



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

FERRAMENTA DE INTERVENÇÃO

Compreender o significado dos termos matemáticos

1. Introdução

O objetivo da ferramenta de intervenção é compreender melhor a linguagem matemática através de uma série de atividades que incluem a interpretação de problemas e situações reais, recorrendo à utilização de uma aplicação interativa. Com o objetivo de desenvolver um conjunto de atividades educacionais destinadas a compreender o significado dos conceitos aritméticos e a melhorar a capacidade de raciocínio, fazemos referência a alguns referenciais teóricos que serão descritos na secção 2.

Na secção 3, é feita a descrição das atividades educacionais. Em particular, se as atividades são dirigidas a um único aluno ou à turma, o objetivo pedagógico das atividades, a área cognitiva e domínio matemático envolvido e os objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do questionário B2.

2. Quadro teórico de referência

As referências teóricas que nos ajudaram a delinear as atividades são:

1) **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o Interesse no envolvimento : <ul style="list-style-type: none">• Otimizar a escolha individual e a autonomia• Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade• Minimizar ameaças e distrações	Fornecer opções para Percepção : <ul style="list-style-type: none">• Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações• Oferecer alternativas para informações auditivas• Oferecer alternativas para informações visuais	Fornecer opções para Ações Físicas : <ul style="list-style-type: none">• Variar o método de resposta e navegação• Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio
Construção	Fornecer opções para Esforço e Persistência : <ul style="list-style-type: none">• Aumentar a relevância das metas e objetivos• Variar exigências e recursos para otimizar o desafio• Promover a colaboração e o espírito de equipa• Aumentar o feedback orientado para o professor	Fornecer opções para Idiomas e Símbolos : <ul style="list-style-type: none">• Esclarecer vocabulário e símbolos• Esclarecer a sintaxe e a estrutura• Ajudar a descodificação de texto, notação matemática e símbolos• Promover a compreensão entre as diferentes linguagens• Ilustrar através de múltiplas representações	Fornecer opções para Expressão e Comunicação : <ul style="list-style-type: none">• Usar vários meios para comunicação• Usar várias ferramentas para construção e estruturação• Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Interiorização	Fornece opções para Autorregulação: <ul style="list-style-type: none"> Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações Desenvolver a autoavaliação e a reflexão 	Fornece opções para Compreensão: <ul style="list-style-type: none"> Ativar ou fornecer conhecimento prévio Realçar padrões, características, grandes ideias e relações Guiar o processamento e a visualização de informações Maximizar a transmissão e generalização 	Fornece opções para Funções Executivas: <ul style="list-style-type: none"> Orientar o estabelecimento de metas adequadas Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias Facilitar a gestão de informações e de recursos Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso
Meta	Alunos que são		
	Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados

O Centro de Tecnologia Especial Aplicada (CAST) desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Design Universal para Aprendizagem (UDL), com o objetivo de focar na pesquisa, no desenvolvimento e na prática educacional e compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). O UDL inclui um conjunto de Princípios, articulados nas *Diretrizes e Pontos de Verificação*. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que “os alunos são altamente variáveis em sua resposta à instrução. [...]”

Assim, o UDL foca essas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e o projeto de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais:

- 1) Fornecer vários meios de representação
- 2) Fornecer vários meios de ação e expressão
- 3) fornecer vários meios de compromisso

Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos no recepção de certas informações e de “compreensão” das informações recebidas. No entanto, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações / ideias e sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do “afeto” e da “motivação”, também essenciais em qualquer atividade educacional.

Para esta ferramenta o foco será inicialmente na Representação incluindo as diretrizes Percepção e Compreensão. As diretrizes sugerem e propõem diferentes opções de percepção e oferecem suporte para a descodificação da percepção e compreensão. Em particular, eles propõem-se a oferecer maneiras de personalizar a exibição de informações. No que diz respeito à compreensão, as diretrizes atentam para ativar ou fornecer conhecimentos básicos, realçar padrões, características críticas, grandes ideias e relacionamentos, orientar o processamento e a visualização da informação e maximizar a transferência e generalização. Em particular em relação à maximização da transferência e generalização: “Todos os alunos precisam ser capazes de generalizar e transferir a sua aprendizagem para novos contextos. Os alunos variam na quantidade de andaimes de que precisam para memória e transferência, a fim de melhorar sua capacidade de acessar o aprendizado anterior”.

