



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## FERRAMENTA DE INTERVENÇÃO

### Funções

#### 1. Introdução

A ferramenta de intervenção foi concebida para abordar dificuldades específicas relacionadas com o domínio matemático da álgebra e a área cognitiva do raciocínio. Através do instrumento de intervenção, que é concebido para toda a turma, os alunos podem refletir sobre a expressão em função de uma variável e sobre a ligação entre a expressão algébrica e o gráfico.

A ferramenta de intervenção explora um recurso existente, disponível na internet: <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/566b31734e38e1e21a10aac8>

O recurso é desenvolvido através do software de geometria dinâmica Desmos e está inserido na seção "Atividades em sala de aula". O recurso contém atividades para o aluno, bem como um guia para o professor.

#### 2. Enquadramento teórico de referência

Relembramos aqui o quadro de Karagiannakis e colegas (Tabela 1), que ajuda a caracterizar as dificuldades dos alunos em matemática.

Tabela 1: Quadro de Karagiannakis e colegas: domínios do modelo de quatro vertentes e conjuntos de competências matemáticas associadas a cada domínio

| Domínio                               | Competências matemáticas associadas ao domínio   |
|---------------------------------------|--|
| Números e Cálculo                     | Estimar com precisão um pequeno número de objetos (até 4), estimar quantidades aproximadas; localizar números na reta numérica; trabalhar com símbolos arábicos; converter um número de uma representação para outra (analógico-arábico-verbal), usar princípios de contagem.  |
| Memória (recuperação e processamento) | Relembrar factos numéricos; descodificar terminologia (numerador, denominador, isósceles, equilátero); recordar teoremas e fórmulas; realizar cálculos mentais com fluência; recordar procedimentos e acompanhar as etapas necessárias à resolução de problemas.   |
| Raciocínio                            | Compreender conceitos matemáticos, ideias e relações; compreender etapas múltiplas em procedimentos / algoritmos complexos; compreender os princípios lógicos básicos (condicionalidade - "se ... então" - comutatividade, inversão); compreender a estrutura semântica dos problemas; tomar decisões (estratégicas); fazer generalizações.                          |
| Visuo-Espacial                        | Interpretar e usar a organização espacial de representações de objetos matemáticos (por exemplo, números em notação decimal, expoentes, figuras 2D e 3D geométricas e rotações); representar números na reta numérica; distinguir números arábicos e símbolos matemáticos; realizar cálculos respeitando a prioridade das operações; interpretar gráficos e tabelas. |

Relembramos também que, ao construirmos o questionário B2, escolhemos questões que estavam relacionadas às áreas cognitivas bem como a três domínios matemáticos: aritmética, geometria, álgebra (o número não está relacionado a todas as áreas cognitivas). Como resultado, propusemos questões que estavam localizadas em algumas células da seguinte tabela (Tabela 2):

Tabela 2: Relação dupla entre áreas cognitivas (memória, raciocínio e visuoespacial) e domínios matemáticos (aritmética, geometria, álgebra).

|                | Aritmética | Geometria | Álgebra |
|----------------|------------|-----------|---------|
| Memória        |            |           |         |
| Raciocínio     |            |           |         |
| Visuo-espacial |            |           |         |



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Apresentamos também referências teóricas adicionais que nos ajudaram a conceber as ferramentas de intervenção.

Em primeiro lugar, referimo-nos aos **Princípios da UDL** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>), que estão organizados na tabela seguinte.

