



Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

STRUMENTI DI INTERVENTO

Semplificazione delle espressioni algebriche

1. Introduzione

Al fine di sviluppare un insieme di attività didattiche finalizzate alla semplificazione delle espressioni algebriche con addizione / sottrazione di monomi, si rimanda ad alcuni quadri teorici che verranno descritti nella sessione 2.

Nella sessione 3 viene descritto il disegno delle attività educative. In particolare, se le attività sono rivolte ad un singolo studente, a piccoli gruppi o alla classe, la finalità didattica delle attività, l'area cognitiva e dominio matematico di interesse e gli Oggetti matematici nelle aree di difficoltà individuate attraverso il questionario B2.

2. Quadro teorico di riferimento

I riferimenti teorici che ci hanno aiutato a progettare le seguenti attività sono:

1) Principi di progettazione universale per l'apprendimento (UDL) (Tabella 3), un framework concepito specificamente per progettare attività educative inclusive (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabella 3: UDL linee guida

	Fornire molteplici mezzi di CONVOLGIMENTO	Fornire molteplici mezzi di RAPPRESENTAZIONE	Fornire molteplici mezzi di AZIONE ed ESPRESSIONE
	Reti Efficaci – I “PERCHÉ” dell'apprendimento	Reti di Riconoscimento – Il “COSÌ” dell'apprendimento	Reti Strategiche – Il “COME” dell'apprendimento
Accedere	Fornire opzioni per Catturare l'interesse : <ul style="list-style-type: none"> Ottimizzare la scelta individuale e l'autonomia Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità Minimizzare minacce e distrazioni 	Fornire opzioni per la Percezione : <ul style="list-style-type: none"> Offrire modi di personalizzare la visualizzazione delle informazioni Offrire alternative di sollecitazioni uditive Offrire alternative per le informazioni visive 	Fornire opzioni per Azioni Fisiche : <ul style="list-style-type: none"> Variare i metodi di risposta e di movimento Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie assistive
Costruire	Fornire opzioni per Sostenere Sforzo & Persistenza <ul style="list-style-type: none"> Rafforzare l'importanza degli scopi e degli obiettivi Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida Promuovere collaborazione e condivisione Accrescere i <i>feedback</i> orientati alla padronanza dell'apprendimento 	Fornire opzioni per Linguaggio & Simboli <ul style="list-style-type: none"> Precisare il lessico e i simboli Precisare la sintassi e la struttura Supportare la decodifica di testo, notazioni e simboli matematici Promuovere la comprensione in tutti i linguaggi Illustrare attraverso molteplici mezzi 	Fornire opzioni per Espressione e Comunicazione : <ul style="list-style-type: none"> Usare molteplici mezzi di comunicazione Usare molteplici mezzi di costruzione e composizione Costruire fluidità nella comunicazione mediante livelli di supporto graduati per la pratica e la prestazione
Interiorizzare	Fornire opzioni per l' auto-regolazione : <ul style="list-style-type: none"> Promuovere prospettive e convinzioni che ottimizzano la motivazione Facilitare capacità personali e strategie Sviluppare autovalutazione e riflessione 	Fornire opzioni per la Comprensione : <ul style="list-style-type: none"> Attivare o fornire la conoscenza del contesto Evidenziare percorsi, caratteristiche fondamentali, le grandi idee e le relazioni Guidare la visualizzazione e i processi delle conoscenze Massimizzare trasferimento e generalizzazione delle conoscenze 	Fornire opzioni per la Funzioni Esecutive Guidare verso la definizione di obiettivi appropriati: <ul style="list-style-type: none"> Supportare lo sviluppo di pianificazioni e strategie Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse Potenziare la capacità di monitorare i progressi
	Studenti esperti che sono...		
	Determinati & Motivati	Intraprendenti e Competenti	Strategici e Orientati agli obiettivi

Il Center for Applied Special Technology (CAST) ha sviluppato un quadro completo attorno al concetto di Universal Design for Learning (UDL), con l'obiettivo di concentrare la ricerca, lo sviluppo e



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

la pratica educativa sulla comprensione della diversità e sulla facilitazione dell'apprendimento (Edybum, 2005). L'UDL include una serie di principi, articolati in Linee guida e punti di controllo¹. La ricerca alla base della struttura di UDL è che "gli studenti sono molto variabili nella loro risposta all'istruzione. [...] "

Pertanto, UDL si concentra su queste differenze individuali come elemento importante per la comprensione e la progettazione di istruzioni efficaci per l'apprendimento.

