



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Materiały do pracy z uczniami

Myślenie arytmetyczne

1. Wstęp

W celu opracowania zestawu działań edukacyjnych mających na celu rozwiązanie problemów, które dotyczą myślenia arytmetycznego, odwołujemy się do kilku istotnych teorii, które zostaną opisane w sesji 2. W sekcji 3 opisano projekt zajęć edukacyjnych. Opisano w szczególności, czy zajęcia są skierowane do jednego ucznia, czy do całej klasy, jaki jest cel edukacyjny zajęć, obszar poznawczy i dziedzina matematyki oraz jakich obszarów trudności zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2 zadania dotyczą.

2. Wprowadzenie teoretyczne

Teoretyczne odniesienia, które pomogły nam skonstruować materiały do pracy z uczniami, to:

1) Zasady UDL (**Universal Design for Learning**), będące wytycznymi stworzonymi specjalnie do projektowania włączających działań edukacyjnych (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Zasady UDL

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA I EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczę	“czego” się uczę	“jak” się uczę
Dostęp	Wzbudzanie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozpraszające 	Postrzeganie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągania celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśniaj słownictwo i symbole • Wyjaśniaj składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności
Stosowanie	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję 	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewnij posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy....		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

Centrum Specjalnej Technologii Stosowanej (CAST) opracowało kompleksowe ramy dotyczące koncepcji UDL, mając na celu skoncentrowanie badań, rozwoju i praktyki edukacyjnej na zrozumieniu różnorodności i ułatwianiu uczenia się (Edyburn, 2005). UDL zawiera zestaw zasad, wyrażonych w wytycznych i punktach kontrolnych. Badania, na których opiera się struktura UDL, wskazują, że „uczniowie bardzo różnie reagują na instrukcje. [...]” Dlatego UDL koncentruje się na



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

tych indywidualnych różnicach jako na ważnym elemencie zrozumienia i zaprojektowania skutecznych instrukcji uczenia się.

W tym celu UDL rozwija trzy podstawowe zasady: 1) zapewnienie różnorodnych środków prezentacji, 2) zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji, 3) zapewnienie różnorodnych środków angażujących. W szczególności wytyczne w ramach pierwszej zasady dotyczą środków percepcji związanych z otrzymywaniem pewnych informacji oraz „zrozumienia” otrzymanych informacji. Zamiast tego, wytyczne w ramach drugiej zasady uwzględniają opracowanie informacji i pomysłów i ich wyrażanie. Wreszcie wytyczne w ramach trzeciej zasady dotyczą domeny „afektu” i „motywacji”, które są również istotne w każdej działalności edukacyjnej. W naszych analizach skupimy się w szczególności na konkretnych wytycznych w ramach tych trzech zasad¹.

Wytyczne w ramach Zasady 1 (zapewnienie różnorodnych sposobów prezentacji) sugerują proponowanie różnych opcji percepcji i oferowanie wsparcia dla dekodowania notacji matematycznej i symboli. Co więcej, wytyczne sugerują, jak ważne jest zapewnienie zrozumienia wzorców, cech wyróżniających, oryginalnych pomysłów i związków między pojęciami matematycznymi. Wreszcie, nasze analizy dadzą przykłady, w jaki sposób oprogramowanie AINuSet może kierować przetwarzaniem informacji, wizualizacją i manipulacją w celu maksymalizacji transferu i uogólnienia. Co więcej, wytyczne zawarte w Zasadzie 2 (zapewnienie różnorodnych środków działania i ekspresji) sugerują oferowanie różnych opcji wypowiedzi i komunikacji wspierających planowanie i opracowywanie strategii. Wreszcie, wytyczne z Zasady 3 pokazują, w jaki sposób określone działania mogą wzbudzić zainteresowanie uczniów, optymalizując indywidualny wybór i autonomię oraz minimalizując zagrożenia i elementy rozprasające.

W części 4 przeanalizujemy przykłady działań, klasyfikując je zarówno według typu uczenia matematycznego, jak i obszaru poznawczego, które wspierają. Pokażemy, jak te przykłady zostały zaprojektowane zgodnie z zasadami UDL, aby były działaniami włączającymi i skutecznymi w przewycięzaniu trudności matematycznych zidentyfikowanych za pomocą kwestionariusza B2.

3. Projekt

3.1 Trudności zidentyfikowane za pomocą kwestionariusza B2

Wykrywamy trudności w następującym punkcie B2:

Sara otrzymała w prezencie 24 euro, Marta 6 euro mniej.

Ile w sumie euro mają obie dziewczyny?

Trudności te są związane z rozumowaniem w arytmetyce.

3.2 Obszar poznawczy i dziedzina matematyki będąca przedmiotem

zainteresowania

Obszar trudności zidentyfikowany za pomocą kwestionariusza B2 jest powiązany z dziedziną arytmetyki. W szczególności trudności są związane z

¹ The items are taken from the interactive list at <http://www.udlcenter.org/research/researchevidence>





Project Number: 2018-1IT02KA201048274

konstrukcją rozumowania dotyczącego porównania pieniędzy. Zatem rozumowanie jest zaangażowanym obszarem poznawczym (tabela 1).

