em Matemática

SMILD

Desenvolvido no enquadramento do projeto europeu

SMiLD

Número de projecto: 2018-1-IT02-KA201-048274

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Project number: 2018-1IT02KA201048274

Índice

Introdução

O desconforto na sala de aula e as dificuldades de aprendizagem são manifestações frequentemente ligadas a fatores de risco, que podem ser de origem sociocultural ou física, abordados através de um modelo de intervenção elaborado adequadamente e fundamentado teoricamente, com base em evidência empírica, a fim de evitar o insucesso escolar. Os diferentes fatores de risco e os seus efeitos são atribuídos a alguns fatores de grande escala. De acordo com inúmeras investigações internacionais, a influência do histórico sociocultural persiste, acima de tudo, nos resultados que geram significativos atrasos e distanciamentos no desenvolvimento cognitivo, desde os primeiros anos de vida (Strand, 2014) . Na categoria de alunos definidos com «fraco aproveitamento», os efeitos dos défices são mais evidentes no campo linguístico, mas também são encontradas relevantes deficiências no campo matemático (Geary et al., 2012) . Os alunos com fraco aproveitamento e notas insuficientes, revelam dificuldades frequentes nas operações ligadas ao processo de memória; logo, a resolução de problemas exige estratégias computacionais de forma a diminuir essa desvantagem. As limitações na resolução de problemas estão geralmente ligadas também a dificuldades na leitura e compreensão textual, défices na formulação de hipóteses, nos processos lógicos, na aplicação e adaptação dos princípios matemáticos e outras diferentes subcategorias cognitivas de Dificuldades de Aprendizagem em Matemática (DAM) as quais foram classificadas através de abordagens baseadas em dados (Bartelet et al, 2014) . As falhas motivacionais também reduzem a determinação dos alunos em enfrentar os obstáculos cognitivos impostos por conteúdo matemático complexo. Para lidar adequadamente com estas dificuldades, é necessário propor métodos que contemplem a complexidade dos fatores que geram os problemas de aprendizagem, a variedade dos seus efeitos e a velocidade com que as diferenças nas competências são geradas, a fim de implementar fatores de proteção múltiplos e direcionados. É uma questão de realizar diagnósticos precoces adequados à identificação de problemas de aprendizagem específicos e de ativar os processos cognitivos dos alunos (tais como perceção, associação, compreensão e raciocínio) que não estão adequadamente estimulados, no âmbito dos conteúdos fundamentais, num contexto de aprendizagem integrado de matemática e língua, o qual os motiva para o sucesso.

O baixo desempenho em matemática, mesmo para aqueles que apresentam competências médias em literacia, tem um efeito direto na vida diária, resultando em menos oportunidades de trabalho e salários mais baixos, conforme documentado em investigações realizadas nos EUA e no Reino Unido . Assim, a importância de um sistema educativo ciente desta consequência é fundamental para reduzir os défices e, desta forma, preparar os jovens para cumprir, conforme as suas próprias possibilidades e escolhas, uma atividade ou função que contribua para o progresso espiritual ou material da sociedade.

2.1 Descrição e ilustração da DAM em relação à sua manifestação e à sua identificação

A base neurobiológica pode ser a causa da DAM, que é considerada um transtorno do desenvolvimento neurológico, mas também pode ser decorrente de fatores externos. Uma evidência de como o meio social afeta o corpo humano já foi dada em tempos muito remotos pelo que é agora designado como transtorno da privação afetiva, cujos efeitos têm sido estudados, desde os anos 70, por Lytt Gardner em nanismo carencial ou atraso no crescimento de origem psicossocial em crianças. A epigenética, que é uma disciplina muito recente, tem demonstrado com evidências científicas como os fatores socioculturais podem afetar o organismo e o seu funcionamento, causando mudanças fenotípicas hereditárias, modificando a ativação de certos genes, sem alterar a sequência de código genético ADN. Uma vez que a experiência no meio modula os níveis e a natureza dos sinais epigenéticos, estes são considerados fundamentais para mediar a capacidade do ambiente para regular o genoma. A epigenética desempenha um importante papel em todos processos de reorganização ou reestruturação neural, incluindo aqueles que dizem respeito à plasticidade cerebral. Há alterações epigenéticas cruciais que também estão envolvidas na regulação dos processos de memória e aprendizagem. O

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

enriquecimento do meio é efetivamente capaz de curar défices de memória e de aprendizagem . Por essa razão existem múltiplas teorias a referenciar:

- Core deficit hypothesis,
- Deficits in general domain hypothesis,
- Deficits in domain-specific math areas,
- Procedural deficit hypothesis.