A tal fine, UDL avanza tre Principi fondamentali: 1) fornire molteplici mezzi di rappresentazione, 2) fornire molteplici mezzi di azione ed espressione, 3) fornire molteplici mezzi di coinvolgimento. In particolare, le linee guida all'interno del primo principio hanno a che fare con i mezzi di percezione coinvolti nel ricevere determinate informazioni e di "comprensione" delle informazioni ricevute. Invece, le linee guida all'interno del secondo principio tengono conto dell'elaborazione di informazioni / idee e della loro espressione. Infine, le linee guida all'interno del terzo principio trattano il dominio dell'"affetto" e della "motivazione", anch'essi essenziali in ogni attività educativa.

Per le nostre analisi ci concentreremo in particolare su linee guida specifiche all'interno dei tre Principi.

Le linee guida all'interno del Principio 1 (forniscono molteplici mezzi di rappresentazione), suggeriscono di proporre diverse opzioni di percezione e di offrire supporto per la decodifica di simboli e notazioni matematiche. Inoltre, le linee guida suggeriscono l'importanza di fornire opzioni per la comprensione evidenziando modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni tra nozioni matematiche. Infine, le nostre analisi forniranno esempi di come il software AINuSet possa guidare l'elaborazione, la visualizzazione e la manipolazione delle informazioni, al fine di massimizzare il trasferimento e la generalizzazione.

Inoltre, le linee guida del Principio 2 (forniscono molteplici mezzi di azione ed espressione) suggeriscono di offrire diverse opzioni di espressione e comunicazione a supporto della pianificazione e dello sviluppo della strategia. Infine, le linee guida del Principio 3 mostrano come determinate attività possono reclutare l'interesse degli studenti, ottimizzando la scelta e l'autonomia individuali e riducendo al minimo le minacce e le distrazioni.

Nella sezione 4 analizzeremo esempi di attività classificandole sia per il tipo di apprendimento matematico che sono progettate sia per l'area cognitiva che supportano. Mostriamo come questi esempi sono stati progettati sui principi UDL al fine di renderli inclusivi ed efficaci per superare le difficoltà matematiche identificate attraverso il questionario B2.

2) Il progetto europeo **FasMed**, incentrato sulla valutazione formativa in matematica e scienze, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

La valutazione formativa (FA) è concepita come un metodo di insegnamento in cui "le prove sui risultati degli studenti sono suscitate, interpretate e utilizzate da insegnanti, discenti o loro pari, per prendere decisioni sui prossimi passi nell'istruzione che probabilmente saranno migliori, o meglio fondato, rispetto alle decisioni che avrebbero preso in assenza delle prove che erano state suscitate" (Black & Wiliam, 2009, p. 7). Il progetto FaSMEd fa riferimento allo studio di Wiliam e Thompson (2007), che identifica cinque strategie chiave per le pratiche di FA in ambito scolastico: (a) chiarire e condividere le intenzioni di apprendimento e i criteri per il successo; (b) progettare discussioni in classe efficaci e altri compiti di apprendimento che diano prova della comprensione dello studente; (c) fornire feedback che faccia avanzare gli studenti; (d) attivare gli studenti come risorse didattiche reciproche; (e) attivare gli studenti come proprietari del proprio apprendimento. L'insegnante, i colleghi dello studente e lo studente stesso sono gli agenti che attivano queste strategie di FA.

