



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

STRUMENTO DI INTERVENTO

Esplorazione di soluzioni di equazioni e sistemi di equazioni

1. Introduzione

Per sviluppare un insieme di attività tali da facilitare la comprensione della relazione fra numeri frazionari e percentuali, migliorando le capacità di ragionamento, ci siamo riferiti alle linee guida Universal Design for Learning (UDL), qui riportate nel paragrafo 2.

Nel paragrafo 3 l'insieme delle attività è descritto nei dettagli. In particolare, le attività indirizzate alla classe, gli scopi didattici, l'area cognitiva ed il dominio matematico ad essa efferente, in relazione agli elementi matematici dove, attraverso il questionario B2, sono state identificate le difficoltà.

2. Modello teorico di riferimento

I riferimenti teorici che ci hanno aiutato a progettare le seguenti attività sono:

1) Principi di Progettazione Universale per l'Apprendimento, Universal Design for Learning (UDL)

I Principi UDL (Tabella 3), un modello concepito specificamente per progettare attività educative *inclusive* (<http://udlguidelines.cast.org/>) sono organizzati nella seguente tabella:

Tabella 3: principi e linee guida UDL

	Fornire molteplici mezzi di COINVOLGIMENTO	Fornire molteplici mezzi di RAPPRESENTAZIONE	Fornire molteplici mezzi di AZIONE ed ESPRESSIONE
	Reti Efficaci – I “PERCHÉ” dell'apprendimento	Reti di Riconoscimento – Il “COSA” dell'apprendimento	Reti Strategiche – Il “COME” dell'apprendimento
Accedere	Fornire opzioni per Catturare l'interesse: <ul style="list-style-type: none"> Ottimizzare la scelta individuale e l'autonomia Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità Minimizzare minacce e distrazioni 	Fornire opzioni per la Percezione: <ul style="list-style-type: none"> Offrire modi di personalizzare la visualizzazione delle informazioni Offrire alternative di sollecitazioni uditive Offrire alternative per le informazioni visive 	Fornire opzioni per Azioni Fisiche: <ul style="list-style-type: none"> Variare i metodi di risposta e di movimento Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie assistive
Costruire	Fornire opzioni per Sostenere Sforzo & Persistenza <ul style="list-style-type: none"> Rafforzare l'importanza degli scopi e degli obiettivi Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida Promuovere collaborazione e condivisione Accrescere i <i>feedback</i> orientati alla padronanza dell'apprendimento 	Fornire opzioni per Linguaggio & Simboli <ul style="list-style-type: none"> Precisare il lessico e i simboli Precisare la sintassi e la struttura Supportare la decodifica di testo, notazioni e simboli matematici Promuovere la comprensione in tutti i linguaggi Illustrare attraverso molteplici mezzi 	Fornire opzioni per Espressione e Comunicazione: <ul style="list-style-type: none"> Usare molteplici mezzi di comunicazione Usare molteplici mezzi di costruzione e composizione Costruire fluidità nella comunicazione mediante livelli di supporto graduali per la pratica e la prestazione
Interiorizzare	Fornire opzioni per l' auto-regolamentazione: <ul style="list-style-type: none"> Promuovere prospettive e convinzioni che ottimizzano la motivazione Facilitare capacità personali e strategie Sviluppare autovalutazione e riflessione 	Fornire opzioni per la Comprensione: <ul style="list-style-type: none"> Attivare o fornire la conoscenza del contesto Evidenziare percorsi, caratteristiche fondamentali, le grandi idee e le relazioni Guidare la visualizzazione e i processi delle conoscenze Massimizzare trasferimento e generalizzazione delle conoscenze 	Fornire opzioni per la Funzioni Esecutive Guidare verso la definizione di obiettivi appropriati: <ul style="list-style-type: none"> Supportare lo sviluppo di pianificazioni e strategie Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse Potenziare la capacità di monitorare i progressi
	Studenti esperti che sono...		



