Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Materiały do pracy z uczniami

Dowodzenie twierdzeń – poziom średniozaawansowany

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą rozumowania w geometrii, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach trzech Zasad. W celu scharakteryzowania trudności uczniów w geometrii odwołujemy się do następujących elementów twierdzeń Karagiannakisa i współpracowników (tab. 1), które dotyczyły pamięci w wyszukiwaniu faktów geometrycznych i przetwarzaniu geometrycznym: wyszukiwanie faktów geometrycznych, zapamiętywanie twierdzeń, zapamiętywanie hipotez i tez, na których się koncentrujemy.

Tabela 1: Model Karagiannakisa i współpracowników: dziedziny czterotorowego modelu i zestawy umiejętności matematycznych związanych z każdą z nich

dziedzina matematyki	Umiejętności matematyczne związane z daną dziedziną
liczby	Dokładne oszacowanie małej liczby obiektów (do 4); szacowanie przybliżonych ilości; umieszczanie liczb na osiach liczbowych; operowanie symbolami arabskimi; transkodowanie liczby z jednej reprezentacji na drugą (rzymskie-arabskie-werbalne); świadomość zasad liczenia
pamięć	Przypominanie sobie faktów; dekodowanie terminologii (licznik, mianownik, równoramienne, równoboczne); zapamiętywanie twierdzeń i wzorów; płynne wykonywanie obliczeń w myślach; zapamiętywanie procedur i śledzenie kroków
rozumowanie	Uchwycenie pojęć, idei i relacji matematycznych; zrozumienie wielu etapów złożonych procedur / algorytmów; uchwycenie podstawowych zasad logicznych (warunkowość – „jeśli ... wtedy ....” stwierdzenia - przemienność, inwersja); uchwycenie semantycznej struktury problemów; (strategiczne) podejmowanie decyzji; uogólnienie
wizualizacja przestrzenna	Interpretacja i wykorzystanie przestrzennej organizacji reprezentacji obiektów matematycznych (na przykład liczby w notacji dziesiętnej, wykładniki, figury geometryczne 2D i 3D lub obroty); umieszczanie liczb na osi liczbowej; mylenie cyfr arabskich i symboli matematycznych; wykonywanie pisemnych obliczeń; interpretacja wykresów i tabel

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning), będące** wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (http://udlguidelines.cast.org/)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	"dlaczego" się uczę	"czego" się uczę	"jak" się uczę
Dostęp	**Wzbudzanie zainteresowania**: • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszające	**Postrzeganie:** • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych	**Działania fizyczne**: • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu • Zapewniaj optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	**Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości**: • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału	**Język i symbole**: • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu	**Ekspresja i komunikacja**: • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowanie	**Samoregulacja:** • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję	**Rozumienie**: • Uaktywniaj lub zapewniaj posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację	**Funkcja wykonawcza**: • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwiaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy….		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...] " Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.
W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia" otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu" i „motywacji", które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad [1].
Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AlNuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone

[1] The items are taken from the interactive list at http://www.udlcenter.org/research/researchevidence

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozpraszające.
W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przezwyciężaniu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Europejski projekt FasMed, który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (https://research.ncl.ac.uk/fasmed/).
Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów ”(Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy ucznia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

<table>
<tr><th></th><th>Gdzie zmierza uczeń</th><th>Gdzie uczeń jest teraz</th><th>Jak tam dotrzeć</th></tr>
<tr><td>Nauczyciel</td><td rowspan="3">1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu

Zrozumienie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu

Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu</td><td>2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów</td><td>3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy</td></tr>
<tr><td>Rówieśnik</td><td colspan="2">4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem</td></tr>
<tr><td>Uczeń</td><td colspan="2">5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki</td></tr>
</table>

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategie oceny kształtującej i funkcje technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

> "(1) *arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość)*;
>
> (2) *arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);*
>
> (3) *arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji*".

Autorzy zidentyfikowali strategie informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułowuje wypowiedź

	jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułowuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. […] Strategie powtórzenia i przeformułowania […] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej […] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu […] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

3 Opis projektu

Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Narzędzie interwencji ma na celu rozwiązanie konkretnych trudności, które zostały zarysowane za pomocą Kwestionariusza B1 i B2 (kwestionariusz B1: pytania 7-8-9-10-11; Kwestionariusz B2: Q2G1, Q2G2, Q2G3), a mianowicie trudności w radzeniu sobie z figurą i jej właściwościami.

