

## Materiały do pracy z uczniami

# Rozwiązywanie równań i układów równań

### 1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą rozwiązywania równań i układów równań, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

### 2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczyć	“czego” się uczyć	“jak” się uczyć
Dostęp	<b>Wzbudzenie zainteresowania:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię</li> <li>• Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność</li> <li>• Ograniczaj zagrożenia i elementy rozprasające</li> </ul>	<b>Postrzeganie:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji</li> <li>• Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio</li> <li>• Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych</li> </ul>	<b>Działania fizyczne:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu</li> <li>• Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających</li> </ul>
Tworzenie	<b>Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zwiększ znaczenie celów i zadań</li> <li>• Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie</li> <li>• Wspieraj współpracę i poczucie przynależności</li> <li>• Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału</li> </ul>	<b>Język i symbole:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wyjaśnij słownictwo i symbole</li> <li>• Wyjaśnij składnię i budowę zdań</li> <li>• Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli</li> <li>• Propaguj zrozumienie w różnych językach</li> <li>• Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu</li> </ul>	<b>Ekspresja i komunikacja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Używaj różnorodnych metod komunikacji</li> <li>• Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia</li> <li>• Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności</li> </ul>
Stosowanie	<b>Samoregulacja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację</li> <li>• Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami</li> <li>• Rozwijaj samoocenę i refleksję</li> </ul>	<b>Rozumienie:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową</li> <li>• Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków</li> <li>• Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją</li> <li>• Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację</li> </ul>	<b>Funkcja wykonawcza:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wspieraj wyznaczenie odpowiednich celów</li> <li>• Wspieraj planowanie i rozwój strategii</li> <li>• Ułatwiaj zarządzanie informacjami i zasobami</li> <li>• Wzmocnij możliwości monitorowania postępów</li> </ul>
	<b>Wykreowanie uczniów, którzy....</b>		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

instrukcje. [...] " Dlatego UDL koncentruje się na tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad <sup>1</sup>.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AINuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozprasające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewyżczeniu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

2) Europejski projekt FasMed, który skupiał się na ocenianiu kształtującym w matematyce i naukach ścisłych, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

Ocenianie kształtujące (FA) jest pomyślane jako metoda nauczania, w której „nauczyciele, uczniowie lub ich rówieśnicy gromadzą, interpretują i wykorzystują dowody dotyczące osiągnięć uczniów, aby podejmować decyzje dotyczące kolejnych kroków w nauczaniu, które prawdopodobnie będą lepsze, lub lepiej uzasadnione, niż decyzje, które podjęliby w przypadku braku zebranych dowodów” (Black i Wiliam, 2009, s. 7). Projekt FaSMEd odnosi się do badania Wiliama i Thompsona (2007), które identyfikuje pięć kluczowych strategii oceniania kształtującego w środowisku szkolnym: (a) wyjaśnianie i dzielenie się zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu; (b) opracowywanie skutecznych dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dostarczają dowodów na zrozumienie przez uczniów; (c) dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy; (d) aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem; (e) aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki. Nauczyciel, rówieśnicy ucznia i sam uczeń są autonomicznymi jednostkami, które aktywują te strategie oceniania kształtującego.

Table 4: Formative assessment strategies

	Gdzie mierza uczeń	Gdzie uczeń jest teraz	Jak tam dotrzeć
Nauczyciel	1 Wyjaśnienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu Zrozumienie i dzielenie się	2 Zaaranżowanie efektywnej dyskusji w klasie i innych zadań edukacyjnych, które dają dowody zrozumienia przez uczniów	3 Dostarczanie informacji zwrotnych, które pomagają uczniom czynić postępy

<sup>1</sup> The items are taken from the interactive list at <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

<b>Rówieśnik</b>	zamiarami uczenia się i kryteriami sukcesu	4 aktywizowanie uczniów, aby uczyli siebie nawzajem
<b>Uczeń</b>	Zrozumienie zamiarów uczenia się i kryteriów sukcesu	5 aktywizowanie uczniów jako właścicieli własnej nauki

Ćwiczenia FaSMEd zostały zorganizowane w sekwencję, która obejmuje pracę grupową nad arkuszami roboczymi i dyskusję w klasie, podczas której wybrane prace grupowe są omawiane przez całą klasę przy wsparciu nauczyciela. Biorąc pod uwagę strategię oceny kształtującej i funkcje technologiczne, Cusi, Morselli i Sabena (2017, s. 758) zaprojektowali trzy rodzaje arkuszy roboczych do zajęć w klasie:

