



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Materiały do pracy z uczniami

Wspomaganie pamięci w określaniu znaków w mnożeniu liczb całkowitych

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą określania znaków w mnożeniu liczb całkowitych, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczę	“czego” się uczę	“jak” się uczę
Dostęp	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszcające 	Postrzeżenie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowanie	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeżenie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczenie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwiaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy...		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AINuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozpraszające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przezwyciężaniu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

W celu scharakteryzowania trudności uczniów w geometrii odwołujemy się do następujących elementów twierdzenia Karagiannakisa i współpracowników (tab. 1), które dotyczyły pamięci w wyszukiwaniu faktów geometrycznych i przetwarzaniu geometrycznym: wyszukiwanie faktów geometrycznych, zapamiętywanie twierdzeń, zapamiętywanie hipotez i tezy, na których się koncentrujemy.

Tabela 1: Ramy Karagiannakisa i współpracowników: domeny czterotorowego modelu i zestawy umiejętności matematycznych związanych z każdą domeną

dziedzina matematyki	Umiejętności matematyczne związane z daną dziedziną
liczby	Dokładne oszacowanie małej liczby obiektów (do 4); szacowanie przybliżonych ilości; umieszczanie liczb na osiach liczbowych; operowanie symbolami arabskimi; transkodowanie liczby z jednej reprezentacji na drugą (rzymskie-arabskie-werbalne); świadomość zasad liczenia
pamięć	Przypominanie sobie faktów; dekodowanie terminologii (licznik, mianownik, równoramienne, równoboczne); zapamiętywanie twierdzeń i wzorów; płynne wykonywanie obliczeń w myślach; zapamiętywanie procedur i śledzenie kroków
rozumowanie	Uchwycenie pojęć, idei i relacji matematycznych; zrozumienie wielu etapów złożonych procedur / algorytmów; uchwycenie podstawowych zasad logicznych (warunkowość – „jeśli ... wtedy” stwierdzenia - przemienność, inwersja); uchwycenie semantycznej



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

	struktury problemów; (strategiczne) podejmowanie decyzji; uogólnienie
wizualizacja przestrzenna	Interpretacja i wykorzystanie przestrzennej organizacji reprezentacji obiektów matematycznych (na przykład liczby w notacji dziesiętnej, wykładniki, figury geometryczne 2D i 3D lub obroty); umieszczanie liczb na osi liczbowej; mylenie cyfr arabskich i symboli matematycznych; wykonywanie pisemnych obliczeń; interpretacja wykresów i tabel

3. Opis projektu

3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Wykrywamy trudności w następnym punkcie B2

$$(-2) \times (-3) = \dots$$

$$(-12) \times (23) = \dots$$

Trudności są związane z zapamiętywaniem zasad określania znaku + lub - wykorzystywanego w mnożeniu liczb względnych.

3.2 Obszar poznawczy i dziedzina matematyki będąca przedmiotem badania

Obszar trudności zidentyfikowany za pomocą kwestionariusza B2 jest powiązany z dziedziną Arytmetyki. Zapamiętywanie jest zaangażowanym obszarem poznawczym

W tabeli 1 umiejscowienie trudności w odniesieniu do domeny poznawczej i obszaru matematycznego.

Tabela 1: Wykryte trudności są powiązane z domeną poznawczą pamięci i dziedziną arytmetyki

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
zapamiętywanie	$(-2) \times (-3) = \dots$ $(-12) \times (23) = \dots$		
rozumowanie			
Wizualizacja przestrzenna			

3.3 Cele edukacyjne

Narzędzie interwencji ma na celu wizualizację operacji mnożenia między liczbami względnymi za pomocą geometrycznego modelu dynamicznego dostępnego w AlNuSet, który pomaga w zrozumieniu pojęć i zasad i reguł matematycznych



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

3.4 Do kogo jest adresowane (do ucznia / klasy)

Materiał można przeprowadzić ze wszystkimi uczniami klasy.

3.5 Działania edukacyjne:

Wprowadzając operację mnożenia między liczbami względnymi, istnieje możliwość wykorzystania modelu, który może pomóc w zrozumieniu reguł znaków.