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Il Centro per le Speciali Tecnologie Applicate (CAST) ha sviluppato un quadro completo attorno al concetto di Universal Design for Learning (UDL), con l'obiettivo di concentrare la ricerca, lo sviluppo e la pratica educativa sulla comprensione della diversità e sulla facilitazione dell'apprendimento. L'UDL include una serie di Principi, articolati in *Linee guida e punti di controllo*¹. La ricerca alla base della struttura di UDL è che "gli studenti sono molto variabili nella loro risposta all'istruzione. [...] "

Pertanto, l'UDL si concentra su queste differenze individuali come elemento importante per comprendere e progettare istruzioni efficaci per l'apprendimento.

A questo scopo, l'UDL propone tre Principi fondamentali: 1) fornire molteplici mezzi di rappresentazione, 2) fornire molteplici mezzi di azione ed espressione, 3) fornire molteplici mezzi di coinvolgimento. In particolare, le linee guida all'interno del primo principio si riferiscono ai mezzi di percezione coinvolti nel ricevere determinate informazioni e di "comprensione" delle informazioni ricevute. Le linee guida all'interno del secondo principio tengono conto dell'elaborazione di informazioni/idee e della loro espressione. Infine, le linee guida all'interno del terzo principio trattano il dominio dell'"affetto" e della "motivazione", anch'essi essenziali in ogni attività educativa.

Per le nostre analisi, ci concentreremo in particolare su linee guida specifiche all'interno dei tre Principi².

Le linee guida all'interno del Principio 1 (*fornire molteplici mezzi di rappresentazione*), suggeriscono di proporre diverse alternative di percezione e di offrire supporto per la decodifica di notazioni e simboli matematici. Inoltre, le linee guida suggeriscono l'importanza di fornire alternative per la comprensione evidenziando modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni tra nozioni matematiche. Infine, le nostre analisi forniranno esempi di come il software AlNuSet possa guidare l'elaborazione, la visualizzazione e la manipolazione delle informazioni, al fine di massimizzare il trasferimento e la generalizzazione.

Inoltre, le linee guida del Principio 2 (forniscono molteplici mezzi di azione ed espressione) suggeriscono di offrire diverse alternative di espressione e comunicazione a supporto della pianificazione e dello sviluppo della strategia. Infine, le linee guida del Principio 3 mostrano come determinate attività possono reclutare l'interesse degli studenti, ottimizzando la scelta e l'autonomia individuali e riducendo al minimo le minacce e le distrazioni.

Nella sezione 4 presenteremo esempi di attività, discutendo il tipo di apprendimento matematico a cui si rivolgono e l'area cognitiva che supportano. Mostriamo come questi esempi sono stati progettati all'interno della cornice dei principi UDL al fine di renderli inclusivi ed efficaci per superare le difficoltà matematiche individuate attraverso il questionario B2.

2) Il Progetto Europeo FaSMed che si focalizza sulla valutazione formativa in matematica e scienze, <https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>.

La valutazione formativa (VF) è concepita come un metodo di insegnamento in cui "l'evidenza circa i risultati dello studente è ottenuta, interpretata e usata da insegnanti, studenti e dai loro pari per prendere decisioni sui passi successivi da compiere nell'istruzione che possono essere migliori o meglio fondati rispetto alle decisioni che sarebbero state prese in assenza dell'evidenza che è stata ottenuta" (Black & Wiliam, 2009, p. 7).

Il progetto FaSMed fa riferimento agli studi di William e Thompson del 2007, che indentificano cinque strategie chiave per la pratica della VF in ambito scolastico: (a) *Chiarire e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo*; (b) *progettare discussioni efficaci in classe e altre attività di apprendimento che producano evidenza della comprensione degli studenti*; (c) *fornire feedback che facciano progredire gli studenti*; (d) *far sì che gli studenti siano risorse di apprendimento uno per l'altro*; (e) *far sì che gli studenti siano padroni del loro apprendimento*. L'insegnante, i compagni e lo studente stesso sono gli artefici della messa in atto di queste strategie di VF.