Ponadto narzędzie interwencji ma na celu przygotowanie studenta do odpowiedniego podejścia do dowodzenia. Z tego powodu nazywany jest „poziomem pośrednim": zalecamy zajęcie się tym narzędziem interwencji po rozważeniu również narzędzi odnoszących się do domeny geometrycznej i poznawczo-przestrzennej . W zasobach można również znaleźć poziom zaawansowany.

Obszar poznawczy a dziedzina matematyki

Narzędzie interwencji odnosi się do matematycznej domeny geometrii i poznawczej domeny rozumowania, chociaż istnieją istotne powiązania z poznawczymi domenami pamięci (odzyskiwanie faktów i twierdzeń geometrycznych) i wzrokowo-przestrzennym (zajmowanie się figurą geometryczną, zarządzanie informacją w różnych reprezentacjach) w tym wizualno-przestrzenną).

Cele edukacyjne

Za pomocą narzędzia interwencyjnego uczniowie są prowadzeni do skonstruowania dowodu, poprzez refleksję nad ważnymi krokami: zrozumienie tekstu, zidentyfikowanie hipotezy i tezy, przedstawienie hipotez na rysunku i innych systemach reprezentacji (takich jak wzory algebraiczne), przywołanie już znanych fakty geometryczne, organizowanie dowodu w postaci dedukcyjnego łańcucha argumentów.

Narzędzie to składa się z serii pytań, które nauczyciel może zadać uczniom podczas dyskusji w klasie. Pytania mogą być wyświetlane na tablicy. Jeśli uczniowie mają do dyspozycji tablety lub komputery z podłączeniem do internetu, pytania mogą być udzielane za pomocą interaktywnego systemu odpowiedzi (np. Socrative, Mentimeter).

W tym narzędziu interwencyjnym wprowadziliśmy w życie konkretne wytyczne UDL. Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewniają wiele sposobów reprezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Narzędzie interwencyjne oferuje wskazówki i pomoc w dekodowaniu tekstu matematycznego.

Wytyczne z Zasady 2 (zapewniają wiele środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji ekspresji i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Narzędzie interwencji kieruje planowaniem i opracowywaniem strategii.

Wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i czynniki rozpraszające. Uczniowie otrzymują pytania w formie ankiet (jaka jest prawidłowa odpowiedź?), Aby promować ich udział w zajęciach.

W przypadku oceniania kształtującego uczniowie dbają o zadawane pytania w formie ankiet lub pytań otwartych (strategia 5: stają się właścicielami własnej nauki); uczniowie proszeni są o skomentowanie nieprawidłowych odpowiedzi fikcyjnego ucznia (strategia 4: stają się zasobami dla innych); po sondażu nauczyciel może promować dyskusję na temat równowagi (strategia 2); omawiając wyniki ankiety, nauczyciel pracuje indywidualnie lub w małych grupach, a po każdym elemencie lub na koniec ćwiczenia nauczyciel może promować dyskusję w klasie (strategia oceniania kształtującego 2). Uczniowie omawiają swoje strategie i trudności (strategie 4 i 5). Nauczyciel może monitorować postępy uczniów w trakcie gry, udzielając informacji zwrotnych i podpowiedzi (strategia 3).

Adresowanie do ucznia / klasy

Narzędzie interwencji skierowane jest do wszystkich klas.

