



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## ATIVIDADE DE INTERVENÇÃO

# Problemas

### 1. Introdução

A fim de desenvolver um conjunto de atividades educacionais destinadas a melhorar a capacidade de resolver problemas, fazemos referência a alguns referenciais teóricos que serão descritos na secção 2.

Na secção 3, é feita a descrição das atividades educacionais. Em particular, se as atividades são dirigidas a um único aluno ou à turma, o objetivo pedagógico das atividades, a área cognitiva e domínio matemático envolvido e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2.

### 2. Quadro teórico de referência

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

**1) Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o <b>Interesse no envolvimento</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Otimizar a escolha individual e a autonomia</li><li>• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade</li><li>• Minimizar ameaças e distrações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Percepção</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações</li><li>• Oferecer alternativas para informações auditivas</li><li>• Oferecer alternativas para informações visuais</li></ul>	Fornecer opções para <b>Ações Físicas</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Variar o método de resposta e navegação</li><li>• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio</li></ul>
Construção	Fornecer opções para <b>Esforço e Persistência</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Aumentar a relevância das metas e objetivos</li><li>• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio</li><li>• Promover a colaboração e o espírito de equipa</li><li>• Aumentar o feedback orientado para o professor</li></ul>	Fornecer opções para <b>Idiomas e Símbolos</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Esclarecer vocabulário e símbolos</li><li>• Esclarecer a sintaxe e a estrutura</li><li>• Ajudar a decodificação de texto, notação matemática e símbolos</li><li>• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens</li><li>• Ilustrar através de múltiplas representações</li></ul>	Fornecer opções para <b>Expressão e Comunicação</b> : <ul style="list-style-type: none"><li>• Usar vários meios para comunicação</li><li>• Usar várias ferramentas para construção e estruturação</li><li>• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho</li></ul>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Interiorização	<p>Fornece opções para <b>Autorregulação:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação</li> <li>• Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações</li> <li>• Desenvolver a autoavaliação e a reflexão</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Compreensão:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ativar ou fornecer conhecimento prévio</li> <li>• Realçar padrões, características, grandes ideias e relações</li> <li>• Guiar o processamento e a visualização de informações</li> <li>• Maximizar a transmissão e generalização</li> </ul>	<p>Fornece opções para <b>Funções Executivas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientar o estabelecimento de metas adequadas</li> <li>• Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias</li> <li>• Facilitar a gestão de informações e de recursos</li> <li>• Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso</li> </ul>
Meta	Alunos que são ....		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação<sup>1</sup>. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e concepção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos na receção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para as nossas análises, vamos focar-nos em particular nas diretrizes específicas dos três princípios. As diretrizes do Princípio 1 (fornecer vários meios de representação), sugerem propor diferentes opções de percepção e oferecer suporte para a decodificação de notações e símbolos matemáticos. Além disso, as diretrizes sugerem a importância de fornecer opções para padrões de destaque de compreensão, características, grandes ideias e relações entre noções matemáticas.

Além disso, as diretrizes do Princípio 2 (fornecer vários meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação para apoiar o planeamento e o desenvolvimento de estratégias. Finalmente, as diretrizes do Princípio 3 mostram como certas atividades podem atrair o interesse dos alunos, otimizando a escolha individual e a autonomia e minimizando ameaças e distrações.

Na secção 4, analisaremos exemplos de atividades, classificando-as tanto pelo tipo de aprendizagem matemática para que são projetadas como pela área cognitiva que apoiam.

