



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Materiały do pracy z uczniami

Porównywanie liczb dziesiętnych

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą porównania liczb dziesiętnych, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczyć	“czego” się uczyć	“jak” się uczyć
Dostępn	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozprasające 	Postrzeżenie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworze	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowa	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeżenie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczenie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AINuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozprasające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżnianiu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Europejski projekt FasMed, który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów” (Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy uczenia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

	Gdzie zmierza uczeń	Gdzie uczeń jest teraz	Jak tam dotrzeć
Nauczyciel	1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu Zrozumienie i dzielenie się	2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów	3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy

¹ The items are taken from the interactive list at <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Rówieśnik	zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu	4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem
Uczeń	Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategie oceny kształtującej i funkcje technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

“(1) *arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość);*

(2) *arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);*

(3) *arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji”.*

Autorzy zidentyfikowali strategie informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. [...] Strategie powtórzenia i przeformułowania [...] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej [...] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu [...] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

#. Opis

3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Narzędzie interwencyjne powstało w odniesieniu do trudności, jakie uczniowie wykazali rozwiązując zadanie:

Uporządkuj następujące liczby od najmniejszej do największej:

0,233 0,3 0,32 0,35 0,208

Trudności te są związane ze zrozumieniem pozycyjnego systemu dziesiętnego.

3.2 Dziedzina poznawcza i dział matematyki

Liczby/ Arytmetyka

3.3 Cele edukacyjne

Oczekuje się, że to ćwiczenie pomoże uczniom zrozumieć pozycyjny system dziesiętny i przećwiczyć porównywanie liczb dziesiętnych.

3.4 Adresat: Uczeń/ Klasa

Narzędzie interwencyjne jest adresowane do całej klasy.

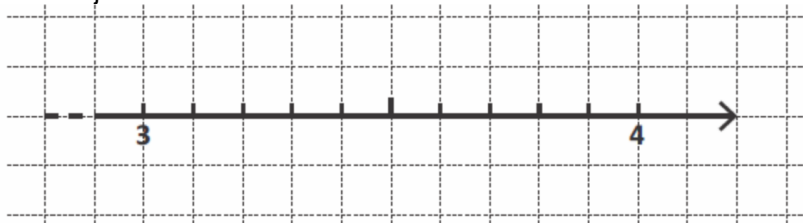
3.5 Działania edukacyjne: narzędzie interwencyjne

Uporządkuj następujące liczby od najmniejszej do największej:

3,21; 3,20; 2,87

Nauczyciel proponuje następującą metodę w wizualizacji (wytyczne UDL) w celu rozwiązania zadania:

a) Pomyśl, która liczba jest najmniejsza, a która największa. Proszę umieścić liczby na osi liczbowej. Pamiętaj, że liczby po lewej stronie są mniejsze niż liczby po prawej stronie osi liczbowej.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

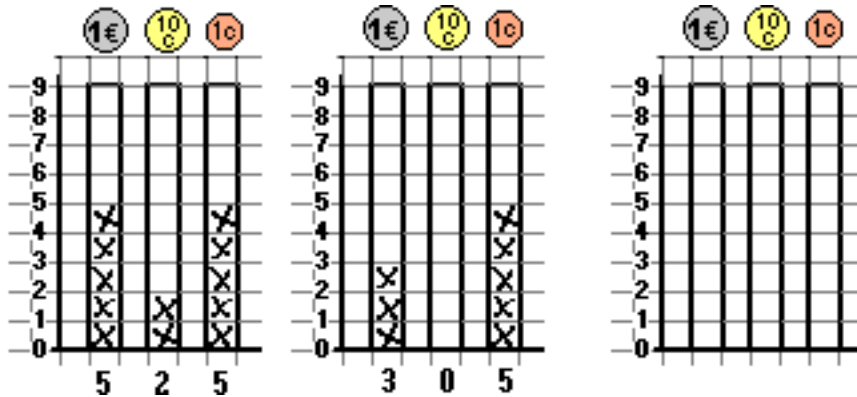
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Nauczyciel inicjuje dyskusję (FaSMEd), zaczynając od odpowiedzi uczniów. Nauczyciel prezentuje właściwą odpowiedź na tablicy.

b) Nauczyciele mogą posłużyć się pieniędzmi prezentując liczby 5,25 i 3,05 używając poniższego schematu.