“(1) arkusze zadań: arkusze wprowadzające problem i zadające jedno lub więcej pytań dotyczących interpretacji lub konstrukcji reprezentacji (werbalnej, symbolicznej, graficznej, tabelarycznej) relacji matematycznej między dwiema zmiennymi (np. interpretacja wykresu czas-odległość);

(2) arkusze pomocnicze, mające na celu wsparcie uczniów, którzy napotykają trudności z arkuszami zadań poprzez przedstawianie konkretnych sugestii (np. pytania pomocnicze);

(3) arkusze ankietowe: arkusze z pytaniami o ankietę wśród proponowanych opcji”.

Autorzy zidentyfikowali strategię informacji zwrotnej (tabela 5), które nauczyciel może zastosować, aby przekazać uczniom informację zwrotną (Cusi, Morselli i Sabena, 2018, s.3466). Strategie te są wykorzystywane podczas dyskusji w klasie, która jest organizowana przez nauczyciela po pracy grupowej nad arkuszami roboczymi.

Table 5:

Powtórzenie	Kiedy nauczyciel naśladuje wypowiedź jednego ucznia, aby zwrócić na nią uwagę. Często podczas powtórzenia nauczyciel akcentuje intonacją głosu niektóre kluczowe słowa zdania, które powtarza po uczniu. Zmiana sformułowania ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułowuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i sprawienie by była bardziej zrozumiałą dla wszystkich.
Przeformułowanie	Przeformułowanie ma miejsce, gdy nauczyciel przeformułowuje wypowiedź jednego ucznia, mając na celu zwrócenie uwagi klasy i uczynienie jej bardziej zrozumiałej dla wszystkich. Przeformułowanie jest stosowane, gdy nauczyciel uważa, że informacja może być przydatna, ale należy ją lepiej przekazać, aby stała się źródłem wiedzy dla innych. [...] Strategie powtórzenia i przeformułowania [...] zmieniają jednego ucznia (autora wypowiedzi) w źródło wiedzy dla klasy.
Przeformułowanie z materiałem pomocniczym	Kiedy nauczyciel, oprócz przeformułowania, dodaje elementy, które wspomagają pracę uczniów.
Ponowne uruchomienie	Kiedy nauczyciel reaguje na wypowiedź ucznia, którą uważa za interesującą dla klasy, nie udziela bezpośredniej informacji zwrotnej, ale stawia powiązane pytanie. W ten sposób, poprzez ponowne uruchomienie, nauczyciel dostarcza ukrytej informacji zwrotnej [...] na temat wypowiedzi ucznia, sugerując, że kwestia jest interesująca i warta pogłębienia lub, przeciwnie, ma pewne problematyczne punkty i należy ją przerobić.
Kontrastowanie	Kontrastowanie ma miejsce, gdy nauczyciel zwraca uwagę na dwie lub więcej wypowiedzi, przedstawiając dwie różne pozycje, aby ułatwić porównanie. Dzięki temu [...] autorzy obu wypowiedzi mogą być dla klasy źródłem wiedzy, a także stają się odpowiedzialni za własną naukę.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Z doświadczenia FaSMEd czerpiemy pomysł tworzenia zajęć w klasie w perspektywie oceniania kształtującego, co może sprzyjać integracji.

### 3. Projekt

#### 3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Wykrywamy trudności w następujących pozycjach B2:

Jeśli  $a = 3$ , jaka jest wartość  $2a + 1$ ?

Jeśli  $x = -4$ , jaka jest wartość  $24 / x$ ?

- a. 6
- b.  $1/6$
- c.  $-1/6$
- d. -6
- e. 20

Trudności te związane są z konstrukcją znaczenia zmiennej i ekspresji w zależności od takiej zmiennej, która będzie miała wpływ na konstrukcję znaczenia równania.

#### 3.2 Obszar poznawczy i dziedzina matematyki będąca przedmiotem zainteresowania

Obszar trudności zidentyfikowany za pomocą kwestionariusza B2 jest powiązany z dziedziną algebry i rozumowania (tabela 1).

