



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

FERRAMENTA DE INTERVENÇÃO

Apoio à memória para lembrar regras de sinais na multiplicação de números inteiros

Universidade de Genova¹

1. Introdução

De forma a desenvolver atividades educativas orientadas para o apoio à memória na aritmética, referimo-nos a alguns referenciais teóricos que serão descritos na secção 2.

Na secção 3, o design das atividades educativas é descrito. Em particular, se as atividades são dirigidas a um aluno ou à turma, o objetivo educacional das atividades, a área cognitiva e domínio matemático envolvidos e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2.

2. Quadro teórico de referência

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

1) **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornece opções para o Interesse no envolvimento : <ul style="list-style-type: none">• Otimizar a escolha individual e a autonomia• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade• Minimizar ameaças e distrações	Fornece opções para Percepção : <ul style="list-style-type: none">• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações• Oferecer alternativas para informações auditivas• Oferecer alternativas para informações visuais	Fornece opções para Ações Físicas : <ul style="list-style-type: none">• Variar o método de resposta e navegação• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio

¹ Emanuela De Negri, Elisabetta Robotti, Francesca Morselli, Paola Viterbori, Anna Siri, Laura Capelli





Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Construção	<p>Fornece opções para Esforço e Persistência:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aumentar a relevância das metas e objetivos • Variar exigências e recursos para otimizar o desafio • Promover a colaboração e o espírito de equipa • Aumentar o feedback orientado para o professor 	<p>Fornece opções para Linguagens e Símbolos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esclarecer vocabulário e símbolos • Esclarecer a sintaxe e a estrutura • Ajudar a descodificação de texto, notação matemática e símbolos • Promover a compreensão entre as diferentes linguagens • Ilustrar através de múltiplas representações 	<p>Fornece opções para Expressão e Comunicação:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Usar vários meios para comunicação • Usar várias ferramentas para construção e estruturação • Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho
Interiorização	<p>Fornece opções para Autorregulação:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação • Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações • Desenvolver a autoavaliação e a reflexão 	<p>Fornece opções para Compreensão:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ativar ou fornecer conhecimento prévio • Realçar padrões, características, grandes ideias e relações • Guiar o processamento e a visualização de informações • Maximizar a transmissão e generalização 	<p>Fornece opções para Funções Executivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Orientar o estabelecimento de metas adequadas • Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias • Facilitar a gestão de informações e de recursos • Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso
Meta	Alunos que são		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhededores	Estratégicos e Focados

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação². A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e concepção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos na receção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para as nossas análises, vamo-nos concentrar em particular nas diretrizes específicas dos três Princípios.

Para caracterizar as dificuldades dos alunos em geometria, referimo-nos aos seguintes elementos do

¹ Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

referencial de Karagiannakis e colegas (Tabela 1), que trataram da Memória na recuperação de factos geométricos e processamento geométrico.

Tabela 1: Quadro de Karagiannakis e colegas: domínios do modelo de quatro vertentes e conjuntos de competências matemáticas associadas a cada domínio

Domínio	Competências matemáticas associadas ao domínio
Números e Cálculo	Estimar com precisão um pequeno número de objetos (até 4), estimar quantidades aproximadas; localizar números na reta numérica; trabalhar com símbolos arábicos; converter um número de uma representação para outra (analógico-arábico-verbal), usar princípios de contagem.
Memória (recuperação e processamento)	Relembrar factos numéricos; descodificar terminologia (numerador, denominador, isósceles, equilátero); recordar teoremas e fórmulas; realizar cálculos mentais com fluência; recordar procedimentos e acompanhar as etapas necessárias à resolução de problemas.
Raciocínio	Compreender conceitos matemáticos, ideias e relações; compreender etapas múltiplas em procedimentos / algoritmos complexos; compreender os princípios lógicos básicos (condicionalidade - "se ... então" - comutatividade, inversão); compreender a estrutura semântica dos problemas; tomar decisões (estratégicas); fazer generalizações.
Visuo-Espacial	Interpretar e usar a organização espacial de representações de objetos matemáticos (por exemplo, números em notação decimal, expoentes, figuras 2D e 3D geométricas e rotações); representar números na reta numérica; distinguir números arábicos e símbolos matemáticos; realizar cálculos respeitando a prioridade das operações; interpretar gráficos e tabelas.