Tabela 3: Orientações da UDL

|                | Fornecer vários meios de <b>ENVOLVIMENTO</b>  | Fornecer vários meios de <b>REPRESENTAÇÃO</b>   | Fornecer vários meios de <b>AÇÃO e EXPRESSÃO</b>   |
|----------------|---|---|--|
|                | Redes afetivas<br>o “PORQUÊ” da aprendizagem  | Redes de reconhecimento<br>O “O QUÊ” da aprendizagem  | Redes estratégicas<br>O “COMO” da aprendizagem   |
| Adesão         | Fornecer opções para o <b>Interesse no envolvimento</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Otimizar a escolha individual e a autonomia</li> <li>• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade</li> <li>• Minimizar ameaças e distrações</li> </ul>   | Fornecer opções para <b>Percepção</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações</li> <li>• Oferecer alternativas para informações auditivas</li> <li>• Oferecer alternativas para informações visuais</li> </ul>  | Fornecer opções para <b>Ações Físicas</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variar o método de resposta e navegação</li> <li>• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio</li> </ul>  |
| Construção     | Fornecer opções para <b>Esforço e Persistência</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aumentar a relevância das metas e objetivos</li> <li>• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio</li> <li>• Promover a colaboração e o espírito de equipa</li> <li>• Aumentar o feedback orientado para o professor</li> </ul> | Fornecer opções para <b>Linguagens e Símbolos</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Esclarecer vocabulário e símbolos</li> <li>• Esclarecer a sintaxe e a estrutura</li> <li>• Ajudar a descodificação de texto, notação matemática e símbolos</li> <li>• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens</li> <li>• Ilustrar através de múltiplas representações</li> </ul> | Fornecer opções para <b>Expressão e Comunicação</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar vários meios para comunicação</li> <li>• Usar várias ferramentas para construção e estruturação</li> <li>• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho</li> </ul>                                    |
| Interiorização | Fornecer opções para <b>Autorregulação</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação</li> <li>• Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações</li> <li>• Desenvolver a autoavaliação e a reflexão</li> </ul>  | Fornecer opções para <b>Compreensão</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ativar ou fornecer conhecimento prévio</li> <li>• Realçar padrões, características, grandes ideias e relações</li> <li>• Guiar o processamento e a visualização de informações</li> <li>• Maximizar a transmissão e generalização</li> </ul>   | Fornecer opções para <b>Funções Executivas</b> : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientar o estabelecimento de metas adequadas</li> <li>• Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias</li> <li>• Facilitar a gestão de informações e de recursos</li> <li>• Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso</li> </ul> |
| Meta           | Alunos que são ....   |   |  |
|                | Determinados & Motivados  | Perspicazes & Conhecedores  | Estratégicos e Focados   |

O “Center for Applied Special Technology (CAST)” desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educacional na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Pontos de verificação<sup>1</sup>. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]”

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e concepção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos na recepção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Além disso, referimo-nos à experiência do Projeto Europeu FasMed, que incidiu na avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou seus colegas para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que provavelmente serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram evidenciadas" (Black & William, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de William e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e compartilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que mova os alunos para a frente; (d) ativar os alunos como recursos instrucionais uns para os outros; (e) ativar os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

|           | Para onde o aluno se está a direcionar                                       | Onde o aluno está agora  | Como chegar lá                                       |
|-----------|--|--|--|
| Professor | 1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso     | 2. Planejar discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno | 3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir |
| Colega    | Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso | 4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros  |  |
| Aluno     | Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso       | 5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem  |  |

<sup>1</sup> Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

As atividades do FaSMEd são organizadas em sequências, que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orquestração do professor. Levando em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de planilhas para a atividade em sala de aula:

“(1) *questionário de problemas: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância )*;

(2) *questionário de auxílio, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades com os formulários de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras)*;

(3) *questionário de votação: fichas de trabalho solicitando uma votação entre as opções propostas*”.

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.

Tabela 5:

|                        |   |
|------------------------|---|
| Repetição              | Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.  |
| Reformulação           | A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula. |
| Reformulação com apoio | Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.  |
| Recomeço               | Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.  |
| Destaque               | O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.  |

### 3. Descrição

#### 3.1 Dificuldades identificadas através do questionário B2

O instrumento de intervenção visa abordar dificuldades específicas que foram delineadas através do Questionário B2, nomeadamente dificuldades em referir o significado da variável e a expressão em função de uma variável (ver itens Q2A12 e Q2A13).



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### 3.2 Área cognitiva e domínio matemático envolvidos

As dificuldades relativas ao significado da variável e da expressão dependendo de uma variável estão ligadas ao domínio matemático da álgebra e à área cognitiva do raciocínio.

### 3.3 Objetivos Educativos

Através da ferramenta de intervenção, os alunos são ajudados a compreender o significado de variável e de expressão em função dessa variável.

Os alunos são convidados a trabalhar na equação de uma função linear para atingir objetivos específicos. Os alunos trabalham tanto na representação algébrica como na representação gráfica da função linear: podem fazer hipóteses sobre a fórmula e verificá-las no gráfico, ou imaginar a solução gráfica e modificar a equação algébrica para chegar ao gráfico pretendido. Os alunos também são explicitamente solicitados a apresentar hipóteses antes de modificar a fórmula.