<sup>1</sup> Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

**2) O Projeto Europeu FasMed**, que incidiu sobre a avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>)<sup>[1][5]</sup>

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou colegas, para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que, provavelmente, serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram evidenciadas" (Black & Wiliam, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de Wiliam e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que ajude os alunos a progredir; (d) estimular os alunos como recursos de aprendizagem de uns para os outros; (e) estimular os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

	Para onde o aluno se está a direcionar	Onde o aluno está agora	Como chegar lá
Professor	1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	2. Planear discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno	3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir
Colega	Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso	4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros	
Aluno	Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem	

As atividades do FaSMEd são organizadas em sequências que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula, onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orientação do professor. Tendo em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas para desenvolver em sala de aula:

“(1) *fichas de problemas*: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância);

(2) *fichas de auxílio*, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades nas fichas de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras);

(3) *fichas de votação*: fichas de trabalho solicitando uma votação entre as opções propostas”.

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Tabela 5:

Repetição	Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.
Reformulação	A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula.
Reformulação com apoio	Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.
Recomeço	Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.
Destaque	O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.

A partir da experiência do FaSMEd, extraímos a ideia de criar atividades de sala de aula na perspectiva da avaliação formativa, que podem promover a inclusão.

### 3. Descrição

Nas subseções, a atividade de intervenção é apresentada em detalhe.

#### 3.1. Dificuldades identificadas através do questionário B2

Detetámos dificuldades no seguinte item do questionário B2:

Resolve os problemas seguintes:

1. A Rita lavou 5 pares de meias. Quando foi tirá-los da máquina de lavar, reparou que faltava uma meia. Quantas meias a Rita tirou da máquina de lavar?

Resposta:

2. O Pedro tem 40 cartas. Se o Alex perder 10 cartas, ele terá tantas cartas quanto Peter. Quantas cartas tem o Alex?

Resposta:

3. Uma família tem 3 filhos. Cada criança da família bebe 2 copos de leite por dia. Quantos copos de leite a família bebe em 10 dias?

Resposta:



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

4. Para fazer 4 bolsas de malha de algodão, são necessários 6 novelos de algodão. Quantos novelos são precisos para fazer 20 bolsas?

Resposta:

5. A Sara recebeu 24 euros de presente e a Marta recebeu 6 euros a menos. Quantos euros têm as duas meninas no total?

Resposta:

Estas dificuldades estão relacionadas com a compreensão, o raciocínio e a resolução de problemas.

### 3.2. Área cognitiva e domínio matemático envolvido

A área de dificuldades identificada através do questionário B2 está relacionada com o domínio da Aritmética. Em particular, as dificuldades estão relacionadas com a resolução de problemas. Assim, Raciocínio é a área cognitiva envolvida.

### 3.3. Objetivos Educacionais

O objetivo desta atividade é ajudar os alunos a resolver problemas, apresentando-lhes estratégias de abordagem (métodos heurísticos).

### 3.4. Destinatários

A atividade de intervenção articula-se num conjunto de atividades e é dirigida à turma.

### 3.5. Atividades educacionais

O professor apresenta um problema e explica alguns passos do método prático para resolução de problemas (COSMOS). Por vezes, a utilização de métodos heurísticos pode ajudar no processo de encontrar solução para um problema.

- Circle (Circundar)
- Organize (Organizar)
- Sketch (Esquematizar)
- Mind guess (Calcular mentalmente)
- Operate (Calcular)
- Scan (Verificar)

*Maria começou a ler um livro com 120 páginas na segunda-feira. Se ela ler 30 páginas na segunda-feira e 25 páginas na terça-feira, quantas páginas ainda lhe faltam para terminar o livro?*



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

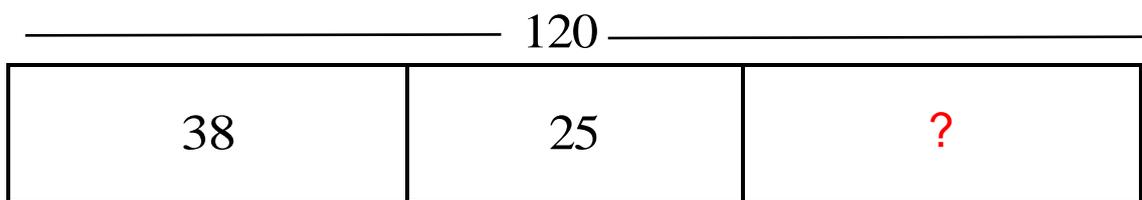
The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Para este problema, o professor exemplifica, no quadro, a aplicação de cada passo do método.