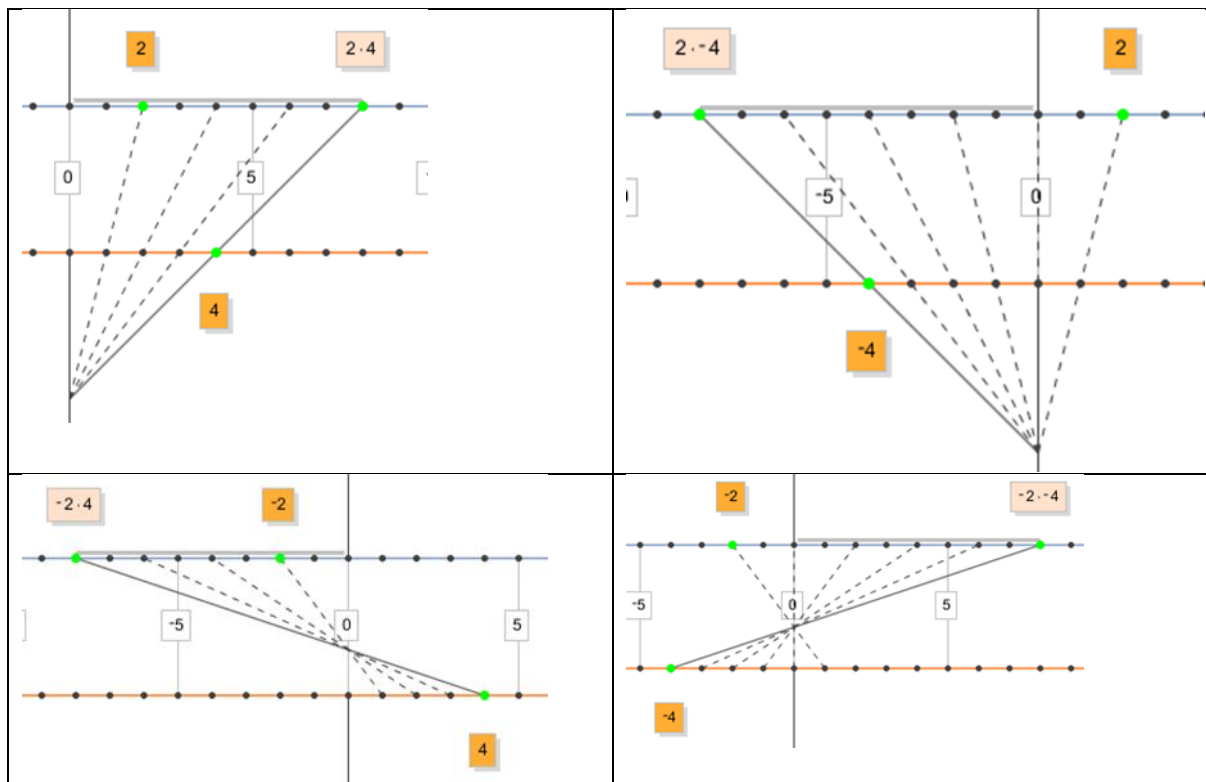
W tym celu rozważymy środowisko Algebraic Line oprogramowania AlNuSet.

W szczególności korzystamy z geometrycznego modelu mnożenia dostępnego w tym obszarze.

Zauważmy, że wielkości posiadające przeciwny znak można przedstawić liniami narysowanymi w przeciwnym kierunku względem 0 (na przykład punkt 2 i punkt -2).

Model geometryczny pozwala na pomnożenie wielkości (na przykład wielkości 2 lub -2, jak na rysunku) zgodnie z wartościami o przeciwnym znaku (+4 lub -4), przenosząc tę wielkość w odniesieniu do tych wartości na linii prostej.

W tabeli 1 znajdują się cztery przykłady odnoszące się do czterech przypadków mnożenia w tym zestawie liczbowym



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Na pierwszym obrazie model został użyty do obliczenia działania mnożenia $2 \cdot 4$. Liczba 2 jest pomnożona przez 4, czyli podawana zgodnie z wartością 4 (4 razy) na linii prostej. Wynik jest wyraźnie dodatni.