Estas teorias têm os seus fundamentos na disfunção em regiões cerebrais específicas, sobretudo, as que implicam os processos matemáticos. Para além disto, as investigações em psicologia educacional e educação geral corroboram a hipótese do filtro afetivo, isto é, um conceito relativo à teoria de aprendizagem da segunda língua que trata de um bloqueio na aprendizagem provocado por reações emocionais negativas ao próprio meio da pessoa. Alguns sentimentos como o medo, a ansiedade e o aborrecimento, interferem no processo de aprendizagem, de acordo com a hipótese do filtro afetivo. Estas emoções negativas agem como um filtro entre o falante e o ouvinte, reduzindo a quantidade de informação que o ouvinte consegue compreender, portanto, impedindo um processamento eficiente.

Os termos usados para descrever os alunos que vivenciam problemas com a matemática, variam nos estudos e regulamentos baseados na definição destes como grupos alvo e de acordo com a implementação de instrumentos de pesquisa e abordagem de políticas. A definição amplamente utilizada de Dificuldade de Aprendizagem em Matemática (DAM) inclui uma larga variedade de défices, sobretudo os que afetam a área da aritmética e, portanto, a resolução de problemas aritméticos. De um modo geral, a DAM é utilizada para referir-se às dificuldades de aprendizagem em todos os domínios matemáticos . As dificuldades em matemática vivenciadas por crianças dependem de diferentes fatores que variam desde fraca instrução até ao meio sociocultural, com um sentido mais alargado que o da definição de transtorno em matemática . Nem todos os estudantes com dificuldades em matemática terão transtornos em matemática, cujo paradigma hipotético se refere a uma falha hereditária na cognição matemática, independente de causas socioculturais ou do meio. . Assim sendo, uma vez que não existem parâmetros para confirmar a presença das dificuldades de aprendizagem em matemática , as variações dos critérios diagnósticos e as visões diferentes entre os sistemas educativos e médicos, responsáveis por cuidar destes alunos, devem ser levados em consideração como parte do dispositivo de ensino.

O meio sociocultural no qual os alunos e professores estão inseridos influencia fortemente os resultados de aprendizagem, isto porque um diagnóstico de uma doença, ao contrário de uma dificuldade, depende da respetiva definição oficial, logo, muda radicalmente a perspetiva e os procedimentos de testagem, o que se reflete na eficácia dos esforços para aperfeiçoar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem. Perante isto, é importante compreender que o contexto influencia tanto os alunos como os professores; portanto, primeiramente, deve-se identificar o meio onde os professores usam termos como discalculia em vez de desempenho fraco em matemática em relação às crianças. A questão da definição está ainda em análise; na Itália, e na maior parte dos países ocidentais, a especificidade do diagnóstico de DAM está inserido numa categoria mais generalista de Dificuldades de Aprendizagem Específicas junto com outros distúrbios de aprendizagem; pelo que, os alunos, são considerados com «Necessidades Educativas Especiais» (NEE).

A 10.ª edição da Classificação de Doenças e Problemas Relativos à Saúde da Organização Mundial da Saúde (IChD-10) implementa a classificação de «F81.2 - Transtorno específico de competências aritméticas» , que «envolve uma disfunção específica em competências aritméticas, a qual não é explicável exclusivamente baseada no atraso mental geral ou na escolarização gravemente inadequada». Os testes diagnósticos, tais como IChD 10 (OMS, 2003) ou DSM 5 (2013) visam identificar indivíduos com transtornos matemáticos ou Dificuldades de Aprendizagem em Matemática como tendo dificuldades específicas de aprendizagem ou de aprendizagem em matemática, baseados nos modelos médicos. Em contrapartida, outras perspetivas, como a da comunidade educativa europeia, usam um conceito mais alargado de alunos com dificuldades de aprendizagem em matemática referindo-se a qualquer grupo de alunos com fraco desempenho em matemática (2013). Segundo a Comissão Europeia, o fraco desempenho é a situação em que uma criança falha

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

em adquirir competências básicas, mesmo que não haja qualquer transtorno identificado e que as competências cognitivas estejam dentro do nível normal. Nestes casos, o fraco desempenho pode ser considerado como uma falha do sistema educativo.

A OMS afirma que o défice diz respeito ao domínio das competências quantitativas básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão (em vez das competências mais abstratas presentes na álgebra, trigonometria, geometria ou cálculo) . Paralelamente, as diretrizes de diagnósticos aumentam a perceção de que os transtornos aritméticos têm sido estudados menos que os transtornos de leitura e o conhecimento de antecedentes, trajetória, correlação e resultado é um tanto limitado. O termo DAM será usado para nos referirmos às Dificuldades de Aprendizagem em Matemática em todos domínios, as quais são consideradas multidimensionais, abrangendo outros domínios matemáticos para além dos acima mencionados . Por exemplo, os domínios ligados à memória como o de inibir a entrada de informação irrelevante na Memória de Trabalho; os mecanimos de execução ligados ao Raciocínio como a Causa; Inibição (filtro afetivo); Atualização de informação relevante, mudando de uma estratégia operacional para outra, Aperfeiçoamento e planeamento estratégico, Tomada de Decisão, Memória Semântica; Memória de Trabalho Visuoespacial e Perceção/Raciocínio Visuoespacial.

