



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Materiały do pracy z uczniami

Zrozumienie znaczenia terminów matematycznych

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą lepszego zrozumienia znaczenia terminów matematycznych, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	"dlaczego" się uczyć	"czego" się uczyć	"jak" się uczyć
D o s t e n	Wzbudzanie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozprasające 	Postrzeżenie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
T w o r z e	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
S t o s o w a n i	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeżenie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AINuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozpraszające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżczeniu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Europejski projekt FasMed, który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów” (Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy ucznia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

	Gdzie mierza uczeń	Gdzie uczeń jest teraz	Jak tam dotrzeć
Nauczyciel	1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów	3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy
Rówieśnik	Zrozumienie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu	4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem	
Uczeń	Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki	

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategie oceny kształtującej i funkcje

¹ The items are taken from the interactive list at <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

“(1) *arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość);*

(2) *arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);*

(3) *arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji”.*

Autorzy zidentyfikowali strategie informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. [...] Strategie powtórzenia i przeformułowania [...] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej [...] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu [...] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

3. Opis projektu

3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Materiały do pracy z uczniami przedstawiono w odniesieniu do konkretnej trudności, którą wykryto za pomocą kwestionariusza.

Wykrywamy trudności w następujących pozycjach B2: Q3Ar1. Rozwiąż następujące zadania:

a) Stella wyprała 5 par skarpet. Kiedy poszła wyjąć je z pralki, brakowało jednej skarpetki. Ile skarpetek Stella wyjęła z pralki?



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- b) Piotr ma 40 kart. Jeśli Alex straci 10 kart, będzie miał tyle kart, ile ma Piotr. Ile kart ma Alex?
c) Jedna rodzina ma 3 dzieci. Każde dziecko z rodziny wypija codziennie 2 szklanki mleka. Ile szklanek mleka wypije rodzina w ciągu 10 dni?
d) Do wykonania 4 torebek z bawełny wykonanych na szydełku potrzeba 6 motków. Ile motków potrzebujesz, aby zrobić 20 torebek?
e) Sara otrzymała w prezencie 24 euro, Marta 6 euro mniej. Ile w sumie euro mają obie dziewczyny?

Q3Ar2. Przedstaw w formie algebraicznej następującą grę: „Pomyśl o liczbie, podwój ją, dodaj 4, podziel przez 2 i usuń liczbę, o której myślałeś”
Jeśli wykonasz grę, w rezultacie otrzymasz 2: dlaczego?

Trudność dotyczy rozumowania matematycznego i rozwiązywania problemów związanych z rachunkiem arytmetycznym. Ponadto w drugim pytaniu pojawia się trudność w tłumaczeniu niektórych terminów matematycznych, takich jak podwójne, dodawanie, odejmowanie w wyrażeniach matematycznych i stosowanie zmiennych.

3.2 Obszar poznawczy i dziedzina matematyki będąca przedmiotem zainteresowania

Obszar trudności zidentyfikowany za pomocą kwestionariusza B2 jest powiązany z dziedziną arytmetyki, a rozumowanie jest obszarem poznawczym (Tabela 1).

Tabela 1: Wykryte trudności są powiązane z domeną poznawczą rozumowania w dziedzinie arytmetyki

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
Pamięć			
Rozumowanie	Q3Ar1. Rozwiąż następujące zadanie. Q3Ar2. Przedstaw w formie algebraicznej: „Pomyśl o liczbie, podwój ją, dodaj 4, podziel przez 2, usuń liczbę, o której myślałeś”. W wyniku gry otrzymujesz 2: dlaczego?		
Wizualizacja przestrzenna			

3.3 Cele edukacyjne

Cele edukacyjne to doskonalenie umiejętności rozumowania w zakresie arytmetyki. W rzeczywistości, wychodząc od kilku prostych przykładów z życia codziennego, w których używane są terminy matematyczne. Można następnie w nich przeanalizować bardziej złożone sytuacje, w których używane są różne narzędzia matematyczne, takie jak nawiasy w wyrażeniach. Następnie można uogólnić rozwiązywanie problemów arytmetycznych za pomocą zmiennych.