Então, em relação à Ação e Expressão esta ferramenta inclui também as orientações em “Variar os métodos de resposta e navegação”, é adequado o uso de itens artesanais.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Na secção 4, analisaremos exemplos de atividades, classificando-as tanto pelo tipo de aprendizagem matemática pelo qual foram elaboradas e quanto pela área cognitiva em que se apoiam. Mostraremos

como esses exemplos foram elaborados com base nos princípios do UDL, a fim de torná-los inclusivos e eficazes para superar as dificuldades matemáticas identificadas pelo questionário B2. A discussão na turma é incentivada para melhorar a compreensão do significado dos termos usados. Além disso, a divisão em pequenos grupos heterogêneos é utilizada para a elaboração de novos problemas, baseados em situações reais, que serão partilhados com o resto da turma. Isso é para encorajar uma melhor compreensão do que foi alcançado e para uma maior comparação entre pares. Em seguida, é necessária a elaboração de uma atividade pessoal em casa como forma de reflexão pessoal e metacognição do que foi aprendido, a qual será discutida em aula com a professora e os outros alunos. Isso encontra suporte no artigo de Di Martino sobre "Resolução de problemas e argumentação matemática", que afirma que "A resolução de problemas e a argumentação são capacidades essenciais na educação. A educação matemática na escola deve dar uma forte contribuição para o desenvolvimento dessas capacidades. A promoção da resolução matemática e da argumentação são partilhados de acordo com vários padrões internacionais." Além disso, Mayer declara que "Uma importante implicação didática do foco na metacognição é que as capacidades de resolução de problemas devem ser aprendidas no contexto de situações realistas de resolução de problemas"

3. Design

3.1 Dificuldades identificadas através do questionário B2

A ferramenta de intervenção é apresentada para dar resposta a uma dificuldade específica que foi detetada através do questionário.

Detetámos dificuldades nos seguintes itens de B2:

Q3Ar1. Resolva os seguintes problemas:

- A Isabel lavou 5 pares de meias. Quando foi tirá-los da máquina de lavar, faltava uma meia. Quantas meias a Isabel tirou da máquina de lavar?
- O Pedro tem 40 cartas. Se o Alexandre perder 10 cartas, ele terá tantas cartas quanto o Pedro. Quantos cartões o Alexandre tem?
- Uma família tem 3 filhos. Cada criança da família bebe 2 copos de leite todos os dias. Quantos copos de leite a família beberá durante 10 dias?
- Para fazer 4 bolsas de malha de algodão, são necessárias 6 bolas de algodão. Quantas bolas precisaria para fazer 20 bolsas?
- A Sara recebeu 24 euros de presente e a Marta recebeu 6 euros a menos. Quantos euros têm as duas meninas no total?

Q3Ar2. Represente em forma algébrica o seguinte jogo: "Pense num número, duplique-o, some 4, divida por 2 e subtraia o número que você pensou"

Se executar o jogo, obterá 2 como resultado: porquê?

A dificuldade está relacionada com o raciocínio matemático e a resolução de problemas relacionados com cálculo aritmético. Além disso, na segunda questão há uma dificuldade em traduzir alguns termos matemáticos como dobrar, somar, subtrair em expressões matemáticas e no uso de variáveis.

3.2 Área cognitiva e domínio matemático de interesse



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

A área de dificuldades identificadas por através do questionário B2 está relacionada com o domínio da Aritmética e o Raciocínio é a área cognitiva envolvida (Tabela 1).

Tabela 1: As dificuldades detetadas estão relacionadas com o domínio cognitivo do Raciocínio e com o domínio da Aritmética

	Aritmética	Geometria	Álgebra
Memória			
Raciocínio	<p>Q3Ar1. Resolva os problemas seguintes</p> <p>Q3Ar2. Represente em forma algébrica o seguinte jogo: "Pense em um número, duplique-o, some 4, divida por 2 e subtraia o número que você pensou" Se executar o jogo, obterá 2 como resultado: porquê?</p>		
Visuo-espacial			

3.3. Objetivos Educacionais

Os objetivos educacionais são melhorar a capacidade de raciocínio na área da aritmética. Na verdade, partindo de alguns exemplos simples da vida quotidiana em que são usados termos matemáticos, é possível analisar situações mais complexas em que várias ferramentas matemáticas são usadas, sendo possível generalizar a resolução de problemas aritméticos usando variáveis.

3.4. Destinatários

A ferramenta de intervenção pode ser dirigida a toda a turma, procurando uma discussão positiva por parte dos alunos. É possível imaginar que muitos casos diferentes poderiam surgir da discussão e algum novo interesse poderia ser desenvolvido nos alunos.

Na verdade, todos os dias usamos palavras como duplo, triplo e, mesmo sem querer, traduzimos essas palavras em números bem definidos.