Tabela 1: Wykryte trudności są powiązane z domeną poznawczą rozumowania i algebrą

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
Pamięć			
Rozumowanie			Jeśli $a = 3$ , jaka jest wartość $2a + 1$ ? Jeśli $x = -4$ , jaka jest wartość $24/x$ ? A. 6 B. $1/6$ C. $-1/6$ D. -6 E. 20
Wizualizacja przestrzenna			





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

### 3.3 Cele edukacyjne

Narzędzie interwencyjne do pracy z uczniami ma na celu badanie rozwiązań równań i układów równań.

### 3.4 Adresowane do ucznia / klasy

Narzędzie interwencji jest wyrażone w zestawie aktywności, które należy wykonać z całą klasą, w perspektywie integracji, również w nauczaniu on-line.

### 3.5 Działania edukacyjne: narzędzie interwencji

Nawiązujemy do działania w programie Desmos o nazwie „Make them balance”

(<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5e7272e64e91f10c4dd87821?lang=pl>).

„Ta lekcja wykorzystuje wieszaki do zbadania rozwiązań równań i układów równań. Uczniowie najpierw badają pojedynczy wieszak i widzą, że wartości równoważące wieszak są również rozwiązaniem równania, a po narysowaniu tworzą linię. Następnie uczniowie napotykają dwa wieszaki i widzą, że wartości równoważące oba wieszaki są również rozwiązaniem obu równań i wypadają na obu liniach. Korzystając z tego kontekstu, uczniowie rozumieją układy równań, które mają jedno rozwiązanie, nie mają rozwiązań i są nieskończone”.

Do dyspozycji są wytyczne dla nauczyciela.

Tutaj podgląd sekwencji zajęć proponowanych uczniowi:

PODGLĄD EKRANU UCZNIA

Rozgrzewka

Znajdź wartości dla  $x$  i  $y$  tak, aby wieszak się wyważał. Naciśnij „Wypróbuj”, aby sprawdzić, czy wieszak się wyważa.

$x$	$y$

Spróbuj

Hanger A  
 $2x + 3 = y$

$x$  ? lb.  $y$  ? lb.  $3$  3 lb.

Nauczyciel porusza się Przykładowe odpowiedzi

Wyróżnij unikalne odpowiedzi, aby pokazać klasie. W szczególności podkreśl zakres odpowiedzi. Niektórzy uczniowie mogą myśleć o rozwiązaniu równania w kategoriach wag na diagramie, podczas gdy inni mogą rozumieć rozwiązanie jako zbiór wartości, które sprawiają, że równanie jest prawdziwe. Poproś uczniów, aby uzasadnili swoje odpowiedzi i skrytykowali nawzajem swoje rozumowanie.

Rozważ użycie tempa, aby ograniczyć uczniów do tego ekranu.

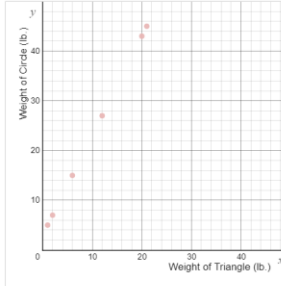
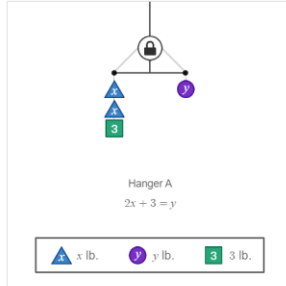


Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Zauważ i zastanów się

Wykres przedstawia punkty, których wartości  $x$  - i  $y$  - równoważą wieszak. Omów, co zauważyłeś i zastanawiaj się nad punktami.



Nauczyciel porusza się

Przykładowe odpowiedzi

Give students one minute of quiet think-time. Then invite them to discuss with a partner. Invite several students to share their responses.

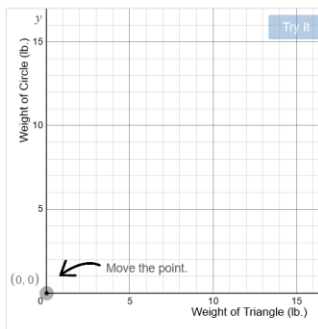
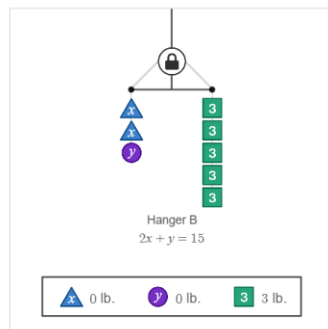
Consider using pacing to restrict students to Screens 2-3.