Maria começou a ler um livro com 120 páginas na segunda-feira. Se ela ler 30 páginas na segunda-feira e 25 páginas na terça-feira, quantas páginas ainda lhe faltam para terminar o livro?



$$\begin{array}{r} 38 \\ + 25 \\ \hline 63 \end{array}$$

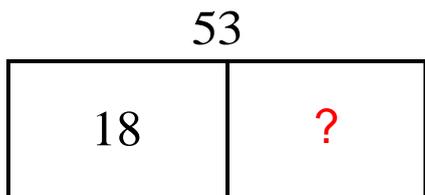
$$\begin{array}{r} 120 \\ - 63 \\ \hline 57 \end{array}$$

Verificação:  $38 + 25 + 57 = 120$

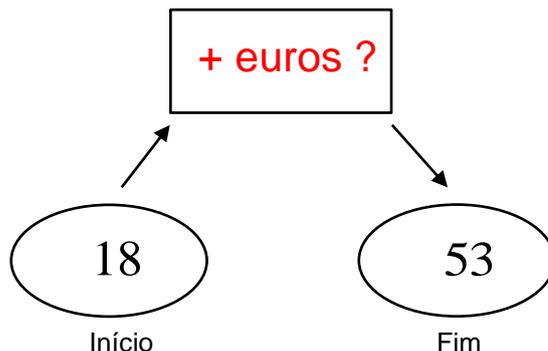
A Carolina tem 18 euros. O Simão deu-lhe mais alguns euros. Agora a Carolina tem 53 euros. Quantos euros lhe deu o Simão?

?

1.<sup>a</sup> maneira



2.<sup>a</sup> maneira



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

$$18 + \boxed{?} = 53$$

$$53 - 18 = \boxed{?}$$

Verificação:

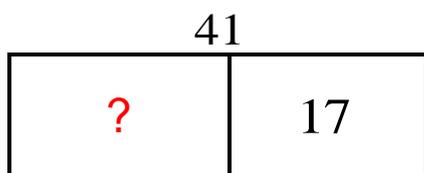
$$18 + \boxed{35} = 53$$

O professor apresenta outros exemplos para resolver usando a mesma estratégia.

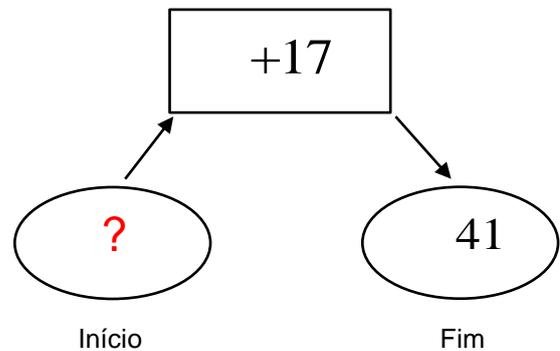
Maria tem alguns euros. O João deu-lhe 17 euros. Agora a Maria tem 41 euros.  
Quantos euros tinha a Maria no início?

?

1.<sup>a</sup> maneira



2.<sup>a</sup> maneira



$$\boxed{?} + 17 = 41$$

$$41 - 17 = \boxed{?}$$

Verificação:

$$\boxed{24} + 17 = 41$$



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

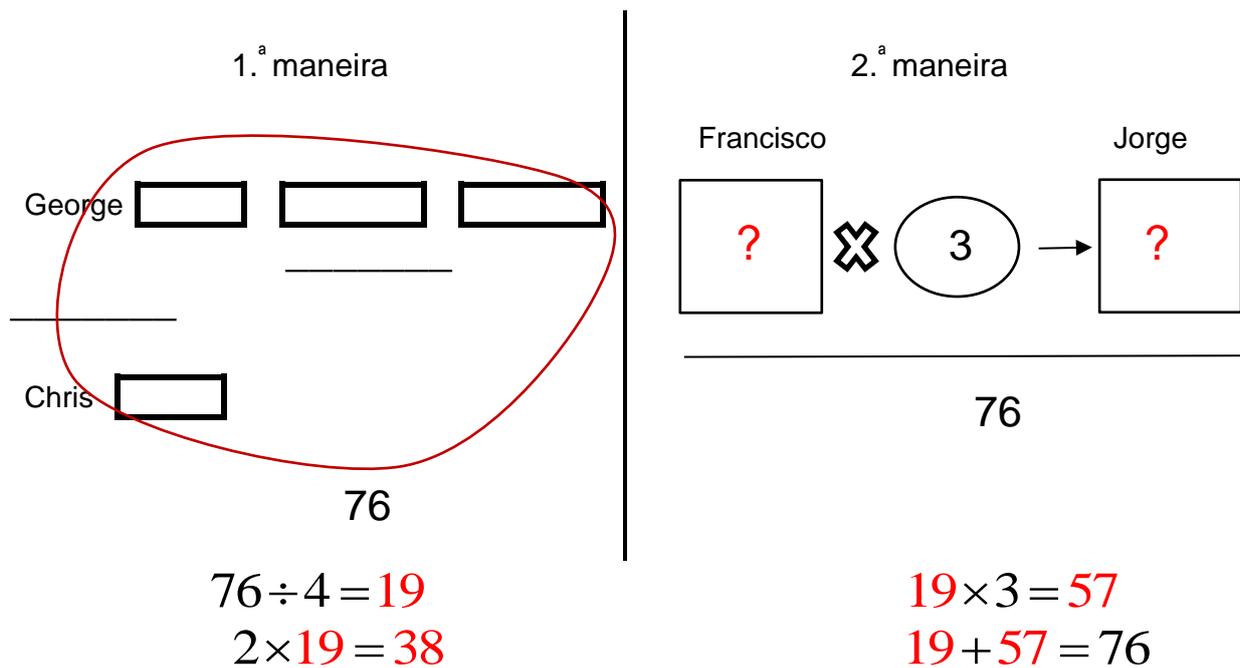


Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

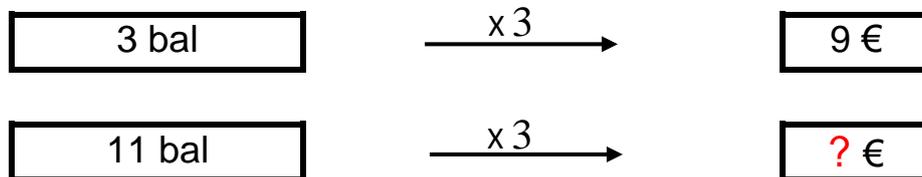
O Jorge e o Francisco têm, em conjunto, 76 euros. O Jorge tem o triplo da quantia que tem o Francisco.

Quantos euros tem o Francisco?

?



3 balões custam 9 euros. Quanto custam 11 balões?



$$11 \times 3 = 33$$

Por fim, o professor apresenta aos alunos um conjunto de problemas para que possam, individualmente, aplicar o método.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

#### 4. Referências

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [2] Workshop com o Dr. Giannis Karagianakis no Congresso Internacional de Dificuldades de aprendizagem na Matemática, em Lisbon, 7,8/02/2020
- [3] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- [4] Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in education*, 5(1), 7-74.
- [5] Wiliam, D. (1999). Formative assessment in mathematics Part 2: feedback. *Equals: Mathematics and Special Educational Needs*, 5(3), 8-11
- [6] European Project FasMed (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>)
- [7] Universal design for learning (UDL) principles (<http://udlguidelines.cast.org/>)



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.