2.2 Que ações estão a ser desenvolvidas na prática de ensino em relação às Dificuldades de Aprendizagem em Matemática?

É crença comum, particularmente entre os professores de ciências e de matemática, que muitas das dificuldades de aprendizagem e compreensão dos alunos dependem de fatores linguísticos .

Saber fórmulas de cor não é, pois, suficiente para enfrentar o texto de um problema, por mais que os alunos as recordem, às vezes não são capazes de reconhecer a questão, interpretar as instruções, identificar os elementos necessários para chegar à solução, etc.

Às vezes, os professores também se queixam sobre as dificuldades das crianças em expressar-se: corrigir trabalho de casa de matemática geralmente requer interpretação e integração de textos que estão desconexos e linguisticamente incorretos. O erro de organização textual ou linguística, numa tarefa matemática, tem de ser considerado como grave, como se o conhecimento de conteúdos pudesse ser independente da capacidade de expressá-los. As ferramentas necessárias aos professores de disciplinas científicas devem ser eficientes para lidar com as dificuldades de linguagem como uma fonte da dificuldade em matemática .

A componente comunicativa é fundamental para aprender matemática, é fundamental para exprimir e transferir conhecimento, competências, atitudes, experiências, que são continuamente retrabalhadas e interligadas; a trajetória de aprendizagem é, portanto, o resultado de um trabalho no qual a linguagem liga diferentes componentes para interagirem entre si.

A autora Martha Fandiño analisa os aspetos do processo de aprendizagem de outro ponto de vista, focando-se nas estratégias. Ela distingue entre «aprendizagem conceptual», «aprendizagem algorítmica ou processual», «aprendizagem semiótica ou gestão de representações», «aprendizagem estratégica» e, finalmente, «aprendizagem comunicativa» , as quais têm impacto decisivo na fase final do processo de aprendizagem, quando há a mudança para a aprendizagem efetiva e compreensão final. A aprendizagem comunicativa na matemática é um aspeto escolar que diz respeito à capacidade em expressar ideias lógicas, contar, validar, justificar, argumentar, demonstrando os conceitos matemáticos (tanto oralmente quanto na escrita) e representando-os visualmente com figuras .

A investigação internacional mais importante no âmbito das competências matemáticas, o indicador PISA-OCDE, oferece uma definição de «performance matemática» a qual, para os própositos do PISA, mede a

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

literacia aritmética de uma pessoa de 15 anos de idade: "Mathematical literacy is an individual's capacity to reason mathematically and to formulate, employ and interpret mathematics to solve problems in a variety of real-world contexts. It includes concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It helps individuals know the role that mathematics plays in the world and make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective 21st Century citizens" [A literacia aritmética é uma capacidade individual de raciocinar matematicamente e formular, empregar e interpretar a matemática para solucionar problemas numa variedade de contextos reais. Inclui conceitos, processos, factos e ferramentas para descrever, explicar e predver fenómenos. Ajuda os indivíduos a perceberem o papel que a matemática possui no mundo real e faz os julgamentos e decisões serem bem fundamentados, o que é necessário aos cidadãos reflexivos, empenhados e construtivos do século XXI].

A título de exemplo, os alunos devem ser capazes de gerir três processos matemáticos:

- Formular situações matematicamente;
- Empregar conceitos, factos, processos e raciocínio; e
- Interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos;

Como tal, a competência linguística possui um papel fundamental. O quadro de referência do indicador PISA-OCDE explica este papel e pode ser uma ferramenta muito útil, também para os professores, para melhor definir os fenómenos e interpretar os comportamentos dos alunos.

No quadro do indicador PISA-OCDE, a importância da competência comunicativa é salientada nos três diferentes aspetos dos processos matemáticos - formular, aplicar e interpretar. No processo de formulação, a linguagem é fundamental, uma vez que ocorre a leitura, a descodificação e a interpretação de frases, questões, tarefas a fim de criar um modelo mental da situação; no processo de aplicação, é claramente indicado que as competências linguísticas são indispensáveis para articular uma solução, ilustrar o esforço necessário para se chegar à solução e resumir e apresentar os resultados intermediários; finalmente, no processo de interpretação, a linguagem é necessária para elaborar e comunicar explicações e argumentos no contexto do problema. A competência argumentativa também se manifesta nas três fases do ciclo de modelação e resolução de problemas - formular, aplicar, interpretar e avaliar - nomeadamente através do fornecer, explicar e defender justificações para a modelagem matemática, importante para a aquisição da competência linguística.

À luz de tudo isto, é evidente a necessidade de construir uma ligação interdisciplinar entre o trabalho do professor de línguas e o das disciplinas exatas, nomeadamente o de matemática, em todos os anos de escolarização.