3.4 Adresowanie do Ucznia / klasy

Narzędzie interwencyjne może być skierowane do całej klasy, wyszukując pozytywną dyskusję w klasie. Można sobie wyobrazić, że z dyskusji może wyniknąć wiele różnych przypadków, a studenci mogą wzbudzić nowe zainteresowanie.

W rzeczywistości każdego dnia używamy takich słów, jak podwójne, potrójne, a nawet nieświadomie przekładamy te słowa na dobrze zdefiniowane liczby.

3.5 Działania edukacyjne: narzędzie interwencji

Tutaj przedstawiamy szereg zajęć edukacyjnych przeznaczonych dla klasy. Projekt takich działań opiera się na zastosowaniu zasad UDL w celu włączenia działań. W szczególności zapewniamy wiele środków reprezentacji, które promują zarówno zaangażowanie uczniów, jak i ich działania i ekspresję.

Praca nauczyciela z grupą klasową:



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Nauczyciel wchodzi w interakcję z klasą budując znaczenie niektórych terminów i konstruując w dialogu z klasą tabelę, w której określa się działanie matematyczne związane z użytym terminem:

na przykład:

Używany termin	Działanie matematyczne	przykład
Podwójnie	Pomnóż liczbę przez dwa = $2 \cdot N$ $N = \text{liczba}$	podwójnie 5 = $5 \cdot 2 = 10$
potroić	Pomnóż liczbę przez trzy = $3 \cdot N$	potroić 5 = $5 \cdot 3 = 15$
Pół	Podziel liczbę przez dwa = $N : 2 = N/2$	Półowa 6 = $6 : 2 = 6/2 = 3$
Kwadrat	Pomnóż liczbę przez siebie = $N \cdot N = N^2$	Kwadrat 5 = $5 \cdot 5 = 25$
Sześcian	Pomnóż tę liczbę trzy razy = $N \cdot N \cdot N = N^3$	Sześcian 5 = $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

Nauczyciel zaprasza uczniów do dodawania kolejnych terminów i tworzenia bardziej kompletnej tabeli.

Nauczyciel przedstawia sytuację, w których należy używać nawiasów. Na przykład: Pomnóż liczbę przez sumę liczby z jej potrójną wartością i innymi problemami.

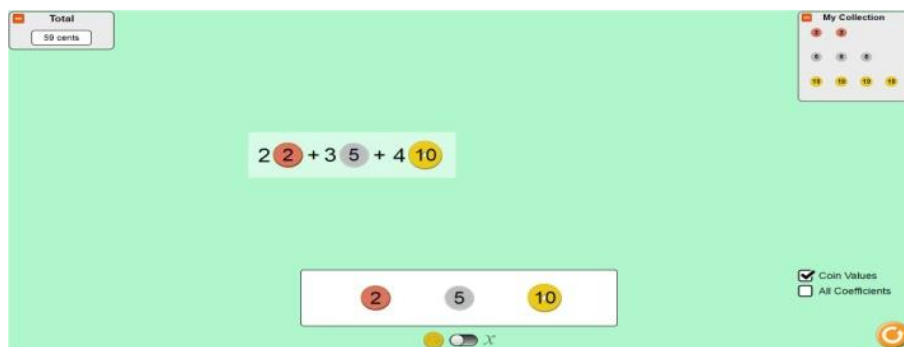
Następnie nauczyciel przedstawia rzeczywistą sytuację, prosty problem, na przykład: Luca ma 200 euro, z czego połowę wydaje na zakup książek, a następnie jedną czwartą pozostałych wydaje na płyty CD. Jeśli Luca wyda kolejne 10 euro na pizzę i napój, ile pieniędzy mu zostanie?