Tabella 4: Strategie di valutazione formativa

	Dove sta andando lo studente	Dov'è lo studente adesso	Come arrivare
Insegnante	1 Chiarire gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	2 Progettare discussioni efficaci in classe e altre attività di apprendimento che producano evidenza	3 Fornire <i>feedback</i> che facciano progredire gli studenti



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

	Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	della comprensione degli studenti	
Pari		4 Far sì che gli studenti siano risorse di apprendimento uno per l'altro	
Studente	Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	5 Far sì che gli studenti siano padroni del loro apprendimento	

Le attività di FaSMEd sono organizzate in sequenze, che comprendono il lavoro di gruppo su fogli di lavoro e discussioni in classe in cui i lavori di gruppo selezionati vengono discussi da tutta la classe, sotto l'orchestrazione dell'insegnante. Tenendo conto delle strategie di valutazione formativa e delle funzionalità tecnologiche, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) hanno progettato tre tipi di fogli di lavoro per l'attività in classe:

"(1) fogli di lavoro del problema: fogli di lavoro che introducono un problema e pongono una o più domande che coinvolgono l'interpretazione o la costruzione della rappresentazione (verbale, simbolica, grafica, tabellare) della relazione matematica tra due variabili (ad esempio l'interpretazione di un grafico distanza-tempo);

(2) fogli di lavoro di aiuto, volti a supportare gli studenti che affrontano difficoltà con i fogli di lavoro problematici fornendo suggerimenti specifici (ad esempio domande guida);

(3) fogli di lavoro del sondaggio: fogli di lavoro che richiedono un sondaggio tra le opzioni proposte ".

Gli autori hanno identificato strategie di feedback (Tabella 5) che l'insegnante può adottare per fornire feedback agli studenti (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Queste strategie sono impiegate nella discussione in classe organizzata dall'insegnante dopo il lavoro di gruppo sui fogli di lavoro.

Tabella 5:

Ridare voce	Quando l'insegnante rispecchia l'intervento di uno studente in modo da attirare l'attenzione su di esso. Spesso, durante la ripetizione, l'insegnante sottolinea con l'intonazione vocale alcune parole cruciali della frase che sta rispecchiando. La riformulazione avviene quando il docente riformula l'intervento di uno studente, con il duplice scopo di richiamare l'attenzione della classe e rendere l'intervento più comprensibile a tutti.
Riformulare	La riformulazione avviene quando il docente riformula l'intervento di uno studente, con il duplice scopo di richiamare l'attenzione della classe e rendere l'intervento più comprensibile a tutti. La riformulazione si applica quando l'insegnante ritiene che l'intervento possa essere utile ma necessita di essere comunicato in modo migliore per diventare una risorsa per gli altri. [...] Le strategie di revisione e riformulazione [...] trasformano uno studente (l'autore dell'intervento) in una risorsa per la classe.
Riformatura strutturata	Quando l'insegnante, oltre a riformulare, aggiunge alcuni elementi per guidare il lavoro degli studenti.
Rilancio	Quando l'insegnante reagisce all'intervento di uno studente, che considera interessante per la classe, non dando un feedback diretto, ma



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-1-102-KA201-048274

	ponendo una domanda connessa. In questo modo, rilanciando, l'insegnante fornisce un feedback implicito [...] sull'intervento dello studente, suggerendo che la questione è interessante e degna di essere approfondita o, al contrario, presenta alcuni punti problematici e sui quali dovrebbe essere rielaborato.
Contrasto	Il contrasto avviene quando l'insegnante richiama l'attenzione su due o più interventi, che rappresentano due posizioni differenti, in modo da favorire un confronto. Al contrario, [...] gli autori delle due posizioni possono essere risorse per la classe oltre che responsabili del proprio apprendimento.

Traiamo dall'esperienza FaSMEd l'idea di creare attività di classe nella prospettiva della valutazione formativa, che possa favorire l'inclusione.

3. Progettazione

3.1. Difficoltà individuate attraverso il questionario B2

Rileviamo difficoltà nei seguenti elementi di B2:

1. Semplifica

a) $a \times a = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $\sqrt[2]{a^3} = a^{\underline{\hspace{1cm}}}$

b) $a + a = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $a + 2a = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $2a : a = \underline{\hspace{2cm}}$

g) $a \times (b+c) = \underline{\hspace{3cm}}$

d) $\frac{2a}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$

Queste difficoltà sono legate alla semplificazione delle espressioni algebriche.

1.1. Area cognitiva e dominio matematico di interesse

L'area di difficoltà individuata attraverso il questionario B2 è relativa al dominio dell'Algebra. In particolare, le difficoltà sono legate alla semplificazione delle espressioni algebriche. Quindi, Memoria e Visuo-Spaziale sono le aree cognitive coinvolte.

