



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Materiały do pracy z uczniami

Funkcje

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą rozumowania w algebrze, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

Materiał wykorzystuje zasoby dostępne pod linkiem:

<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/566b31734e38e1e21a10aac8>

Zasoby są opracowywane za pomocą oprogramowania do dynamicznej geometrii Desmos i umieszczane w sekcji „Zajęcia w klasie”. Zasób zawiera zadania dla uczniów oraz przewodnik dla nauczycieli.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach trzech Zasad. W celu scharakteryzowania trudności uczniów w geometrii odwołujemy się do następujących elementów twierdzeń Karagiannakisa i współpracowników (tab. 1), które dotyczyły pamięci w wyszukiwaniu faktów geometrycznych i przetwarzaniu geometrycznym: wyszukiwanie faktów geometrycznych, zapamiętywanie twierdzeń, zapamiętywanie hipotez i tez, na których się koncentrujemy.

Tabela 1: Model Karagiannakisa i współpracowników: dziedziny czterotorowego modelu i zestawu umiejętności matematycznych związanych z każdą z nich

dziedzina matematyki	Umiejętności matematyczne związane z daną dziedziną
liczby	Dokładne oszacowanie małej liczby obiektów (do 4); szacowanie przybliżonych ilości; umieszczanie liczb na osiach liczbowych; operowanie symbolami arabskimi; transkodowanie liczby z jednej reprezentacji na drugą (rzymskie-arabskie-werbalne); świadomość zasad liczenia
pamięć	Przypominanie sobie faktów; dekodowanie terminologii (licznik, mianownik, równoramienne, równoboczne); zapamiętywanie twierdzeń i wzorów; płynne wykonywanie obliczeń w myślach; zapamiętywanie procedur i śledzenie kroków
rozumowanie	Uchwycenie pojęć, idei i relacji matematycznych; zrozumienie wielu etapów złożonych procedur / algorytmów; uchwycenie podstawowych zasad logicznych (warunkowość – „jeśli ... wtedy” stwierdzenia - przemienność, inwersja); uchwycenie semantycznej struktury problemów; (strategiczne) podejmowanie decyzji; uogólnienie
wizualizacja przestrzenna	Interpretacja i wykorzystanie przestrzennej organizacji reprezentacji obiektów matematycznych (na przykład liczby w notacji dziesiętnej, wykładniki, figury geometryczne 2D i 3D lub obroty); umieszczanie liczb na osi liczbowej; mylenie cyfr arabskich i symboli matematycznych; wykonywanie pisemnych obliczeń; interpretacja



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

	wykresów i tabel
--	------------------

Przypominamy również, że konstruując B2 wybraliśmy pytania, które dotyczyły obszarów poznawczych, a także trzech dziedzin matematyki: arytmetyki, geometrii, algebry (liczba rdzeniowa nie jest związana ze wszystkimi obszarami poznawczymi). W rezultacie zaproponowaliśmy pytania, które znajdowały się w niektórych komórkach poniższej tabeli (tabela 2):

Tabela 2: Podwójny związek między obszarami poznawczymi (pamięć, rozumowanie i wzrokowo-przestrzenne) a dziedzinami matematycznymi (arytmetyka, geometria, algebra).

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
Pamięć			
Rozumowanie			
Wizualizacja przestrzenna			

W tym miejscu przedstawiamy dodatkowe odniesienia teoretyczne, które pomogły nam zaprojektować narzędzia interwencji.

Przede wszystkim odnosimy się do zasad Universal Design for Learning (UDL) (Tabela 3), ramy stworzonej specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	"dlaczego" się uczyć	"czego" się uczyć	"jak" się uczyć
D o s t ę p	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszcające 	Postrzeżenie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
T w o r z e	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj rozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
S t o s o w a n i	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeżenie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na tych



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AINuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozprasające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżnianiu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Europejski projekt FasMed, który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów” (Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy ucznia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

	Gdzie zmierza uczeń	Gdzie uczeń jest teraz	Jak tam dotrzeć
Nauczyciel	1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów	3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy
Rówieśnik	Zrozumienie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu	4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem	
Uczeń	Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki	

¹ Elementy znajdują się na interaktywnej liście <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategie oceny kształtującej i funkcje technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

“(1) *arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość);*

(2) *arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);*

(3) *arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji”.*

Autorzy zidentyfikowali strategie informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. [...] Strategie powtórzenia i przeformułowania [...] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej [...] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu [...] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

3.Opis projektu

3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Materiały do pracy z uczniem mają na celu rozwiązanie konkretnych problemów wyłowionych za pomocą kwestionariusza B2 a mianowicie problem odnoszące się do zmiennej i wyrażenia zależnego od zmiennej (patrz punkty Q2A/2 i Q2A/3) .

3.2 Obszar poznawczy i dziedzina matematyki.

Trudności dotyczące rozumienia zmiennej i wyrażenia zależnego od zmiennej są powiązane z algebrą i rozumową sferą poznawczą

3.3 Cele edukacyjne

Materiały do pracy z uczniem pomagają uczniom uchwycić pojęcie zmiennej i wyrażenia zależnego od tej zmiennej.

Uczniowie pracują nad równaniem funkcji liniowej, aby osiągnąć specyficzny cel. Pracując nad reprezentacją algebraiczną jak również nad reprezentacją graficzną tej funkcji liniowej uczniowie mogą postawić hipotezy dotyczące wzoru i sprawdzić je na wykresie lub wymyślić rozwiązanie graficzne i przekształcić równanie algebraiczne tak, aby uzyskać wymagany wykres. Uczniowie są wprost proszeni o postawienie hipotez przed przekształceniem wzoru.