Uma vez que os transtornos e dificuldades linguísticas, de facto, interferem na compreensão do texto de um problema, a capacidade de identificar as instruções, a possibilidade de encontrar uma estratégia de solução efetiva, a capacidade de controlar a exatidão e a razoabilidade do resultado, a capacidade de justificar as estratégias escolhidas e de discutir e justificar a solução final, as estratégias de comparar os transtornos e dificuldades linguísticas devem ser levadas em consideração para contrastar, assim, com os problemas relativos ao papel da linguagem na aprendizagem da matemática. Primeiramente, o aspeto linguístico dos manuais: estes devem ser equilibrados para refletir a idade e o meio social dos alunos; além disto, deve ser levada em consideração a utilização de outras técnicas comunicativas como imagens e outras estratégias de ensino, por um lado, tendo em conta os transtornos de aprendizagem, por outro, fortaceler a perceção do potencial de trabalho nos textos matemáticos para a melhoria das competências linguísticas.

Dentre os aspetos motivadores que devem ser considerados durante o processo de aprendizagem em todas as disciplinas e, em particular, em matemática, existe o da regularidade e harmonia, por exemplo, em fórmulas e figuras geométricas, que são aspetos relacionados com o conceito de beleza. Afirmações como « belo teorema, «bela prova» ou «bela teoria» são comuns entre os matemáticos: para um teorema, «belo» significa que é

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

curto e claro; e, no caso de uma demonstração, «belo» significa não tão curto, pois refere-se a um resultado bem expressado. Os processos matemáticos e harmoniosos estão estreitamente ligados à arte e à música, como é óbvio, por exemplo, na proporção áurea e na escala harmónica musical. Assim, eles tornam os alunos conscientes de como os traços característicos dos elementos matemáticos «emotivos» se encontram amplificados e sistematizados na música e, mais comummente, na arte, e que devem ser implementados no processo de aprendizagem escolar. Nas palavras de Leibniz: «A música é um exercício aritmético oculto da mente, a qual não percebe que isto é contagem» . Uma vez que os estilos de aprendizagem podem variar entre alunos, os exemplos do mundo real, estimulando atividades sensoriais diversas, são considerados extremamente úteis para reduzir as suas dificuldades. Existem diferentes histórias relacionadas com os elementos matemáticos da teoria da música, uma vez que Pitágoras e os seus discípulos perceberam que, ao vibrar duas cordas submetidas à mesma tensão, mas de comprimentos diferentes (1/2, 2/3 e 3/4 da primeira respetivamente), obtiveram sons que eram particularmente agradáveis ao ouvido. É a estrutura fisiológica dos ouvidos que faz com que haja a perceção das frequências de sons de forma multiplicativa ao invés de aditiva. Em suma, com o ouvido, «conta-se» em progressão geométrica, enquanto com os dedos se adicionam unidades a unidades, contam-se conforme uma progressão aritmética. A escala é construída desde a frequência fundamental de uma corda tomada como unidade e multiplicada ou dividida por 3/2. Ao proceder desta forma, ascendendo ou descendendo quintos, multiplicando por 3/2 ou 2/3, obtém-se as proporções da que é nomeada de escala pitagórica (apesar de na verdade remontar a Eratóstenes, no século III antes de Cristo). Por exemplo, a nota musical emitida por uma corda esticada pelo quádruplo da tensão tem o dobro da frequência, isto é, estará uma oitava acima e será percebida como a mesma nota, porém mais aguda. A mesma observação pode ser repetida em termos de comprimento: ao encurtar uma corda nomeadamente apertando-a na posição do braço correspondente a metade de seu comprimento e, então, tocando numa de suas metades, obter-se-á a mesma nota musical uma oitava acima. No teclado dos pianos da atualidade, entre as duas teclas adjacentes, preta e branca, existe um intervalo chamado «semitom na escala temperada». As cordas de qualquer semitom obedecem à mesma relação. A escala produzida, de acordo com o temperamento igual, é, portanto, obtida pela divisão de uma oitava em doze partes iguais. Uma vez que as oitavas se relacionam por uma razão de frequências de 2:1, com uma sequência de simples proporções obtém-se o valor da razão do menor intervalo, designado por semitom temperado, equivalente ao valor aproximado do semitom diatónico Mi-Fa=256/243=1.053, e o valor da relação entre tons, próximo de 9/8=1.125, na escala diatónica. De acordo com o conhecimento atual, a frequência fundamental (nota) do som emitido por uma corda sob tensão e colocada em vibração é diretamente proporcional à raiz quadrada da tensão à qual a corda está submetida, e é inversamente proporcional ao seu comprimento, à sua secção e à raiz quadrada da sua densidade. Esta solução, de alguma forma, salvou a consonância dos intervalos do sistema pitagórico e originou as medidas uniformes da escala, o que permitiu aos compositores e instrumentistas uma liberdade muito maior e com muito mais capacidade para tocar e compor. Entretanto teve de ser usado o irracional, um conceito rejeitado por Pitágoras, que negava a possibilidade de expressar qualquer relação por meio de números naturais. No curso do século XVIII, os matemáticos compreenderam melhor a natureza do som e foram capazes de descrever a sua propagação analiticamente. O matemático francês J.-B. J. Fourier chegou à conclusão de que - depois de Daniel Bernoulli (1700-1782), que acreditava que tinha descrito, através de uma série trigonométrica, um tipo particular de som - toda a função periódica pode ser expressada por uma série trigonométrica. Os elementos matemáticos estão presentes na música de Arnold Schönberg (1874-1951), e os seus discípulos, que se regiam pela atonalidade e dodecafonismo, um método de composição que usa os doze sons da escala cromática livres das relações harmónicas hierárquicas e recíprocas e reorganizadas, mesmo com a utilização de técnicas combinatórias, de acordo com o princípio das séries. Durante o século XIX, uma vez enfraquecido o princípio da consonância/dissonância dos acordes musicais, existem diversos exemplos de princípios matemáticos introduzidos na música com a música estocástica, baseada na teoria da cadeia de Markov; em 1955, Iannis Xenakis introduziu a probablidade na música: a composição musical é realizada por processos formais definidos em termos probabilísticos.