Nauczyciel wyjaśnia, jak działa liczydło pieniężne na podanych przykładach 5,25 i 3,05 i prosi uczniów, aby spróbowali w ten sam sposób przedstawić jedną z liczb 3.21; 3,20; 2.87. Jest to kolejne ćwiczenie które rozwija umiejętność analizowania informacji wizualnych i uczenia się za pośrednictwem różnych narzędzi dydaktycznych (zasada reprezentacji UDL).

c) Nauczyciel prosi uczniów o wypełnienie tabeli, a następnie porównanie liczb dziesiętnych. Uczniowie pracują w parach, dzięki czemu będą mogli współpracować i dzielić się ze sobą zdobytą wiedzą (FaSMEd).

	JEDNOŚCI	CZĘŚCI DZIEŚIĄTE	CZĘŚCI SETNE
3.21	***	**	*
3.20			
2.87			

d) Nauczyciel wyjaśnia, w jaki sposób uczniowie mogą porównywać liczby dziesiętne

:

$$3.21 = 3 + 0.2 + 0.01$$

= 3 jedności + 2 części dziesiąte + 1 część setna

$$3.20 = 3 + 0.2 + 0.00$$





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

= 3 jedności + 2 części dziesiąte + 0 części setnych

$$2.87 = 2 + 0.8 + 0.07$$

= 2 jedności + 8 części dziesiątych + 7 części setnych + 9 części tysięcznych

Ponieważ 2 jedności to mniej niż 3, liczba 2,87 jest mniejsze niż 3,21 i 3,20.

Teraz porównajmy 3,21 i 3,20.

Ponieważ cyfry jedności są takie same, musisz porównać następne cyfry

2 dziesiąte = 2 dziesiąte, ponieważ te cyfry są takie same, musisz porównać kolejne cyfry:

1 setna > 0 setnych, czyli $3,20 < 3,21$

Tak więc, porządkując liczby od najmniejszej do największej otrzymamy:

$2,87 < 3,20 < 3,21$

e) Nauczyciel pokazuje inny sposób porównywania liczb dziesiętnych, zaznaczając kolorem kolejne cyfry w zależności od miejsca w którym się znajdują:

Teraz spróbuj porównać cyfry jedności

3,21; 3,20; 2,87

$$3 = 3 > 2$$

2,87 to najmniejsza liczba.

Kiedy cyfry jedności są takie same porównujemy kolejne cyfry:

3,21; 3.20

$$2 = 2$$

Kiedy części dziesiąte są takie same, porównaj części setne.

3,21; 3.20

$$1 < 0$$

3,21 to największa liczba.

Dzięki temu ćwiczeniu uczniowie będą mieli alternatywny sposób przekazywania informacji wizualnych (wytyczne UDL).

f) Nauczyciel prosi uczniów o wykonanie tego ćwiczenia przy pomocy narysowanych kwadratów:

Spróbuj narysować kwadraty, które będą reprezentować liczby 3,21; 3,20; 2.87, a następnie porównaj je. Zwróć najpierw uwagę, że:

0.01

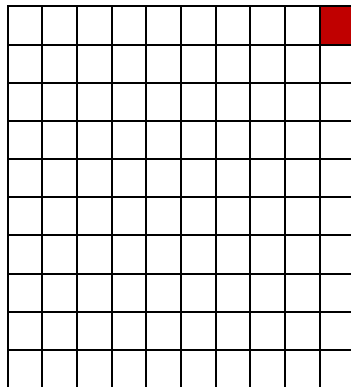


Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

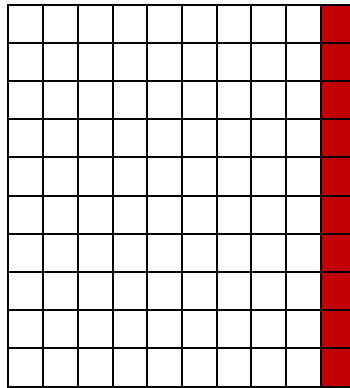
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



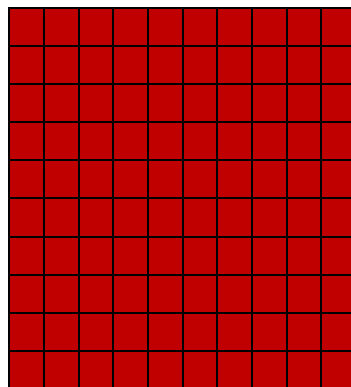
Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274



0.1



1.0



Teraz spróbujcie sami narysować i pokolorować kwadraty tak aby przedstawiały graficzną reprezentację liczb 3,21; 3,20; 2,87.
Porównaj wynik z kolegą z klasy. Teraz spróbuj zapisać liczby od najmniejszej do największej.

Uczniowie porównują swoje wyniki z innymi. Nauczyciel sprawdza odpowiedzi i przekazuje informacje zwrotne (FaSMEd).



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

4) Bibliografia

[1] Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.

<https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>

[2] Workshop with Dr. Giannis Karagianakis in International

[3] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

[4] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.