W tych Materiałach do pracy z uczniem wdramy specyficzne wytyczne UDL

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnić wiele sposobów reprezentacji, zaproponować różne opcje percepcji, zaoferować pomoc w rozszyfrowaniu matematycznych zapisów i symboli).

Wskazówki w ramach Zasady 2 (zapewnić wiele różnych form aktywności i ekspresji, zasugerowanie różnych rodzajów ekspresji i komunikacji zapewniających planowanie i rozwój strategii).

Oba typy wskazówek są realizowane z uwagi na fakt, iż uczniowie mają do dyspozycji różne rodzaje reprezentacji (wzory algebraiczne , wykresy) i mogą dynamicznie wykonywać na nich działania (bezpośrednio na wzorach algebraicznych a pośrednio na wykresach przez przekształcanie wzoru.)

Wskazówki w ramach Zasady 3 pokazują, jak pewne działania mogą pobudzić zainteresowanie uczniów optymalizując indywidualny wybór i autonomię (samodzielność) a minimalizując lęki i przeszkadzanie. Uczniowie są wciągnięci do gry(łapiąc gwiazdki), co jest motywujące. Uczniowie są zachęceni do stawiania hipotez i zastanowienia się nad swoimi wyborami. Uczniowie nabierają wprawy w rozwiązywaniu zadań, ponieważ są one ułożone według rosnącego stopnia trudności.

Jeśli chodzi o ocenę kształtującą, uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w małych grupach a po każdym zadaniu lub pod koniec lekcji nauczyciel nagradza dyskusję (ocena kształtująca strategia 2). Uczniowie dyskutują swoje strategie i trudności (strategia 4 i 5).Nauczyciel może monitorować postęp uczniów w czasie gry przez feedback i nagradzanie (strategia 3).

3.4 Adresowanie do ucznia/klasy

Materiały do pracy z uczniem skierowane są do wszystkich klas, uczniowie mogą pracować indywidualnie lub w małych grupach.

3.5 Działania edukacyjne: Materiały do pracy z uczniem

Materiały do pracy z uczniem korzystają z istniejącego źródła na stronie <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/566b31734e38e1e21a10aac8>

Pomysł korzysta z oprogramowania do geometrii dynamicznej Desmos i znajduje się w zakładce "Classroom activities".

Uczniowie są proszeni o wypełnienie 24 zadań w tym działaniu. W każdym z nich widzą na ekranie okno algebraiczne i geometryczne. Uczniowie muszą przekształcić algebraiczną reprezentację funkcji tak, aby uzyskać linię, która prowadzi szklane kulki wśród gwiazd. Uczniowie mogą sprawdzać swoje propozycje przez uruchomienie kulek i mają szansę powtórzyć przed następną próbą.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Fix It #1

1 Change one number in the row below to fix the Marbleslide.

2 $y = \frac{1}{2}x + 1$

3

Teacher Moves | Sample Responses

Encourage students to change one number at a time, and then change it back before changing other numbers, in order to better understand the effect of that number.

Use responses made in the teacher dashboard to check student progress. Offer individual support where needed, or lead a brief whole-class discussion if enough students are struggling.

Zmień jedną liczbę w rzędzie poniżej żeby ustawić ślizg kulki.

(Zachęć uczniów do zmiany jednorazowo jednej liczby a następnie zamiany z powrotem zanim zmienią inne liczby po to, aby lepiej zrozumieć skutek działania tej liczby.

Użyj trybu odpowiedzi na desce rozdzielczej, żeby sprawdzić postęp uczniów. Zaoferuj indywidualną pomoc jeśli trzeba albo wprowadź krótką dyskusję w klasie, żeby sprawdzić czy dużo uczniów stara się.)

To zadanie zawiera również etap przewidywania, po którym następuje etap sprawdzenia.

STUDENT SCREEN PREVIEW

7 of 24 Next

Predict #1

If we changed the -0.14 to a 2 in the equation, what would happen to the graph?

Share with Class

Teacher Moves | Sample Responses

Emphasize the range of student responses on this screen. It's okay—even desirable—to lack consensus at this stage. Ask students to justify and question their classmates' hypotheses. We will test them on the next screen.

Jeśli zmienimy w równaniu $-0,14$ na 2 , co się stanie z wykresem?





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

(Zwróć uwagę na ranking odpowiedzi uczniów na ekranie. Jest OK – akceptowane - brak zgody. Poproś uczniów, by uzasadnili i podważyli hipotezy kolegów. Przetestujemy je na następnym obrazie)

STUDENT SCREEN PREVIEW

Verify #1

powered by desmos

Zmień równanie poniżej, żeby zobaczyć, czy Twoje przewidywania z poprzedniego obrazu były poprawne.

Jeśli w równaniu zmienimy -0,14 na 2 , co stanie się z wykresem?

Źródło zawiera zarówno zadania dla uczniów jak i przewodnik dla nauczyciela. Proponuje się nauczycielom "Zachęcanie uczniów do zmiany jednorazowo jednej liczby, następnie powrotu do pierwszej przed zmiana innych liczb, żeby lepiej zrozumieć skutek działania tej liczby". Sugeruje się także, by nauczyciele udzielali indywidualnej pomocy , jeśli potrzeba albo prowadzili krótkie klasowe dyskusje, by dowiedzieć się, czy wielu uczniów próbuje rozwiązywać zadania (walczy).

4. Bibliografia

Bibliografia została omówiona we wstępie..

Dostępne zasoby: <https://teacher.desmos.com>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.