3.5 Atividades Educacionais: a ferramenta de intervenção

Apresentamos aqui uma série de atividades educacionais destinadas à turma. O projeto de tais atividades depende do uso de princípios UDL para tornar as atividades inclusivas. Em particular, fornecemos vários meios de representação, que promovem o envolvimento dos alunos e a sua ação e expressão.

Trabalho do professor com a turma:

O professor interage com a turma construindo o significado de alguns termos e constrói uma tabela em diálogo com a turma na qual se especifica a operação matemática relativa ao termo utilizado:

por exemplo:

Termo usado	Operação Matemática	Exemplo
-------------	---------------------	---------



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

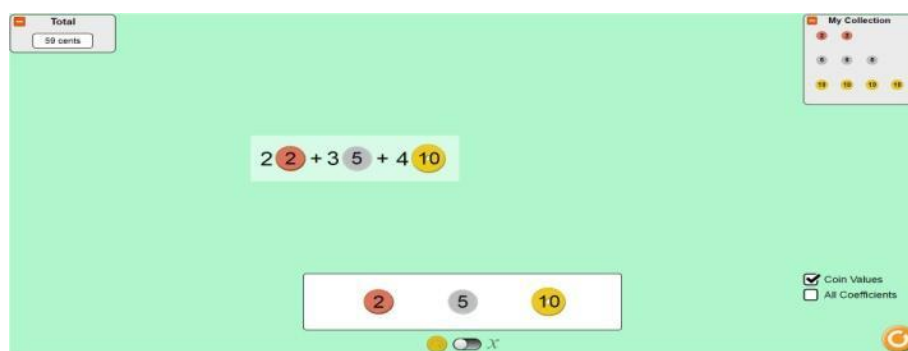
Dobro	multiplique o número por dois = $2 \cdot N$ $N = \text{número}$	dobro de 5 = $5 \cdot 2 = 10$
Triplo	multiplique o número por três $= 3 \cdot N$	triplo de 5 = $5 \cdot 3 = 15$
Metade	Divida o número por dois $= N : 2 = N / 2$	metade de 6 = $6 : 2 = 6 / 2 = 3$
Ao quadrado	Multiplique o número por si mesmo $= N \cdot N = N^2$	Quadrado de 5 = $5 \cdot 5 = 25$
Ao cubo	Multiplicar o número por si mesmo três vezes $= N \cdot N \cdot N = N^3$	Cubo de 5 = $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

O professor convida os alunos a adicionar mais termos e construir uma tabela mais completa. O professor apresenta situações em que os parênteses devem ser usados. Por exemplo: Multiplique um número pela soma do número com seu triplo e outros problemas. Nessa situação, o professor apresenta uma situação real, um problema simples, por exemplo: O Lucas tem € 200. Gasta metade na compra de livros e depois gasta um quarto do dinheiro restante na compra de CDs. Se o Lucas gastar mais 10 € numa pizza e numa bebida, quanto dinheiro lhe sobrará? Os alunos comentam juntos o significado das palavras e expressam-nas em linguagem matemática. O professor divide a turma em pequenos grupos pedindo que cada grupo formule pelo menos três problemas com exemplos de situações reais e os converta em linguagem matemática. De seguida, discute-se a problemática gerada pelos diversos grupos, partilhando os significados e discutindo os diversos casos, evidenciando as dificuldades encontradas. Finalmente, os problemas são transformados em expressões matemáticas.

Posteriormente, é atribuído um trabalho em que cada aluno deve pensar em pelo menos dois problemas de situações que se transformarão em expressões matemáticas. Esses problemas serão partilhados com a turma e comentados.

Construção de uma expressão através do uso de uma simulação interativa:

O professor pode usar simulações interativas Phet. Em particular, a aplicação Expression Exchange pode ser usada. Esta aplicação está dividida em quatro secções. Na secção de básico é possível construir expressões com moedas, alterando seu número e verificando seu valor.



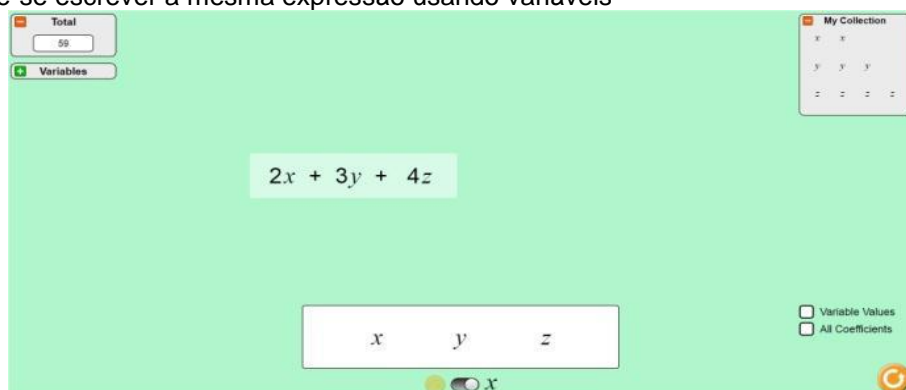
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