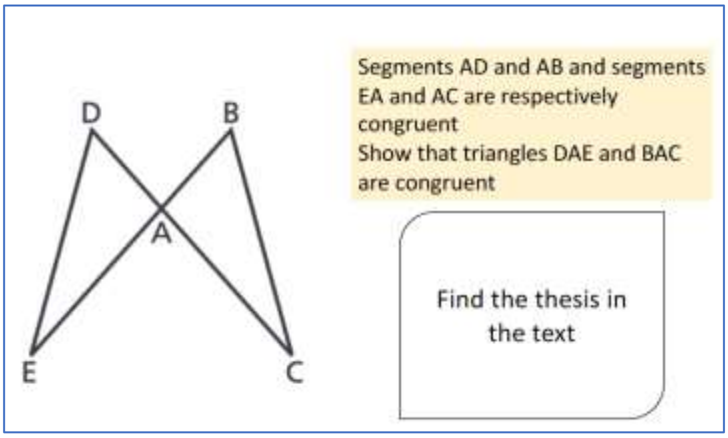
Działania edukacyjne: narzędzie interwencji

Narzędzie to składa się z serii pytań (w formie ankiet lub pytań otwartych), które nauczyciel może zadać uczniom podczas dyskusji w klasie. Pytania są już umieszczone w prezentacji PowerPoint, aby nauczyciel mógł je wyświetlić na tablicy. Jeśli uczniowie mają do dyspozycji tablety lub komputery z podłączeniem do internetu, pytania mogą być udzielane za pomocą interaktywnego systemu odpowiedzi (np. Socrative, Mentimeter).

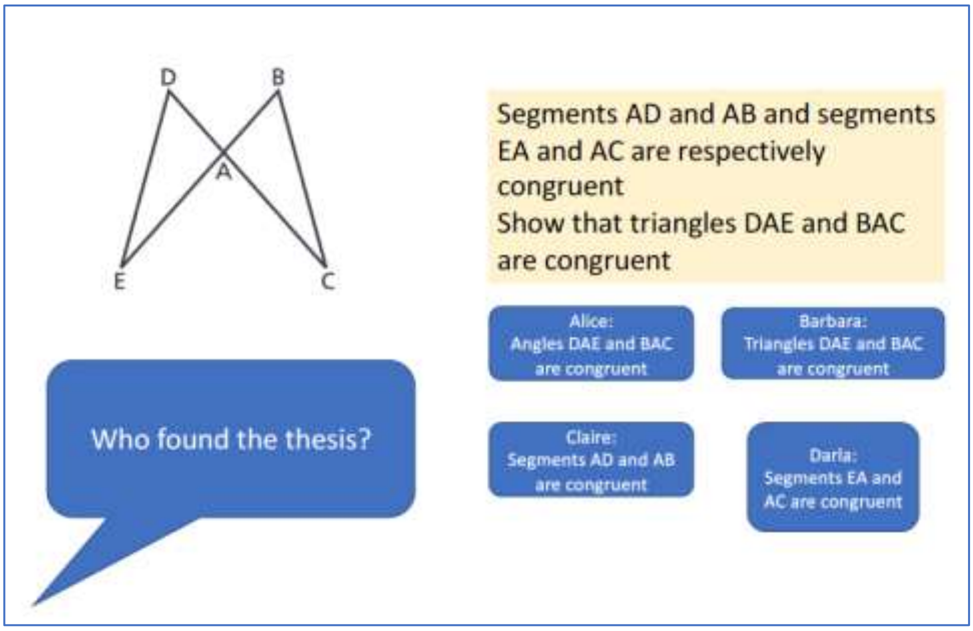
Plik programu PowerPoint znajduje się w osobnym załączniku. Tutaj wstawiamy kilka uwag dotyczących sekwencji pytań.

Uczniowie otrzymują tekst zadania do udowodnienia. Tekstowi towarzyszy rysunek. Przede wszystkim studenci muszą znaleźć tezę w tekście. Nauczyciel może proponować dyskusję na temat odpowiedzi uczniów (strategia oceniania kształtującego 2).

odcinki AD i AB odpowiadają odcinkom EA i AC. Pokaż, że trójkąty DAE i BAC są przystające Znajdź tezę w tekście



Alternatywnie, nauczyciel może pokazać cztery odpowiedzi od uczniów i promować ankietę.



Odcinki AD i AB odpowiadają odcinkom EA i AC. Pokaż, że trójkąty DAE i BAC są przystające

Kto znalazł tezę?