Tabela 1: Wykryte trudności są związane z domeną poznawczą rozumowania i dziedziną arytmetyki

	Arytmetyka	Geometria	Algebra
Pamięć			
Rozumowanie	Sara otrzymała w prezencie 24 euro, Marta 6 euro mniej. Ile w sumie euro mają obie dziewczyny?		
Wizualizacja			

3.3 Cele edukacyjne

Rozwiń rozumowanie arytmetyczne dotyczące porównywania ilości (pieniędzy).

3.4 Adresowanie do ucznia / klasy

Narzędzie interwencji jest wyrażone w zestawie działań, które muszą być przeprowadzone z całą klasą w perspektywie integracji.

3.5 Działania edukacyjne: narzędzie interwencyjne do pracy z uczniami

Sekwencje nauczania mają na celu rozwiązanie określonych trudności w uczeniu się w perspektywie włączającej. Odgrywają rolę treningu poznawczego, w którym uczeń jest prowadzony do zastosowania specjalnego modelu (modelu słupkowego) skoncentrowanego na porównywaniu wielkości. To narzędzie edukacyjne jest inspirowane modelem słupkowym podejścia Singapuru do matematyki (patrz <http://thesingaporemaths.com/index.html>)



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

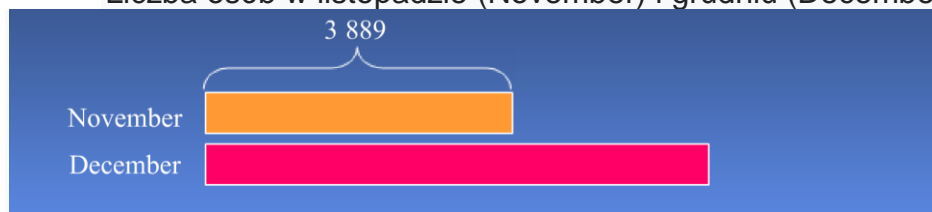
Ćwiczenie 1

1. Pytanie

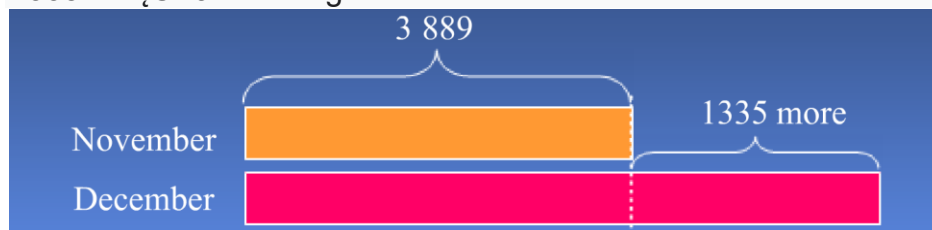
W listopadzie do San Francisco przyleciało z Brazylii 3889 osób. W grudniu liczba osób, które przyleciały do San Francisco z Brazylii była o 1335 większa niż w listopadzie. Ile osób przyjechało do San Francisco z Brazylii w ciągu dwóch miesięcy?

2. Model (model prętowy) jest rysowany w celu przedstawienia danych: -

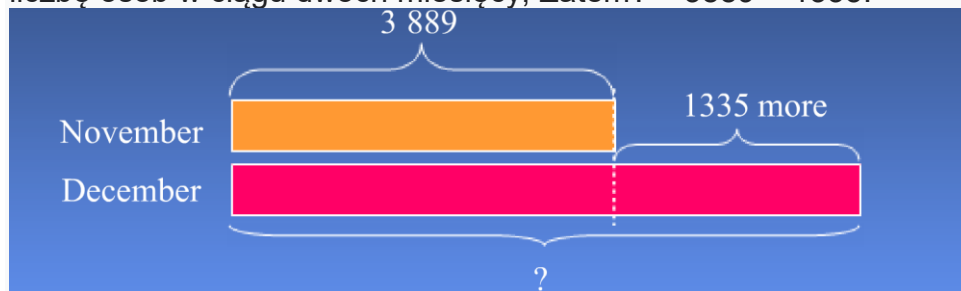
Liczba osób w listopadzie (November) i grudniu (December)



1335 WIĘCEJ ludzi w grudniu



- Musisz znaleźć liczbę osób w grudniu, zanim będzie można znaleźć całkowitą liczbę osób w ciągu dwóch miesięcy; Zatem? = $3889 + 1335$.



Liczba osób w listopadzie i grudniu



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274



$$? = 3889 + 5224$$

Ćwiczenie 2

1. Pytanie

Malarz musi pomalować ścianę o długości 35 metrów. W pierwszej godzinie pomalował 8,4 metra, w drugiej dwa razy tyle. Ile jeszcze metrów ściany musi pomalować, aby zakończyć pracę?