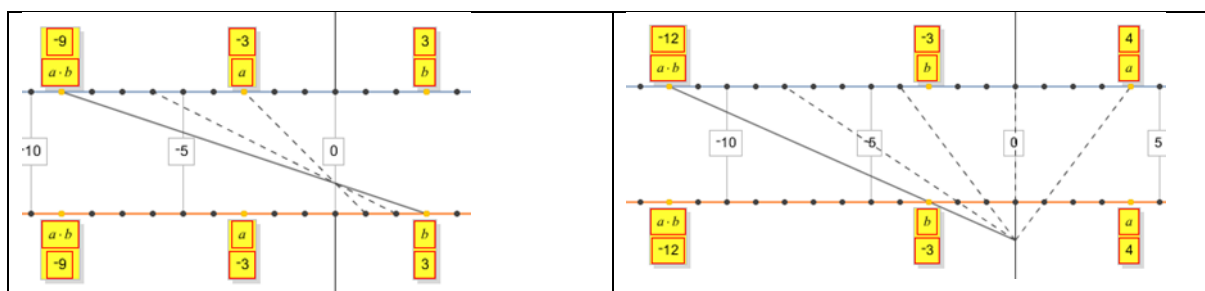
Na drugim obrazie schemat został użyty do obliczenia działania $2 \cdot -4$. Liczba 2 jest mnożona przez liczbę -4 (minus 4), to znaczy jest zaznaczona zgodnie z wartością -4 na linii prostej. Wynik jest wyraźnie ujemny.

Na trzecim obrazie model został użyty do obliczenia działania $-2 \cdot 4$. Wielkość algebraiczną -2 mnoży się przez 4, to znaczy jest podawana wartość na linii prostej przedstawia wynik, który jest wyraźnie ujemny.

Na czwartym obrazie użyliśmy modelu do obliczenia działania mnożenia $-2 \cdot -4$. Wielkość algebraiczna -2 jest mnożona przez -4, to znaczy jest podawana zgodnie z wartością -4 na linii prostej. Wynik jest wyraźnie dodatni.

Myśl o funkcjonowaniu zasad mnożenia można też zrealizować w inny sposób, wstawiając na prostej algebraicznej zmienne punkty a i b oraz ich iloczyn $a \cdot b$, wizualizując geometryczną konstrukcję tej operacji i przesuwać punkty a i b po prostej.

W poniższej tabeli 2 możesz to zobrazować.



Jeśli model jest używany do uzyskania wyniku dzielenia, łatwo jest zdać sobie sprawę, że ta operacja nie jest zamknięta w zbiorze liczb całkowitych. W rzeczywistości wynik działania jest przedstawiany na linii prostej tylko wtedy, gdy dzielna jest wielokrotnością dzielnika.

Jeśli chodzi o znak wyniku dzielenia, użycie modelu pozwala zrozumieć, że rządzi się on tymi samymi regułami co mnożenie.

Więcej szczegółowych działań można znaleźć tutaj:

<http://www.alnuset.com/en/home>

Dyskusja na temat wytycznych UDL odnośnie wyżej wymienionych działań

Nasze komentarze na czerwono ilustrują związek między zasadami UDL a naszymi działaniami.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	"dlaczego" się uczę	"czego" się uczę	"jak" się uczę
Dostęp	Wzbudzanie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszające 	Postrzeganie: <ul style="list-style-type: none"> Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych Różne sposoby prezentowania informacji (symbole, werbalne)	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> Zwiększ znaczenie celów i zadań Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie Wspieraj współpracę i poczucie przynależności Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> Wyjaśniaj słownictwo i symbole Wyjaśniaj składnię i budowę zdań Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli Propaguj zrozumienie w różnych językach Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu Sprzyja temu stosowanie różnych metod prezentacji: niewerbalnych, na rysunku, dynamicznych, kolorystycznych. Oraz dzięki zastosowaniu oprogramowania AINuSet	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> Używaj różnorodnych metod komunikacji Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowanie	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami Rozwijaj samoocenę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację (Aby wspomóc generalizację, zadania sugerują wizualizację rysunków w oprogramowaniu AINuSet. Rzeczywiście, funkcja przeciągania wykresu w AINuSet pozwala uczniom zidentyfikować znaki i zapamiętać je 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów Wspieraj planowanie i rozwój strategii Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy...		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

4. Bibliografia

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.
- [2] UDL Principles: <http://udlguidelines.cast.org/>
- [3] AINuSet: www.alnuset.com



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.