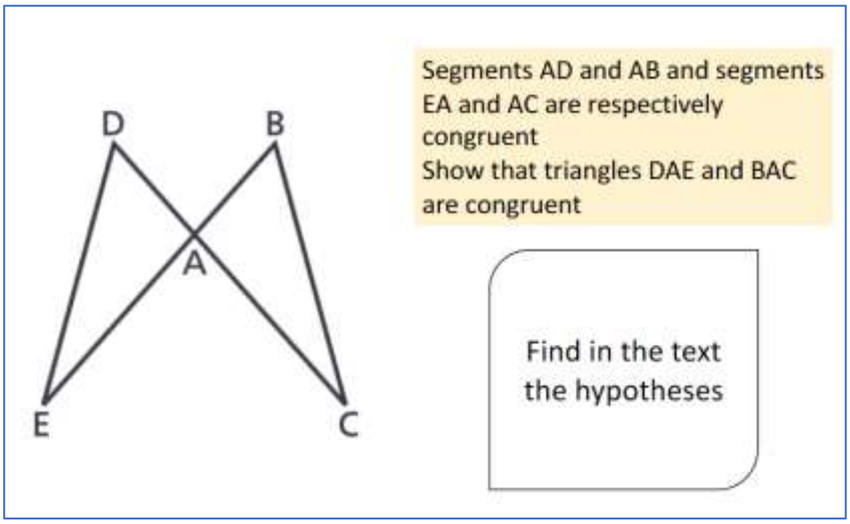
Alicja: kąty DAE i BAC są przystające

Barbara: trójkąty DAE i BAC są przystające

Claire: Odcinki AD i AB są przystające

Daria: Odcinki EA i AC są przystające

Ten sam proces można zastosować dla hipotez w tekście.

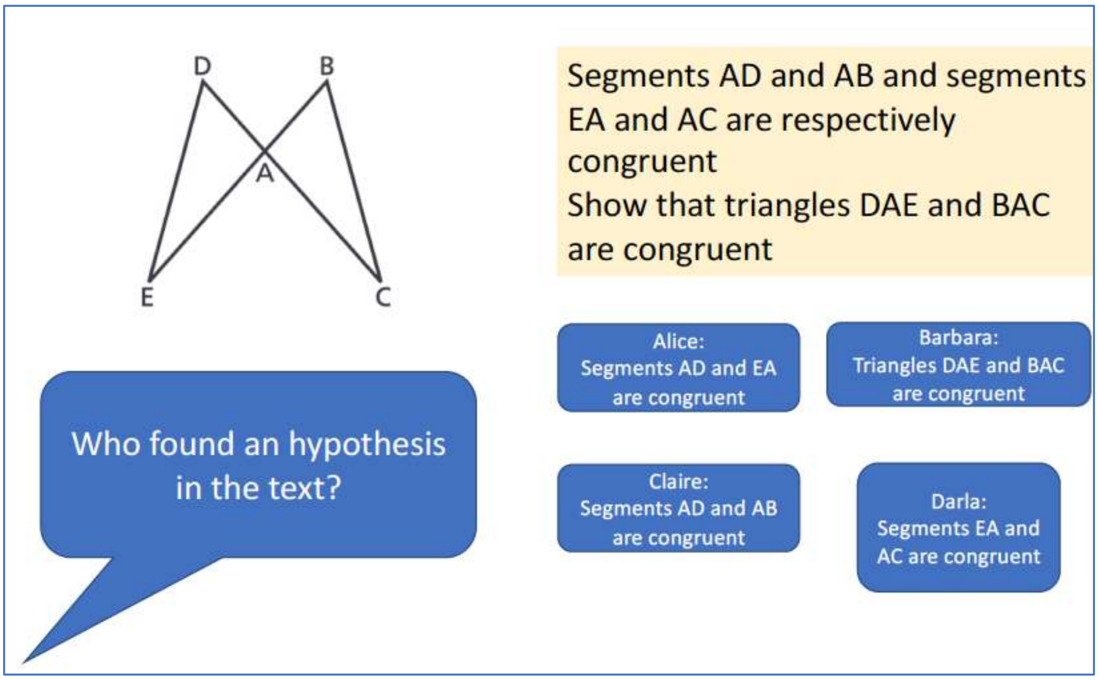


odcinki AD i AB odpowiadają odcinkom EA i AC. Pokaż, że trójkąty DAE i BAC są przystające

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Znajdź hipotezę w tekście.