2. Model (model prętowy) jest rysowany w celu przedstawienia danych:

- Długość ściany



-Ile metrów pomalował malarz w ciągu pierwszej godziny



-Ile metrów pomalował malarz w drugiej godzinie



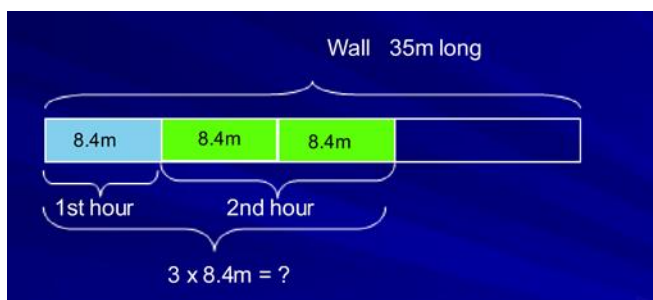
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

- Ile metrów pomalował malarz w ciągu trzech godzin



- Ile metrów musi pomalować, aby wykonać zadanie?



? (Jeszcze nie pomalowane) = 35m - (3x8,4m)

3.6 Dyskusja w grupie

Dyskusja poprzez wytyczne UDL na temat wyżej wymienionych działań. Zauważamy, że do tego samego celu edukacyjnego, jakim jest konstruowanie rozumowania w arytmetyce, podchodzi się na różne sposoby, działając zgodnie z trzema zasadami UDL (Tabela 7, nasze komentarze na czerwono ilustrują związek między zasadami a naszymi działaniami).

	Zapewnij różnorodne sposoby ZAANGAŻOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby PREZENTOWANIA	Zapewnij różnorodne sposoby DZIAŁANIA I EKSPRESJI
	“dlaczego” się uczę	“czego” się uczę	“jak” się uczę
Dostęp	Wzbudzenie zainteresowania: <ul style="list-style-type: none"> • Optymalizuj indywidualny wybór i autonomię • Optymalizuj trafność, wartość i autentyczność • Ograniczaj zagrożenia i elementy rozprasające 	Postrzeżenie: <ul style="list-style-type: none"> • Zaproponuj sposoby dostosowania formy wyświetlania informacji • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji audio • Zaproponuj alternatywne sposoby prezentowania informacji wizualnych 	Działania fizyczne: <ul style="list-style-type: none"> • Różnicuj metody udzielania odpowiedzi i osiągnięcia celu • Zapewnij optymalny dostęp do narzędzi i technologii wspomagających
Tworzenie	Podtrzymywanie wysiłku i wytrwałości: <ul style="list-style-type: none"> • Zwiększ znaczenie celów i zadań • Różnicuj wymagania i zasoby, aby zoptymalizować wyzwanie • Wspieraj współpracę i poczucie przynależności • Zwiększ znaczenie informacji zwrotnej nastawionej na opanowanie materiału 	Język i symbole: <ul style="list-style-type: none"> • Wyjaśnij słownictwo i symbole • Wyjaśnij składnię i budowę zdań • Wspieraj rozumienie tekstu, zapisu matematycznego i symboli Osiągnięte za pomocą zastosowania wykresu słupkowego <ul style="list-style-type: none"> • Propaguj zrozumienie w różnych językach • Ilustruj za pomocą wielu środków przekazu 	Ekspresja i komunikacja: <ul style="list-style-type: none"> • Używaj różnorodnych metod komunikacji • Używaj różnorodnych narzędzi do tworzenia • Buduj biegłość dzięki stopniowemu wspieraniu działań praktycznych i wydajności <p>Pomaga temu stosowanie terminów i symboli, które są alternatywą dla formalnych w odniesieniu do przedmiotów matematycznych. Na przykład nawiasy, aby zwrócić uwagę na wiele danych, wskazują na pytanie, aby zwrócić uwagę na nieznaną</p>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1IT02KA201048274

Stosowanie	Samoregulacja: <ul style="list-style-type: none"> • Kształtuj oczekiwania i przekonania, które optymalizują motywację • Wspieraj rozwój umiejętności i strategii radzenia sobie z problemami • Rozwijaj samoocenę i refleksję <p style="color: red; font-size: small;">Strategie oceniania kształtującego, o których mowa w części 2, mogą pomóc w samoocenie i refleksji. Mówiąc dokładniej, nauczyciel może udzielać różnego rodzaju informacji zwrotnych</p>	Rozumienie: <ul style="list-style-type: none"> • Uaktywniaj lub zapewniaj posiadaną wiedzę podstawową • Podkreślaj podobieństwa, cechy wyróżniające, oryginalne pomysły i dostrzeganie związków • Kieruj przetwarzaniem informacji i wizualizacją • Maksymalizuj transfer wiedzy i generalizację 	Funkcja wykonawcza: <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj wyznaczanie odpowiednich celów <p style="font-size: small;">Użycie wykresu słupkowego wspiera pamięć i pomaga uczniowi przeprowadzić proces badawczy</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wspieraj planowanie i rozwój strategii • Ułatwaj zarządzanie informacjami i zasobami • Wzmacniaj możliwości monitorowania postępów
	Wykreowanie uczniów, którzy...		
Cel	są zdecydowani i zmotywowani	są zaradni i kompetentni	myślą strategicznie i są ukierunkowani na cel

5. Bibliografia

[1] <http://thesingaporemaths.com/Index>

[2] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.

[3] UDL Principles: <http://udlguidelines.cast.org/>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.