A imaginação é, também, um elemento absolutamente necessário no pensamento matemático. Ela exige a educação por uma interpretação refinada e correta da linguagem e das regras, apesar dos objetos matemáticos serem estruturados. É possível ajudar um aluno na correta construção imaginativa de uma questão matemática abstrata ao escolher, na história da matemática, o paradigma mais perto dos seus modelos culturais e o mais

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

adequado para educar a pensar com uma estrutura (construir um modelo) que permanecerá consistente e funcional, mesmo em posterior continuação do estudo, quando diferentes ramos como a geometria e a álgebra se misturam , por exemplo, nos paradoxos de Zeno dos diálogos socráticos de Platão. Para alcançar uma tartaruga, Aquiles deverá ser capaz de viajar uma quantidade de segmentos infinitos (e isto é verdade), porém, o montante de segmentos infinitos não é necessariamente um segmento infinito, se eles tiverem comprimento zero. Aqui ocorre um paradoxo, de facto, um falso paradoxo: para executar as quantias de quase infinitos de uma distância quase zero, a resposta não é infinita. Zero e infinito são dois números como todos os outros; entretanto, diferente dos comuns, estes possuem alguns critérios excecionais: zero, por exemplo, multiplicado por qualquer número, sempre dá zero como resultado; e infinito, também multiplicado por qualquer número, pode somente dar origem a outro infinito. O que acontece, então, quando zero e infinito se multiplicam? O resultado que surge fica indefinido. Para compreender que estas quantias podem ser finitas, teve de se esperar até o século XVIII. Foi nessa altura que começou a surgir a base para uma rebelião contra a imposição do Peripatético, que finalmente guiou Georg Cantor (1845-1918) para a criação de uma teoria coerente e satisfatória do infinito matemático.

É importante expressar claramente o significado das palavras, através das quais um conceito matemático será apresentado, e as imagens correspondentes que serão escolhidas para os ilustrar. A construção de um conceito abstrato não pode estar separada de exemplos. Em matemática, uma imagem nunca pode ser a representação do conceito à qual se refere, mas simplesmente evocá-lo . Uma imagem errada ou mal utilizada pode mais facilmente levar a equívocos que um texto mal escrito.

A palavra «imaginação» está ligada à imagem e proporciona a capacidade de criar imagens mentais, que são algo certamente diferente de uma figura vista num livro, ou num ecrã de computador e, de facto, é mais abstrato, por exemplo, quando se trata das imagens de representação bidimensional de uma estrutura tridimensional. O sentido da visão está geralmente ligado à compreensão, «eu vejo» é, em muitas línguas e em muitas circunstâncias, sinónimo de «eu compreendo»: não se refere necessariamente ao sentido da visão ou a uma imagem real, às vezes pode ser uma imagem mental ou um conceito abstrato. Entretanto, a imaginação pode lidar com os cinco sentidos: esta afirmação tem de ser levada em consideração quando se estruturam estratégias de ensino diferentes para alcançar as diferentes capacidades e predisposições dos alunos.

2.3 A análise da linguagem utilizada em manuais de matemática para apresentar evidência da ligação entre a linguagem e as dificuldades estudantis, identificando quais estratégias linguísticas são, ou devem ser, utilizadas para melhor compreender as noções e para ter uma melhor abordagem na resolução de problemas.

Os estudos evidenciam a forma como as dificuldades em comunicação linguística podem tornar inútil qualquer tipo de intervenção direta nos contéudos matemáticos. Realçam igualmente o facto de que, quanto ao professor, eles precisam de continuamente transitar, durante o trabalho em sala de aula, entre o uso de linguagens de representação da matemática e de linguagens de interação com a turma, o que requer considerável consciência metalinguística .