Odcinki AD i AB odpowiadają odcinkom EA i AC. Pokaż, że trójkąty DAE i BAC są przystające

Kto znalazł hipotezę w tekście?

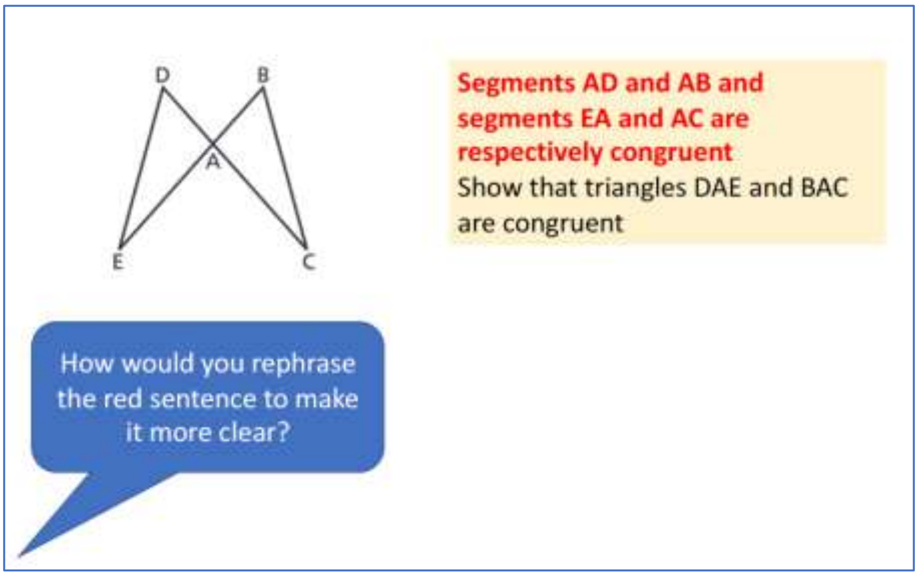
Alicja: Odcinek AD i EA są przystajace

Barbara: Trójkąty DAE i BAC są przystajace

Claire:Odcinki AD iAB są przystające

Daria: Odcinki EA i AC są przystajace

Za pomocą kolejnego slajdu nauczyciel może proponować dyskusję mającą na celu zrozumienie tekstu.