¹ Per una lista complete di questi principi, linee guida a punti di controllo a una descrizione più vasta delle attività di CAST, visitare il sito <http://www.udlcenter.org/>

² Gli elementi sono presi dall'elenco interattivo su <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Tabella 4: Strategia per la valutazione formativa

	Dove sta andando lo studente	Dov'è lo studente adesso	Come arrivare
Insegnante	1 Chiarire gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	2 Progettare discussioni efficaci in classe e altre attività di apprendimento che producano evidenza della comprensione degli studenti	3 Fornire <i>feedback</i> che facciano progredire gli studenti
Pari	Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	4 Far sì che gli studenti siano risorse di apprendimento uno per l'altro	
Studente	Comprendere e condividere gli obiettivi di apprendimento e i criteri per il successo	5 Far sì che gli studenti siano padroni del loro apprendimento	

Le attività FaSMed sono organizzate in sequenza, comprendono lavori di gruppo su fogli di lavoro, discussioni di classe dove i lavori di gruppo selezionati sono discussi dalla classe intera, sotto la direzione del docente. Tenendo conto delle strategie della valutazione formativa e delle funzionalità tecnologiche, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) hanno ideato tre tipi di fogli di lavoro per le attività in classe:

- (1) *Fogli di lavoro per Problema*: fogli di lavoro che introducono un problema e propongono una o più domande che coinvolgono l'interpretazione o la costruzione della rappresentazione (verbale, simbolica, grafica e tabulare) della relazione matematica tra due variabili (e.g. interpretare un grafico tempo - distanza);
- (2) *Fogli di lavoro di Aiuto*: concepiti per supportare gli studenti che incontrano difficoltà con il foglio di lavoro per problema proponendo specifici suggerimenti (e.g. domande guidate);
- (3) *Foglio di lavoro per Sondaggio*: fogli di lavoro che suggeriscono un sondaggio tra diverse opzioni.

Gli autori hanno identificato delle strategie di *feedback* che l'insegnante può adottare per fornire un riscontro agli studenti (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Queste strategie sono impiegate nella discussione in classe organizzata dal docente dopo il lavoro di gruppo:

Tabella 5:

Ridare voce	Quando l'insegnante fa da specchio ad un intervento di un alunno in modo da richiamare l'attenzione su di esso. Spesso, durante l'attività di <i>ridare voce</i> , l'insegnante sottolinea con l'intonazione della voce alcune parole della frase che sta ripetendo.
Riformulare	La riformulazione si ha quando il docente riformula l'intervento di uno studente, con il doppio scopo di richiamare l'attenzione della classe e rendere l'intervento più intellegibile a tutti. La riformulazione avviene quando l'insegnante avverte che l'intervento può essere utile ma necessita di essere comunicato in un modo migliore per diventare una risorsa per gli altri. [...]. Le strategie del ridare voce e riformulare trasformano uno studente (l'autore dell'intervento) in una risorsa per la classe.
Riformulare con una struttura	Quando il docente, oltre a riformulare, aggiunge alcuni elementi per guidare il lavoro degli studenti.
Rilanciare	Quando il docente reagisce all'intervento dello studente, che considera interessante per la classe, non dando un <i>feedback</i> diretto, ma ponendo una domanda connessa. In questo modo, attraverso " <i>il rilancio</i> " l'insegnante fornisce un <i>feedback</i> implicito [...] all'intervento dello studente, suggerendo che l'argomento è interessante e prezioso da approfondire o, al contrario, che ha qualche punto problematico e dovrebbe essere rivisto.





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Contrastare	Il contrastare prende piede quando il docente richiama l'attenzione su due o più interventi, che rappresentano due differenti posizioni, così da promuovere un confronto. Dal contrasto, [...] gli autori delle due posizioni possono essere una risorsa per la classe così come essere responsabili del proprio apprendimento.
-------------	---

Noi estraiamo dall'esperienza del FaSMed l'idea di creare attività di classe nella prospettiva della valutazione formativa, che può promuovere l'inclusione.

3. Progettazione

3.1 Difficoltà identificate attraverso il questionario B2

Rileviamo difficoltà nei seguenti elementi di B2:

Se $a = 3$ qual è il valore di $2a + 1$?

Se $x = -4$, qual è il valore di $24 / x$?

- a. 6
- b. 1/6
- c. -1/6
- d. -6
- e. 20

Queste difficoltà sono legate alla costruzione del significato di variabile e di espressione dipendente da tale variabile che influenzerà la costruzione del significato di equazione.

3.2 Area cognitiva e dominio matematico interessati

L'area di difficoltà identificata attraverso il questionario B2 è relativa al dominio di Algebra e Ragionamento (Tabella 1).