As crenças sobre a matemática afetam frequentemente o empenho motivacional dos jovens, em relação aos problemas textuais, nomeadamente àqueles relativos à formulação do texto de um problema; isto é, estereótipos (também linguísticos) e conceções erradas na formulação de problemas escolares induzem a crenças erróneas e geram atitudes anormais face aos problemas e à matemática em si . As críticas sobre a utilização do termo «equívoco» possuem uma fundamentação teórica e são o resultado de um refinamento progressivo da pesquisa em educação matemática. Mais especificamente, a ideia de equívoco e a abordagem ao erro é o ponto inicial para uma mudança radical em direção a esta definição que tem colocado o estudante e os seus processos de ensino no centro da atenção. É esta a mudança de ponto de vista em que o aluno é agora considerado como um sujeito ativo que constrói o seu próprio conhecimento. Mais precisamente, este modelo enfraquece a interpretação tradicional de erros. Na realidade, os alunos interpretam a experiência com

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

a matemática, nomeadamente as mensagens que o professor continuamente envia: o aluno atribui significado a estas mensagens, um sentido que naturalmente depende do conhecimento que ele possui, mas também de muitos outros elementos menos óbvios. Aquele algoritmo, aquele termo, aquele símbolo, aquela propriedade, aquele conceito, serão internalizados de acordo com o sentido atribuído pelo estudante e pode acontecer este sentido não coincidir com o que o professor quis comunicar . O aluno, e de forma mais geral o indivíduo, interpreta continuamente o mundo ao relacionar os factos observados com as experiências prévias. As crenças são precisamente o resultado deste esforço contínuo em dar sentido à realidade e, ao mesmo tempo, em determinar os padrões com os quais o indivíduo aborda o mundo e, assim, interpreta as experiências futuras. Como tal, na educação matemática as crenças dos alunos são encaradas como o resultado do seu processo contínuo em interpretar experiências com matemática. Por outro lado, ao determinar os padrões segundo os quais a experiência futura é interpretada, elas agem como um guia selecionando os recursos a serem ativados; porém, estas crenças podem impedir a utilização de conhecimento e recursos adequados . As crenças e os equívocos agem como um filtro ou como uma simplificação de uma teoria (assim como a realidade).

Nas palavras de Lev Vygotsky:

> *"The scientific concepts evolve under the conditions of systematic cooperation between the child and the teacher. Development and maturation of the child's higher mental functions are products of this cooperation. Our study shows that the developmental progress reveals itself in the growing relativity of causal thinking, and in the achievement of a certain freedom of thinking in scientific concepts. Scientific concepts develop earlier than spontaneous concepts because they benefit from the systematicity of instruction and cooperation. This early maturity of scientific concepts gives them the role of a propaedeutic guide in the development of spontaneous concepts. The weak aspect of the child's use of spontaneous concepts lies in the child's inability to use these concepts freely and voluntarily and to form abstractions. The difficulty with scientific concepts lies in their verbalism, i.e., in their excessive abstractness and detachment from reality. At the same time, the very nature of scientific concepts prompts their deliberate use, the latter being their advantage over the spontaneous concepts. At about the fourth grade, verbalism gives way to concretization, which in turn favourably influences the development of spontaneous concepts. Both forms of reasoning reach, at that moment, approximately the same level of development"*
>
> *[Os conceitos científicos evoluem sob as condições de cooperação sistemática entre a criança e o professor. O desenvolvimento e o amadurecimento das funções mentais mais elevadas são produtos desta cooperação. O nosso estudo mostra que o progresso do desenvolvimento se revela na crescente relatividade do pensamento causal e na conquista de uma certa liberade de pensamento em conceitos científicos. Os conceitos científicos desenvolvem-se mais cedo que os conceitos espontâneos, pois beneficiam da sistematicidade de instrução e cooperação. Este amadurecimento antecipado dos conceitos científicos dá-lhes o papel de um guia propedêutico no desenvolvimento dos conceitos espontâneos. O aspeto frágil da utilização dos conceitos espontâneos pela criança recai sobre a sua incapacidade em os utilizar livremente e voluntariamente, bem como de formar abstrações. A dificuldade com os conceitos científicos reside nos seus verbalismos, isto é, nas suas abstrações excessivas e destacamento da realidade. Paralelamente, a própria natureza dos conceitos científicos motiva o seu uso deliberado, este último sendo a vantagem destes sobre os conceitos espontâneos. Por volta do quarto ano, o verbalismo abre caminho para a concretização, a qual, por sua vez, influencia favoravelmente o desenvolvimento dos conceitos espontâneos. Ambas formas de raciocínio alcançam, nesta altura, aproximadamente o mesmo nível de desenvolvimento.]*

O exemplo dos testes matemáticos INVALSI administrados nas escolas italianas, nos últimos anos, tem fornecido uma grande quantidade de resultados e destacado muitos macro fenómenos atribuíveis às dificuldades linguísticas ou textuais dos estudantes italianos . Como referido por Branchetti e Viale, a dimensão sintática do texto matemático não parece estar particularmente analisada nos estudos didáticos nem nos matemáticos ou nos educativos linguísticos. . Apenas recentemente a opinião de que a dimensão linguística representa uma componente fundamental no estudo da matemática tem-se mostrado progressivamente sólida, ao contrário de uma determinada ideia herdada da tradição escolar, a qual quer a linguagem e a matemática separadas e como áreas incomunicáveis.