STUDENT SCREEN PREVIEW

< 3 of 11 Next >

Zadbaj o równowagę

Znajdź trzy różne pary  $x$ - i  $y$ -wartości, które zrównoważą wieszak, przesuując punkt i naciskając „Wypróbuj”.



Teacher Moves

Sample Responses

Use the overlay in the teacher view of the dashboard to show the distribution of responses. If time permits, consider asking students the following questions in order to help them prepare for the upcoming activity challenges:

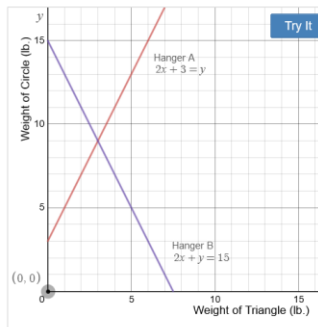
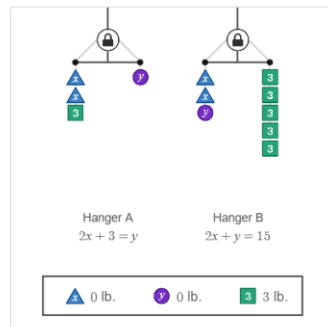
- What do all of our red  $x$ 's represent? How do you know? [These points represent  $x$ - and  $y$ - values that don't make the hanger balance. When I plug in the coordinates from these points, they do not make a true equation.]
- What do all of our blue points represent? How do you know? [These points represent  $x$ - and  $y$ - values that do make the hanger balance. When I plug in the coordinates from these points, they make a true equation.]
- Is it possible to find a point NOT on the line that also makes the hanger balance? [No. If we pick a point to the right of the line, that makes the weight of the triangle heavier for a given  $y$ -value. That means the hanger will tilt to the left. Likewise, if we pick a point to the left of the line, that makes the weight of the triangle lighter for a given  $y$ -value, which will make the hanger tilt right.]

STUDENT SCREEN PREVIEW

< 4 of 11 Next >

Zadanie 1: Czy potrafisz zrównoważyć...

Tylko wieszak A? Tylko wieszak B? Oba? Żaden?







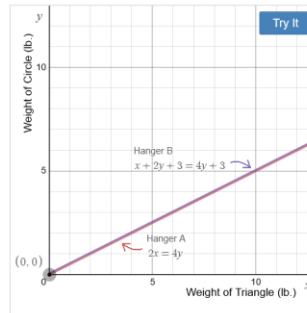
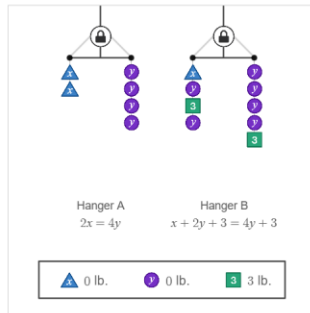


Project Number: 2018-1IT02KA201048274

STUDENT SCREEN PREVIEW

9 of 11 Next

Wyzwanie 3. Czy potrafisz zrównoważyć...  
Tylko wieszak A? Tylko wieszak B? Oba? Żaden?



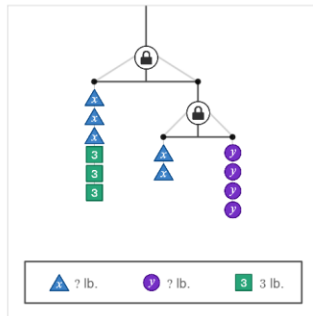
Teacher Moves Sample Responses

The purpose of this screen is to give students an opportunity to work informally with a system of equations that has infinite solutions. Students should try various coordinate pairs in order to solve the challenges and discuss the results with their partner. Consider using pacing to restrict students to Screens 9–10.

STUDENT SCREEN PREVIEW

10 of 11 Next

Czy jesteś gotowy na więcej?



Znajdź wartości dla  $x$  i  $y$ , aby oba wieszaki wyważały.

Naciśnij „Wypróbuj”, aby sprawdzić, czy wieszaki się wyważą.

$x$	$y$

Try It

Teacher Moves Sample Responses

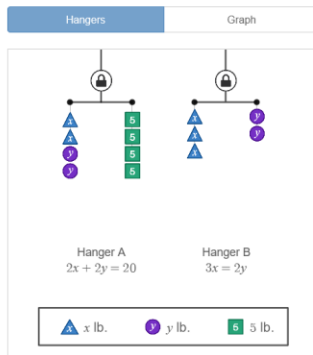
Before students can see this screen, they will have to press a button that says, “I’m ready!”