1.2. Obiettivi educativi

Lo strumento di intervento ha lo scopo di semplificare le espressioni algebriche con addizione / sottrazione di monomi, utilizzando materiali manipolabili.

1.3. Rivolgersi a Studente / classe

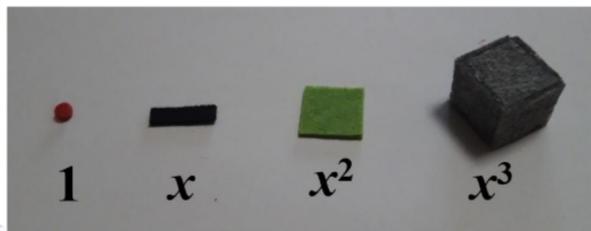
Lo strumento di intervento è da indirizzare a piccoli gruppi.

1.4. Attività educative: lo strumento di intervento

L'insegnante introduce gli studenti ai materiali da utilizzare e alla loro simbologia:

Quindi,
scrive
algebraica

$3x + 4 + 2x +$



l'insegnante
l'espressione

3





Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

sulla lavagna e chiede agli studenti di rappresentare la stessa espressione, utilizzando i materiali e la simbologia.

Dopo aver osservato l'insieme di simboli, lo studente dovrebbe scrivere l'espressione matematica e semplificarla.

osservato simboli, lo studente dovrebbe scrivere matematica e

$$3x + 4 + 2x + 3$$
$$3x + 4 + 2x + 3 = 5x + 7$$

Lo stesso processo verrà utilizzato per semplificare altre espressioni algebriche, come:

$$2x^2 + 2 + x^2 + 1 + x$$

$$2x^2 + 2 + x^2 + 1 + x = 3x^2 + 3 + x$$

Gli studenti possono semplificare più espressioni utilizzando il materiale:

- $2x^2 + 1 + x^2 + 4$
- $2x^3 + x^2 + 3x + 1 + 2x^2 + 3$

Dopo che gli studenti hanno semplificato le espressioni precedenti, l'insegnante presenta una nuova espressione e chiede agli studenti di semplificare $x^3 + 2x^2$.

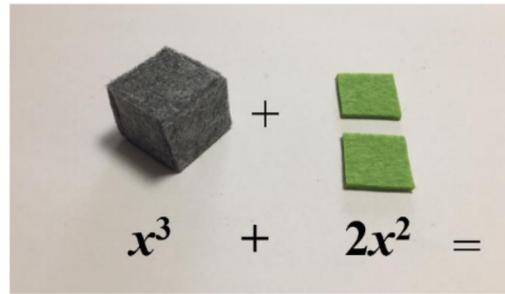


Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

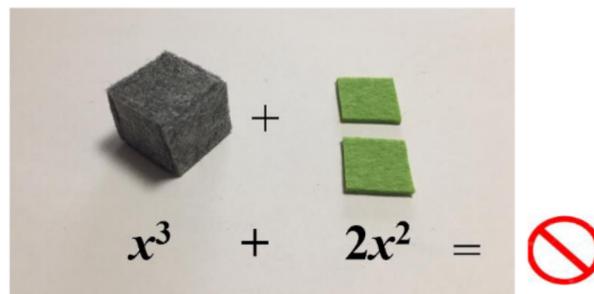
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-1102-KA201-048274



Ancora una volta, usando la simbologia, gli studenti dovrebbero concludere che non è possibile semplificare l'espressione data.



Infine l'insegnante sfida gli studenti a semplificare l'espressione $3x^3 - x^3$.



2. Bibliografia e sitografia

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. [↓](#)
- [2] Workshop with Dr. Giannis Karagianakis in International Congress of math learning difficulties, in Lisbon, 7,8/02/2020
- [3] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-1102-KA201-048274

- [4] Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. Assessment in education, 5(1), 7-74.
- [5] Wiliam, D. (1999). Formative assessment in mathematics Part 2: feedback. Equals: Mathematics and Special Educational Needs, 5(3), 8-11
- [6] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>)
- [7] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.