3. Descrição

3.1 Dificuldades identificadas através do questionário B2

Detetámos dificuldades no seguinte item de B2:

$$\begin{aligned}(-2) \times (-3) &= \dots \\ (-12) \times (23) &= \dots\end{aligned}$$

As dificuldades estão relacionadas com a recuperação da memória de regras de sinais na multiplicação de números relativos.

3.2 Área cognitiva e domínio matemático envolvidos

A área de dificuldades identificada através do questionário B2 está relacionada com o domínio da Aritmética. A Memória é a área cognitiva envolvida.

Na Tabela 1 está a identificação das dificuldades em relação ao domínio matemático e à área cognitiva.

Tabela 1: As dificuldades detetadas estão ligadas à área cognitiva da Memória e ao domínio da Aritmética

	Aritmética	Geometria	Álgebra
Memória	$(-2) \times (-3) = \dots$ $(-12) \times (23) = \dots$		
Raciocínio			
Visuo-espacial			



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

3.3 Objetivos Educativos

A ferramenta de intervenção tem como objetivo visualizar a operação multiplicação entre números relativos, através de um modelo geométrico dinâmico disponível no AINuSet. Promove a compreensão das regras dos sinais.

3.4 Destinatários

A ferramenta de Intervenção é uma atividade educativa que pode ser realizada com todos os alunos da turma.

3.5 Atividades educativas: a ferramenta de intervenção

Ao introduzir a operação multiplicação entre números relativos, existe a necessidade de um modelo que possa apoiar a compreensão das regras dos sinais nesta operação.

Para isso, consideramos o ambiente de Linha Algébrica do software AINuSet.

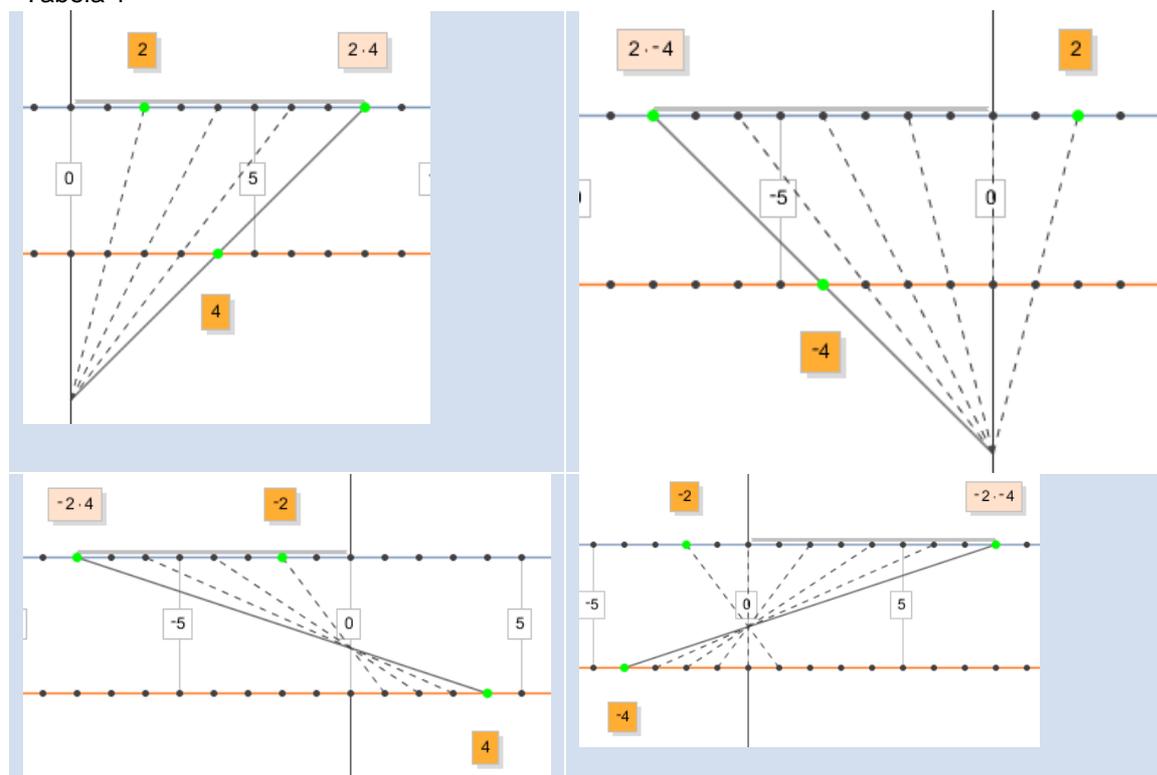
Em particular, usamos o modelo geométrico de multiplicação, disponível neste ambiente.