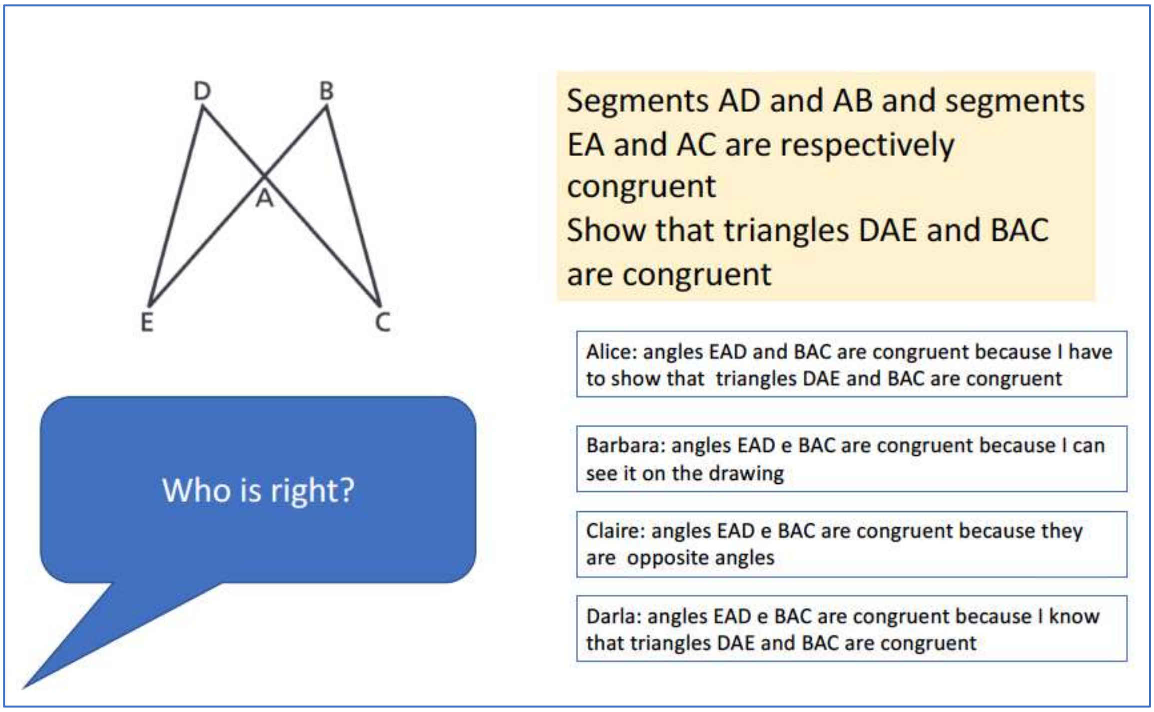


Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Odcinki AD i AB odpowiadają odcinkom EA i AC. Pokaż, że trójkąty DAE i BAC są przystające

Jak przeformułowałbyś czerwone zdanie, aby było łatwiejsze do zrozumienia?

Na kolejnym slajdzie uczniowie są proszeni o ocenę (i poprawienie, jeśli to konieczne) części procesu sprawdzania. W ten sposób działają jako zasoby dla fikcyjnego kolegi z klasy (strategia 4) i zastanawiają się nad wagą organizowania dowodu jako dyskursu, w którym stwierdzenia muszą pochodzić z hipotezy lub z wcześniejszej wiedzy (dowód intelektualny).



Odcinki AD i AB odpowiadają odcinkom EA i AC. Pokaż, że trójkąty DAE i BAC są przystające

Kto ma rację?

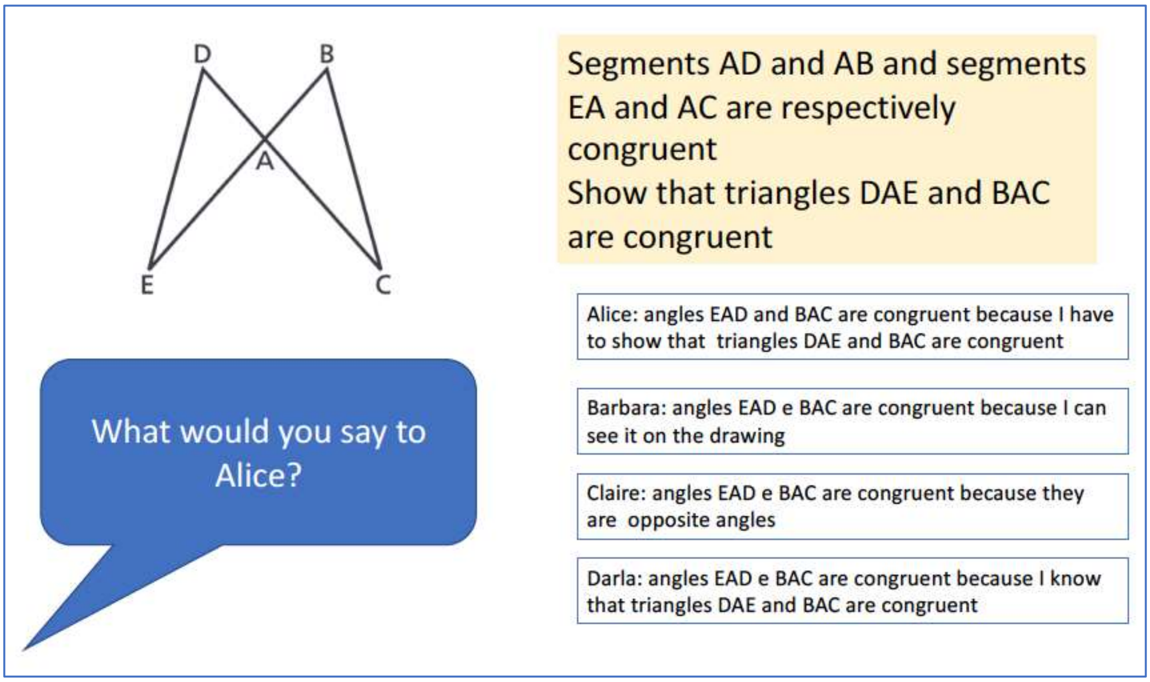
Alicja: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ muszę pokazać, że trójkąty DAE znd BAC są przystające