Na Itália, os tradicionais manuais de matemática utilizam problemas que são geralmente caracterizados por longos períodos com uma sintaxe complexa, o uso de subordinadas reduzidas de particípio (ex. dado o trapézio...) ou de gerúndio, isto é, os modais são muito frequentes nos textos matemáticos. Também é típico do estilo tradicional matemático o uso da forma impessoal passiva (em italiano: «si passivante») e a frequência elevada de orações parentéticas integradas, o que aumenta a densidade informativa da frase; o uso da forma subjuntiva também é abrangida pelo estilo típico do texto matemático tradicional. É interessante perceber que alguns livros reproduzem módulos sintáticos, característicos da tradição italiana de textos matemáticos deste género, também na versão em inglês de alguns exercícios, tal qual o exemplo seguinte de uma secção em inglês «Test your skill» (Teste a sua capacidade) de um livro referência utilizado numa escola técnica, durante os primeiros dois anos de estudo: «Por dia, uma empresa pode produzir um máximo de 300 toneladas de um determinado produto. Para cada tonelada produzida, o custo de manufaturação e materiais brutos é de € 1,6 e as despesas diárias fixas são de € 36,00. Encontre o lucro máximo e quantidade mínima de forma a não estar em défice, sabendo que cada tonelada é vendida por € 4,00".

Na Itália, um bom exemplo de livro referência é proporcionado pelo trabalho de Massimo Bergamini, Graziella Barozzi e Anna Trifone, Manuale di Matematica blu, rosso, azzurro e verde, editado pela Zanichelli, que tem como objetivo um curso que evidencia as ligações entre a matemática e a realidade; a teoria é formulada com particular atenção à utilização de linguagem clara, expressada por critérios precisos e rigorosos, e apresenta muitos exercícios baseados na vida quotidiana, com um uso equilibrado de imagens e referências a atividades ligadas a uma página web. Nas partes laterais, as fórmulas são representadas de forma diferente, para confrontar os alunos com costumes, estratégias de aprendizagem e capacidades diferentes e possui uma parte dedicada aos alunos com Necessidade Educativas Especiais (NEE, supracitado).

A poeta polaca Wisława Szymborska dedicou diversos poemas à matemática, no seu livro Wszystkie lektury nadobowiązkowe sobre o príncipe dos teoremas de geometria, ela escreve:

> *I can easily imagine an anthology of the most beautiful pieces of world poetry making room for Pythagoras's theorem. And why not? It sets off the sparks that are the mark of great poetry, its form is pared beautifully to only the most necessary words, and it has a grace with which not even every poet has been blessed… [Posso facilmente imaginar uma antologia das peças mais bonitas do mundo da poesia dando espaço ao teorema de Pitágoras. E porque não? Provoca faíscas que são a marca da grande poesia, a sua forma é combinada belamente com apenas as palavras mais necessárias e tem a sua graça com a qual nem todo o poeta foi abençoado...]*

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Referências bibliográficas

[1] J. Conway, P. Doyle, J. Gillman, W. Thurston, Geometry and the Imagination, in www.geom.uiuc.edu/docs/education/institute91

[2] Efraim Fischbein, The theory of figural concepts, in "Educational Studies in Mathematics" 24 (1993), pp. 139–162.

[3] Fandiño Pinilla M. I. (2014), *Diverse componenti dell'apprendimento della matematica*. In: D'Amore B. (Eds) "La didattica della matematica: strumenti per capire e per intervenire". Atti del Convegno Nazionale omonimo, 3-4-5 marzo 2014, Tricase (Lecce). Bologna: Pitagora, pp. 71-80.
Lytt I. Gardner, Deprivation dwarfism, in Scientific American 1972 July; 227(1): pp. 76-84.

[4] Stephen Krashen, (1982). Principles and Practice in Second Language Acquisition, online: http://www.sdkrashen.com/content/books/principles_and_practice.pdf

[5] E. Stevick, (1976) Memory, Meaning, and Method. Rowley, Ma.: Newbury House.
Strand, S. (2014). *School effects and ethnic, gender and socioeconomic gaps in educational achievement at age 11*. Oxford Review of Education, 40, (2), 223-225

[6] Geary, D.C., Hoard, M.K., & Bailey, D.H. (2012). *Fact retrieval deficits in low achieving children and children with mathematical learning disability*. Journal of Learning Disabilities, 45, 4, pp. 291-307

[7] Bartelet, D., Ansari, D., Vaessen, A. & Blomert, L. (2014). *Cognitive subtypes of mathematics learning difficulties in primary education*. Research in Developmental Disabilities, 35, 3, pp. 657-670

[8] Brian G. Dias, Stephanie A. Maddox, Torsten Klengel & Kerry J. Ressler, *Epigenetic mechanisms underlying learning and the inheritance of learned behaviors*, in "Trends in Neurosciences", 2015; 38 (2): pp. 96-107.