Notamos que os números com sinal oposto podem ser representados por linhas desenhadas na direção oposta em relação a 0 (por exemplo, quantidade 2 e quantidade -2).

O modelo geométrico permite multiplicar uma quantidade (por exemplo, a quantidade 2 ou -2, como na figura) de acordo com valores com sinal oposto (+4 ou -4) transportando essa quantidade em relação a esses valores na linha reta.

Na Tabela 1 estão quatro exemplos referentes aos quatro casos de multiplicação neste conjunto numérico.

Tabela 1



Na primeira imagem, o modelo foi utilizado para calcular 2×4 . A quantidade 2 é multiplicada por 4, ou seja, reportada de acordo com o valor 4 (4 vezes) na linha reta. O resultado é claramente positivo. Na segunda imagem, o modelo foi usado para calcular $2 \times (-4)$. A quantidade 2 é multiplicada por -4, ou seja, é representada de acordo com o valor -4 da linha reta. O resultado é claramente negativo.

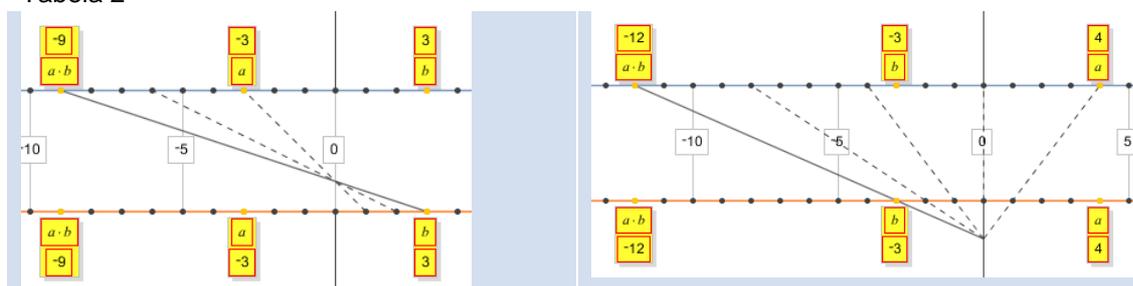
Na terceira imagem, o modelo foi utilizado para calcular -2×4 . A quantidade algébrica -2 é multiplicada por 4 , ou seja, é reportada de acordo com o valor 4 da reta. O resultado é claramente negativo.

Na quarta imagem usamos o modelo para calcular $-2 \times (-4)$. A quantidade algébrica -2 é multiplicada por -4 , ou seja, é relatada de acordo com o valor -4 da linha reta. O resultado é claramente positivo.

Um pensamento sobre o funcionamento das regras de multiplicação também pode ser realizado de outra forma, inserindo na linha algébrica os pontos variáveis a e b e seu produto $a \times b$, visualizando a construção geométrica desta operação e movendo os pontos a e b ao longo da linha reta.

Na tabela 2 a seguir pode-se visualizar o que foi relatado.

Tabela 2



Se o modelo for usado para visualizar a operação divisão, é fácil perceber que esta operação não está fechada no conjunto de inteiros relativos. Na verdade, o resultado da operação é representado em linha reta apenas se o dividendo for um múltiplo do divisor.

Quanto ao sinal do resultado da divisão, o uso do modelo permite entender que segue as mesmas regras da multiplicação.

Pode encontrar atividades mais detalhadas aqui:

<http://www.alnuset.com/en/home>

3.6. Discussão através das diretrizes UDL sobre as atividades mencionadas acima

Na tabela, a vermelho aparecem os nossos comentários para ilustrar a ligação entre os princípios da UDL e as nossas atividades.

Tabela 3: Análise das atividades através da Tabela de princípios UDL.