Tabella 1: Le difficoltà rilevate sono legate al dominio cognitivo del *Ragionamento* e al dominio dell'*Aritmetica*

	Aritmetica	Geometria	Algebra
Memoria			
Ragionamento			Se $a = 3$ qual è il valore di $2a + 1$? Se $x = -4$, qual è il valore di $24 / x$? R. 6 B. 1/6 C. -1/6 D. -6E. 20
Visuospatialità			

3.3 Obiettivi didattici

Lo strumento di intervento ha lo scopo di *esplorare soluzioni di equazioni e sistemi di equazioni*.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

3.4 Beneficiari dell'intervento didattico (studente singolo/intera classe)

L Lo strumento Intervento si articola in un insieme di attività che devono essere svolte con tutta la classe, in un'ottica di inclusione, anche nella didattica on line. Lo strumento di intervento si articola in un insieme di attività che devono essere svolte con tutta la classe, in un'ottica di inclusione.

3.5 Attività didattica: lo strumento di intervento

Ci riferiamo all'attività in Desmos denominata "Make them balance" (<https://teacher.desmos.com>).

“Questa lezione utilizza i ganci per esplorare soluzioni alle equazioni e ai sistemi di equazioni. Gli studenti esplorano prima un singolo gancio e vedono che i valori che bilanciano il gancio sono anche soluzioni a un'equazione e, quando tracciati, formano una linea. Quindi, gli studenti incontrano due ganci e vedono che i valori che bilanciano entrambi i ganci sono anche soluzioni per entrambe le equazioni e cadono su entrambe le linee. Utilizzando questo contesto, gli studenti danno un senso ai sistemi di equazioni che hanno una soluzione, nessuna soluzione e infinite soluzioni”.

Una linea guida per l'insegnante è a disposizione.

Di seguito l'anteprima della sequenza di attività proposte per lo studente:

1 Warm-Up Find values for x and y so that the hanger

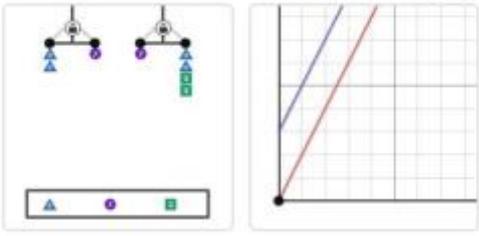
2 Notice and Wonder

3 Make It Balance

4 Challenge #1: Can yo...

6 Find the Solution
The system of equations below represents the hangers:

7 Challenge #2: Can yo...

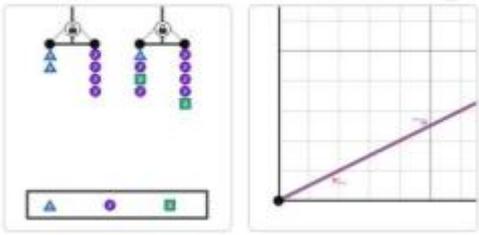


8 No Solutions

This system of equations from the previous screen has no

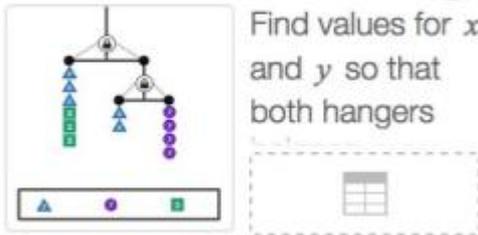


9 Challenge #3: Can yo...



10 Are You Ready for ...

Find values for x and y so that both hangers



11 Reflect

Choose one of the representations and use it to



Tieni presente che l'insegnante può interagire con ogni studente o pianificare una discussione di sessione per confrontare, ad esempio, la soluzione di diversi studenti. Questo può essere fatto anche tramite sessioni in linea.

4. Discussione attraverso le linee guida UDL sulle attività sopra menzionate

Osserviamo che lo stesso scopo educativo di costruire il significato di "variabili", di equazione e sistema di equazioni in *Algebra* viene affrontato in modi diversi agendo sui tre principi di UDL (Tabella 7, in rosso i nostri commenti per illustrare la connessione tra i principi e le nostre attività).