[9] Gottfried Leibniz, letter to Christian Goldbach, April 17, 1712. Original lat.: "Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi". In Gottschalk Eduard Guhrauer (Ed.): *Nachträge zu der Biographie. Gottfried Wilhelm Freiherr von Leibnitz*, Ferdinand Hirt's Verlag, Breslau 1846

[10] Wisława Szymborska, *Wszystkie lektury nadobowiązkowe*, Otwarte, 2015; English version: *Nonrequired reading. Prose pieces*, translated by Clare Cavanagh, Harcourt, New York-San Diego-London, 2002.

[11] Branchetti, Laura & Viale, Matteo. (2014) *Tra italiano e matematica: il ruolo della formulazione sintattica nella comprensione del testo matematico*. In Atti del Convegno internazionale "La didattica dell'italiano. Problemi e prospettive." Locarno 24-26 ottobre 2014, G.R.I.M. (Dipartimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy), 2014.

[12] Branchetti, Laura & Viale, Matteo, *Matematica e creatività linguistica: gli esercizi di stile applicati ai problemi aritmetici*, in "Opera Nuova, Rivista internazionale di scritture e scrittori", n. 19, 2019/1.

[13] Bradley, Renée, Danielson, Louis C. & Hallahan, Daniel P., *Identification of learning disabilities: research to practice*. Routledge, 2002

[14] Lev Vygotsky, *Thought and Language*, Cambridge (Massachusetts)-London (England), MIT Press, 2012, pp. 157-158.

[15] Parsons S, Bynner J & Brewer E. *Does numeracy matter more?* Natl Res Dev Cent Adult Lit Numer 2005;1-37

[16] Rivera-Batiz FL., *Quantitative literacy and the likelihood of employment among young adults in the United States*. J Hum Resour 1992;27: 313-28.

[17]Italian Constitution

[18] Giannis Karagiannakis, Anna Baccaglini-Frank & Yiannis Papadatos, Mathematical learning difficulties subtypes classification, in "Frontiers in Human Neuroscience", 2014; 8: 57.

[19] Neelkamal Soares, Teresa Evans & Dilip R. Patel, *Specific learning disability in mathematics: a comprehensive review*, in "Translational Pediatrics" 2018 Jan; 7(1): 48–62.

[20] Mazzocco MM. Defining and differentiating mathematical learning disabilities and difficulties. In: Berch D, Mazzocco MM, editors. Why Is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities. Baltimore, MD: Paul H. Brookes Pub Co, 2007:29-47.

[21] Mazzocco MM., *Challenges in identifying target skills for math disability screening and intervention*. In "Journal of Learning Disabilities" 2005 Jul-Aug; 38(4):318-23.

[22] World Health Organization. International statistical classification of diseases and related health problems. 10th ed. Geneva

[23] Bruno D'Amore, *Matematica. Stupore e poesia*, Giunti, 2010.

[24] Giorgio Bolondi, *Competenze linguistiche e competenze matematiche: interdisciplinarità e formazione degli insegnanti*, in F. Clementi & L. Serianni "*Quale scuola? Le proposte dei Lincei per l'italiano, la matematica, le scienze*, Carocci, 2015.

[25] Bolondi G., Fandiño Pinilla M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. In. D'Amore B., Sbaragli S. (eds.) (2008). Didattica della matematica e azioni d'aula. Atti del XXII Convegno Nazionale: Incontri con la Matematica. Castel San Pietro Terme, 7-8-9 novembre 2008. Bologna: Pitagora. 129-131;

[26] Fandiño Pinilla M.I. (2008). Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica. Trento: Erickson.
OECD (2020), Mathematics performance (PISA) (indicator). doi: 10.1787/04711c74-en (Accessed on 12 May 2020).

[27] M. D'Aprile & P. L. Ferrari, *Linguaggi e rappresentazioni nella formazione degli insegnanti di matematica*, in "La matematica e la sua didattica" n. 4/2003.

[28] Rosetta Zan, *Difficoltà in matematica: Osservare, interpretare, intervenire*, Springer Milan, 2007.

[29] Zovkic, I. B., Guzman-Karlsson, M. C., & Sweatt, J. D., *Epigenetic regulation of memory formation and maintenance*, in "Learning & memory" (Cold Spring Harbor, N.Y.) 2013; 20(2), 61–74
Wisława Szymborska Wszystkie lektury nadobowiązkowe, Otwarte, 2015

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.