Compromisso	Representação	Ação & Expressão
-------------	---------------	------------------



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

<p>Recrutamento de interesse</p> <p>Otimiza a escolha individual e a autonomia</p> <p>Minimiza ameaças e distrações</p>	<p>Percepção</p> <p>Fornece maneiras de personalizar a exibição de informações</p> <p>Oferece alternativas para ouvir informações</p> <p>Oferece alternativas para informações visuais</p> <p>Diferentes registos através dos quais as informações são exibidas (visual não verbal; vrbal; simbólico)</p>	<p>Ação física</p> <p>Vários métodos de resposta e navegação</p> <p>Otimiza o acesso a ferramentas e tecnologias</p> <p>AINuSet permite aos alunos ação física sobre os objetos algébricos e dá-lhes feedbacks apropriados sobre a sua ação</p>
<p>Sustentação do esforço, Persistência</p> <p>Aumenta a relevância das metas e objetivos</p> <p>Varia as demandas e recursos para otimizar o desafio</p> <p>Promove a colaboração e a comunidade</p> <p>Aumente o feedback orientado para o domínio</p> <p>Feedbacks de interesse e motivação de suporte de software com relação à elaboração da solução da tarefa</p>	<p>Linguagem & Símbolos</p> <p>Esclarece o vocabulário e os símbolos</p> <p>Esclareça a sintaxe e a estrutura</p> <p>Oferecer linguagem e símbolos alternativos para decodificar informações e trabalhar com as informações</p> <p><i>Isso é promovido pelo uso de diferentes registos de representação: figurativo não verbal no desenho, dinâmico, cores</i></p> <p>Suporta decodificação de texto, notação matemática e símbolos</p> <p>Promove a compreensão em vários idiomas</p> <p>Ilustrar através de múltiplas medias</p> <p><i>Isso é promovido pelo uso de software algébrico dinâmico como o AINuSet.</i></p> <p>Suporta decodificação de texto, notação matemática e símbolos</p> <p><i>Isso é promovido pela visualização de resultados de computação por desenho dinâmico realizado por AINuSet</i></p>	<p>Expressão comunicação</p> <p>Usa vários meios de comunicação</p> <p>Usa várias ferramentas para construção e composição</p> <p>Desenvolve fluências com níveis de suporte qualificados para prática e desempenho</p> <p>Usa diferentes registos para se comunicar</p>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project Number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Auto Regulação	Compreensão	Funções Executivas
<p>Promove expectativas e crenças que otimizam a motivação</p> <p>Facilita as habilidades e estratégias pessoais de reflexão</p> <p>Desenvolve autoavaliação e reflexão</p> <p><i>As estratégias de avaliação formativa, conforme discutidas na seção 2, podem ajudar na autoavaliação e na reflexão. Mais especificamente, o professor pode fornecer diferentes tipos de feedback</i></p>	<p>Ativa ou fornecer conhecimento prévio</p> <p>Destaque padrões, recursos críticos, grandes ideias e relacionamentos (ponto de verificação 3.2)</p> <p>Guia de processamento e visualização de informações</p> <p>Maximize a transferência e generalização</p> <p><i>Para apoiar a generalização, as tarefas sugerem visualizar desenhos no AINuSet. Na verdade, a função de arrastar de AINuSet permite aos alunos identificar invariantes nas regras de sinais e memorizá-los</i></p> <p>Percepção, linguagem e símbolos, compreensão (Construir conhecimento utilizável, conhecimento que é acessível para futuras tomadas de decisão, depende não meramente de perceber informações, mas de "habilidades de processamento de informações" ativas)</p>	<p><i>Orientar o estabelecimento de metas adequadas</i></p> <p><i>A visualização dinâmica de elementos invariáveis nas regras dos operadores permite ao aluno gerir as funções executivas: memória de apoio que ele / ela podem focar para as razões da regra. Apoio ao planeamento e desenvolvimento de estratégia</i></p> <p><i>Facilita a gestão de informações e recursos</i></p>

4. Referências

- [1] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. Australian J. of Learning Difficulties, 21(2), 115–141.
- [2] UDL Principles: <http://udlguidelines.cast.org/>
- [3] AINuSet: www.alnuset.com



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.