This screen is designed to help differentiate the lesson by giving an extra challenge to students who finish Screen 9 ahead of time before the class discussion on Screen 11. Because only a subset of your class will complete this screen, we recommend you don’t discuss it with the entire class.

STUDENT SCREEN PREVIEW

11 of 11 Next

Refleksja



Wybierz jedną z reprezentacji i użyj jej, aby omówić następujące pytania.

Następnie wybierz JEDNO pytanie i zapisz swoją odpowiedź.

- Co to jest układ równań?
- Co to znaczy znaleźć rozwiązanie układu równań?

Teacher Moves Sample Responses

If time permits, allow students to share their responses from Challenges 1–3 before discussing these questions. Tell students that in each challenge, there was a system of equations. Ask students to share what the solution to each system of equations is. If no one brings it up, note that it’s possible for a system to have one solution, no solutions, or infinitely many solutions.

Give students 2–3 minutes to respond to this question and a few minutes to share their responses with their partner. Then follow with a whole-class discussion. Use the teacher view of the dashboard to highlight unique answers to show the class.

Consider using pacing to restrict students to this screen.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Należy pamiętać, że nauczyciel może wchodzić w interakcje z każdym uczniem lub planować dyskusję sesyjną, aby na przykład porównać rozwiązania różnych uczniów. Można to zrobić również poprzez sesję on-line.

### Dyskusja poprzez wytyczne UDL na temat wyżej wymienionych działań

Zauważamy, że do tego samego celu edukacyjnego, jakim jest konstruowanie znaczenia „zmiennych”, równania i układu równań w algebrze, podchodzi się na różne sposoby, działając zgodnie z trzema zasadami UDL (Tabela 7, nasze komentarze na czerwono ilustrują związek między zasady i nasze działania).

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA i EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczyć	“czego” się uczyć	“jak” się uczyć
Dostęp	<b>Wzbudzanie zainteresowania:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię</li> <li>• Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność</li> <li>• Ograniczaj zagrożenia i elementy rozprasające</li> </ul>	<b>Postrzeganie:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji</li> <li>• Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio</li> <li>• <b>Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych</b></li> </ul>	<b>Działania fizyczne:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu</li> <li>• Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających</li> </ul>
Tworzenie	<b>Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zwiększ znaczenie celów i zadań</li> <li>• Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie</li> <li>• Wspieraj współpracę i poczucie przynależności</li> <li>• Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału</li> </ul>	<b>Język i symbole:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wyjaśniaj słownictwo i symbole</li> <li>• Wyjaśniaj składnię i budowę zdań</li> <li>• Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli</li> <li>• Propaguj zrozumienie w różnych językach</li> <li>• Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu</li> </ul> <b>Uczniowie sami mają możliwość zmieniania i manipulowania dynamiczną aplikacją</b>	<b>Ekspresja i komunikacja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Używaj różnorodnych metod komunikacji</li> <li>• Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia</li> <li>• Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności</li> </ul> <b>Ponadto w działaniach zapewnione są wirtualne lub konkretne manipulacje matematyczne. Na przykład przeciągnięcie ruchomego punktu może pomóc w wizualizacji, że zmienna może mieć różne wartości na osi liczbowej.</b>
Stosowanie	<b>Samoregulacja:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację</li> <li>• Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami</li> <li>• Rozwijaj samoocenę i refleksję</li> </ul> <b>Strategie oceniania kształtującego, o których mowa w części 2, mogą pomóc w samoocenie i refleksji. Mówiąc dokładniej, nauczyciel może udzielać różnego rodzaju informacji zwrotnych</b>	<b>Rozumienie:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową</li> <li>• Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeżenie związków</li> <li>• Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją</li> <li>• Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację</li> </ul>	<b>Funkcja wykonawcza:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów</li> </ul> <b>Korzystanie z przedmiotów może być również wsparciem dla pamięci. Kierują on procesem dociekań uczniów, dostarczając informacji zwrotnych.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wspieraj planowanie i rozwój strategii</li> <li>• Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami</li> <li>• Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów</li> </ul>
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

### 5. Bibliografia

[1]<https://www.desmos.com/?lang=it>

[2]Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141.

[3]UDL Principles: <http://udlguidelines.cast.org/>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.