Tabella 7: Analisi delle attività attraverso la Tabella dei principi UDL.

<i>Interesse</i>	<i>Representazione</i>	<i>Interesse</i>
------------------	------------------------	------------------



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

<p>Attivazione dell'interesse</p> <p><i>Ottimizza la scelta individuale e autonoma</i></p> <p><i>Ottimizza la pertinenza, il valore e l'autenticità</i></p> <p><i>Minimizza minacce e distrazioni</i></p>	<p>Percezione</p> <p><i>Offre modi per personalizzare la visualizzazione delle informazioni.</i></p> <p><i>Offre alternative per le informazioni uditive.</i></p> <p>Diversi registri attraverso i quali vengono visualizzate le informazioni (visive; simboliche)</p>	<p>Azioni fisiche</p> <p><i>Verifica i metodi di risposta e navigazione sul web</i></p>
<p>Sostieni lo sforzo e la persistenza</p> <p><i>Sottolinea la rilevanza degli obiettivi</i></p> <p><i>Aumenta il feedback orientato alla maestria</i></p> <p><i>Varia domande and risorse per ottimizzare le sfide</i></p> <p><i>Favorisci la collaborazione e la comunità</i></p> <p>I feedback orientati supportano il coinvolgimento e la motivazione nel rispetto dell'elaborazione della soluzione del compito</p>	<p>Linguaggi & Simboli</p> <p><i>Chiarifica vocabolario e simboli</i></p> <p><i>Chiarifica la sintassi e la struttura</i></p> <p>Offri un linguaggio e simboli alternativi per decodificare le informazioni e lavorare sulle informazioni</p> <p>Supporta la decodifica di testo, notazione matematica e simboli</p> <p><i>Ciò è promosso dall'azione dinamica e dalla manipolazione degli oggetti</i></p> <p>Promuovi la comprensione in tutte le lingue</p>	<p>Espressione & Comunicazione</p> <p><i>Usa differenti strumenti per la costruzione e la composizione</i></p> <p><i>Costruisci fluidità con livelli graduali di supporto per pratica e performance</i></p> <p>Utilizzare diversi registri per comunicare</p> <p><i>Ciò è favorito dall'uso di termini e simboli alternativi a quelli formali per parlare di oggetti matematici.</i></p> <p><i>Inoltre, nelle attività sono previste manipolazioni matematiche virtuali o concrete. Ad esempio, trascinare un punto in movimento può aiutare a visualizzare che la variabile può avere valori diversi sulla linea numerica.</i></p>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Autocritica	Comprensione	Funzioni esecutive
<p>Promuovi aspettativa e fiducia per ottimizzare la motivazione</p> <p>Facilita i modi personali di superamento delle difficoltà</p> <p>Sviluppa l'approccio critico e la riflessione</p> <p>Le strategie di valutazione formativa, come discusso nella sezione 2, possono aiutare l'autovalutazione e la riflessione. Più specificamente, l'insegnante può fornire diversi tipi di feedback</p>	<p>Attivare o fornire conoscenze di base</p> <p>Evidenzia modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni (punto di controllo 3.2)</p> <p>Guida l'elaborazione e la visualizzazione delle informazioni</p> <p>Massimizza il trasferimento e la generalizzazione</p> <p>Percezione, linguaggio e simboli, comprensione (la costruzione di conoscenza utilizzabile, conoscenza accessibile per futuri processi decisionali, dipende non solo dalla percezione delle informazioni, ma da "capacità di elaborazione delle informazioni" attive)</p>	<p>Guida la definizione degli obiettivi appropriati</p> <p><i>L'uso del modello a barre può anche essere un supporto per la memoria. Il modello a barra guida il processo di indagine degli studenti.</i></p> <p>Supportare la pianificazione e lo sviluppo della strategia</p> <p>Facilitare la gestione di informazioni e risorse</p> <p>Migliora la capacità di monitorare i progressi</p>

Ciò consente agli studenti di costruire un significato per le nozioni aritmetiche in gioco.

5. Bibliografia e sitografia

[1] <https://www.desmos.com/?lang=it>

[2] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.

[3] UDL Principles: <http://udlguidelines.cast.org/>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.