Nesta ferramenta de intervenção colocamos em ação as diretrizes específicas da UDL.

As diretrizes do Princípio 1 (fornecem vários meios de representação), sugerem propor diferentes opções para a percepção e oferecer suporte para a descodificação de notação matemática e símbolos.

As diretrizes do Princípio 2 (fornecer vários meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação para apoiar o planeamento e o desenvolvimento de estratégias. Ambos os tipos de diretrizes são seguidos no facto de que os alunos recebem vários meios de representação (fórmulas algébricas, gráficos) e podem agir dinamicamente sobre eles (diretamente na fórmula algébrica, indiretamente no gráfico, modificando a fórmula).

As diretrizes do Princípio 3 mostram como certas atividades podem atrair o interesse dos alunos, otimizando a escolha individual e a autonomia, e minimizando ameaças e distrações. Os alunos estão envolvidos num jogo que é motivador. Os alunos são incentivados a traçar hipóteses e refletir sobre as suas escolhas. Como a atividade é composta por uma série de tarefas, com dificuldade crescente, os alunos são ajudados a tornarem-se fluentes.

Ao nível da avaliação formativa, os alunos podem trabalhar individualmente ou em pequenos grupos e, após cada item ou no final da atividade, o professor pode promover uma discussão em aula (estratégia de avaliação formativa 2). Os alunos discutem as suas estratégias e dificuldades (estratégias 4 e 5). O professor pode monitorizar o progresso dos alunos ao longo do jogo, dando feedback e avisos (estratégia 3).

### 3.4 Destinatários

O instrumento de intervenção é dirigido a toda a turma. Os alunos podem trabalhar individualmente ou em pequenos grupos.

### 3.5 Atividades educativas: a ferramenta de intervenção

A ferramenta de intervenção explora um recurso existente, disponível na internet: <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/566b31734e38e1e21a10aac8>

O recurso é desenvolvido através do software de geometria dinâmica Desmos e está inserido na seção “Atividades em sala de aula”.

Os alunos são solicitados a preencher os 24 itens da atividade. Em cada item, eles visualizaram no ecrã uma janela algébrica e outra geométrica. Os alunos devem modificar a representação algébrica da função de forma a obter uma reta que oriente os “berlindes” a passarem pelas estrelas. Os alunos podem testar as suas ideias lançando os berlindes e ter a oportunidade de retificar antes de tentar o próximo desafio.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

STUDENT SCREEN PREVIEW 2 of 24 Next

### Fix It #1

1 " Change one number in the row below to fix the Marbleslide. X

2  $y = \frac{1}{2}x + 1$  X

3

Teacher Moves | Sample Responses

Encourage students to change one number at a time, and then change it back before changing other numbers, in order to better understand the effect of that number. X

Use responses made in the teacher dashboard to check student progress. Offer individual support where needed, or lead a brief whole-class discussion if enough students are struggling.

A atividade contém também atividades de previsão, que são seguidas por uma etapa de verificação.

STUDENT SCREEN PREVIEW 7 of 24 Next

### Predict #1

If we changed the  $-0.14$  to a  $2$  in the equation, what would happen to the graph?

Share with Class

$y = -.14x + 3 \{x < 2\}$

Teacher Moves | Sample Responses

Emphasize the range of student responses on this screen. It's okay—even desirable—to lack consensus at this stage. Ask students to justify and question their classmates' hypotheses. We will test them on the next screen. X



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

STUDENT SCREEN PREVIEW

8 of 24 Next

Verify #1

1 Change the equation below to see if your prediction from the last screen was correct.

2  $y = -0.14x + 3 \{x < 2\}$

3 If we changed the  $-0.14$  to a  $2$  in the equation, what would happen to the graph?

4

powered by desmos

O recurso contém atividades para o aluno, bem como um guia para o professor. Sugere-se aos professores que “incentivem os alunos a alterar um número de cada vez e, em seguida, altere-o de volta antes de alterar outros números, de forma a compreender melhor o efeito desse número”. Sugere-se também que os professores ofereçam apoio individual quando necessário ou conduzam uma breve discussão com toda a turma se muitos alunos estiverem com dificuldades.

#### 4. Referências

References for the theoretical framework are already provided.

For resources, see: <https://teacher.desmos.com>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.