Barbara: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ widzę to na rysunku

Claire: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ są przeciwnymi (naprzemianległymi) kątami

Darai: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ wiem, że trójkąty DEA i BAC są przystające

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union



Odcinki AD i AB odpowiadają odcinkom EA i AC. Pokaż, że trójkąty DAE i BAC są przystające

Alicja: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ muszę pokazać, że trójkąty DAE znd BAC są przystające

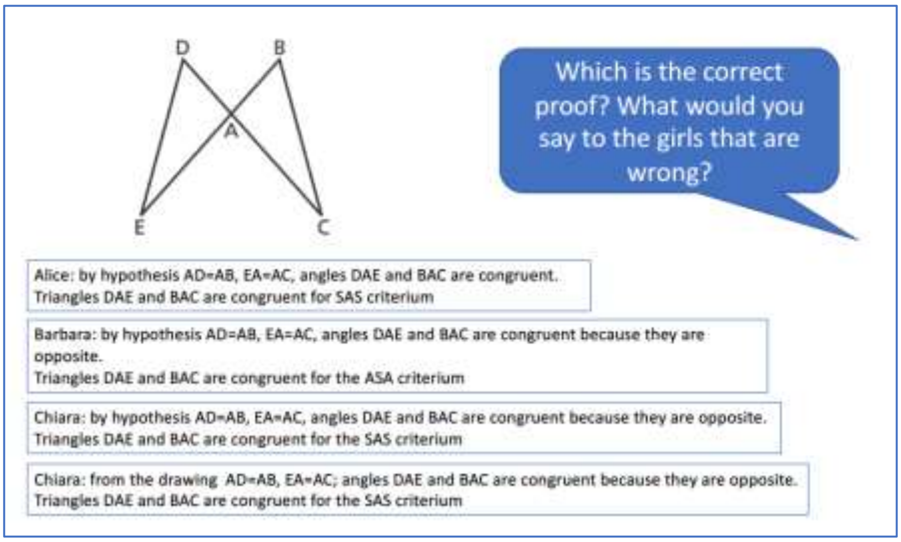
Barbara: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ widzę to na rysunku

Claire: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ są przeciwnymi (naprzemianległymi) kątami

Darai: kąty EAD i BAC są przystające, ponieważ wiem, że trójkąty DEA i BAC są przystające

Co byś powiedział Alicji?

Te same pytania są zadawane dla wszystkich błędnych stwierdzeń. Na koniec studenci są proszeni o ocenę i skomentowanie dowodów przedstawionych przez czterech fikcyjnych uczniów. Ponownie, uczniowie działają jako zasoby dla innych partnerów (strategia 4) i zastanawiają się, co może stanowić dowód lub co nie może stanowić dowodu (dowód intelektualny).



Jaki Jaki jest właściwy dowód? Co powiedziałbyś dziewczynkom, że mają źle?

Alicja: według hipotezy AD = AB, EA = AC, kąty DAE i BAC są przystające. Trójkąty DAE i BAC są przystające dla kryterium SAS

Barbara: według hipotezy AD = AB, EA = AC, kąty DAE i BAC są przystające, ponieważ są przeciwne. Trójkąty DAE i BAC są przystające dla kryterium ASA

Chaira; według hipotezy AD = AB, EA = AC, kąty DAE i BAC są przystające, ponieważ są przeciwne. Trójkąty DAE i BAC są przystające dla kryterium SAS

Chaira: z rysunku AD = AB, EA = AC, kąty DAE i BAC są przystające, ponieważ są przeciwne. Trójkąty DAE i BAC są przystające dla kryterium SAS

Bibliografia

1) Balacheff N. (1982). *Preuve et démonstration en mathématiques au collège, Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol.3, pp. 261-304.

2) Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141. https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963

3) Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 21(1), 5-31.

4) Cusi, A., Morselli, F.,& Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. *ZDM Mathematics Education*.

5) Cusi, A., Morselli, F.,& Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. Proceedings of CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949286, pp. 3460-3467.

6) Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.

7) Robotti E., Baccaglini-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In Innovation & Technology. Series Mathematics Education in the Digital Era, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.

.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.