Uczniowie wspólnie komentują znaczenie słów i wyrażają je w języku matematycznym. Nauczyciel dzieli klasę na małe grupy, prosząc, aby każda grupa sformułowała co najmniej trzy problemy z przykładami rzeczywistych sytuacji i przełożyła je na język matematyczny.

Następnie rozpoczyna dyskusję nad problemami stworzonymi przez różne grupy, dzielenie się znaczeniami i omawianie różnych przypadków, podkreślając napotkane trudności. Wreszcie problemy są przekształcane w wyrażenia matematyczne. Następnie przydzielana jest praca, w której każdy student musi przemyśleć co najmniej dwa problemy sytuacji, które zostaną przekształcone w wyrażenia matematyczne. Te problemy zostaną udostępnione klasie i skomentowane.

Budowa wyrażenia za pomocą interaktywnej symulacji:

Nauczyciel może korzystać z interaktywnych symulacji Phet. W szczególności można wykorzystać aplikację Expression Exchange. Ta aplikacja jest podzielona na cztery sekcje. W dziale podstawy można budować wyrażenia z monetami, zmieniać ich liczbę i sprawdzać ich wartość.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Następnie możesz napisać to samo wyrażenie przy użyciu zmiennych

W ten sposób możliwe jest budowanie, poprzez interaktywną aplikację, obiektów odzwierciedlających ich wartość. Tryb ten z pewnością ma większą użyteczność dla studentów MLD, ponieważ mogą nadać przedmiotom wizualne znaczenie i lepsze zrozumienie znaczenia wyrażeń.

W sekcji gry istnieje wiele poziomów o rosnącym stopniu trudności, w których konieczne jest odtworzenie wyświetlanych wyrażeń, początkowo za pomocą monet, a następnie zmiennych. Ponadto punktacja jest przyznawana, gdy ćwiczenie jest dobrze wykonane, co pozwala przejść do następnego poziomu.

4. Odniesienie zasad UDL do zaproponowanych ćwiczeń

Zauważamy, że do tego samego celu edukacyjnego, jakim jest konstruowanie znaczenia „rozumowania” w arytmetyce, podchodzi się na różne sposoby, działając zgodnie z trzema zasadami UDL (Tabela 7, moje komentarze na czerwono ilustrują związek między zasadami a naszymi działaniami).



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	"dlaczego" się uczę	"czego" się uczę	"jak" się uczę
D o s t e n	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszające 	Postrzeganie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych Prezentacja informacji z użyciem różnorodnych form	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
T w o r z e	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału Praca grupowa i klasowe/grupowe dyskusje mają znaczenie dla wspierania współpracy i poczucia przynależności. Podczas dyskusji w klasie nauczyciel i rówieśnicy dostarczają informacje zwrotne	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu Cel osiągnięto przez użycie tabeli, która określa znaczenie głównych terminów i powiązanych operacji matematycznych.	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności Praca grupowa i klasowa dyskusja może być skuteczna w „zapewnianiu zróżnicowanych Mentorów nauki (tj. nauczyciele / wychowawcy którzy używają różnego podejścia do motywowania, bycia przewodnikiem i zapewniania informacji zwrotnej)”,
S t o s o w a n i	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję Informacja zwrotna od nauczyciela i innych uczniów wspiera samoregulację.	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwiał zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

5. Bibliografia

[1] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.

[2] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *Vol. 49(5)*, 755–767. *ZDM Mathematics Education*.

[3] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.

[4] Robotti E., Baccaglioni-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In *Innovation & Technology*. Series Mathematics Education in the Digital Era, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.

[5] Marcheschi, A. (2014). Un'indagine sulle difficoltà argomentative nell'Ambito Numeri degli studenti a livello di primo biennio della scuola superiore. Tesi di Laurea, Università degli studi di Pisa, Italia.

[6] Mayer R.E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49-63.

[7] Pietro Di Martino, Problem solving e argomentazione matematica, 2017, 23 - 37.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.