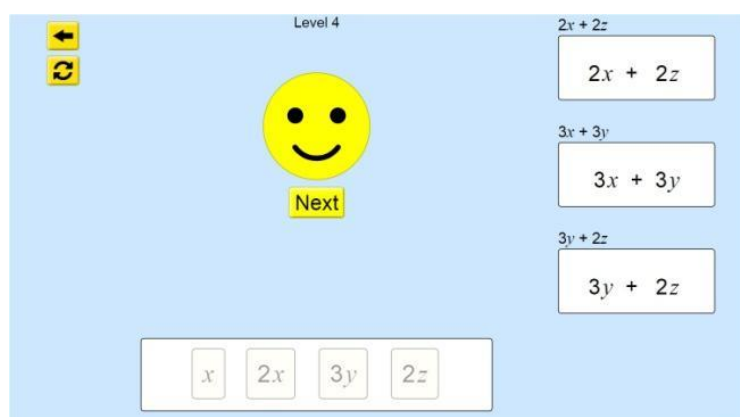
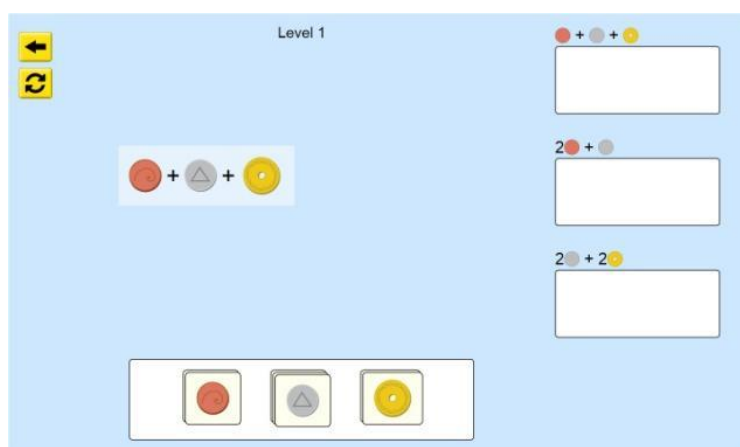
Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Depois pode-se escrever a mesma expressão usando variáveis



Desta forma é possível construir, através de uma aplicação interativa, objetos que refletem sobre o seu valor, este modo certamente tem uma utilidade maior para os alunos MLD, pois podem dar aos objetos um significado visual e uma melhor compreensão do significado das expressões.

Na secção do jogo existem vários níveis de dificuldade crescente em que é necessário reproduzir as expressões apresentadas, inicialmente utilizando as moedas e depois as variáveis. Além disso, é dada uma pontuação quando o exercício é bem executado, permitindo passar para o próximo nível.



4. Discussão através das orientações da UDL sobre as atividades mencionadas anteriormente



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Observamos que o mesmo objetivo educacional de construir o significado de “raciocínio” na Aritmética é abordado de maneiras diferentes, agindo de acordo com os três princípios da UDL (Tabela 7, a vermelho, comentários para ilustrar a conexão entre os princípios e nossas atividades).

Tabela 7.: Análise das atividades através da tabela dos princípios da UDL.

Compromisso	Representação	Ação & Expressão
Recrutamento de interesse	<p>Percepção</p> <p>Fornecer maneiras de personalizar a exibição de informações</p> <p>Oferece alternativas para ouvir informações</p> <p>Oferece alternativas para informações visuais</p> <p>Diferentes registros através dos quais as informações são exibidas (visual; visual-dinâmico; simbólico)</p>	<p>Ação física</p> <p>Vários métodos de resposta e navegação</p> <p>Otimize o acesso a ferramentas e tecnologias</p>
<p>Sustentação do esforço, Persistência</p> <p>Trabalho em grupo e aula discussão são funcionais com o objetivo de promover colaboração e comunidade.</p> <p>Durante a discussão na turma, o professor e os colegas podem fornecer orientação para o domínio comentários</p>	<p>Linguagem & Símbolos</p> <p>Esclarece o vocabulário e os símbolos</p> <p>Esclareça a sintaxe e a estrutura</p> <p>Oferecer linguagem e símbolos alternativos para decodificar informações e trabalhar com as informações</p> <p>Suporta decodificação de texto, notação matemática e símbolos</p> <p>Suporta decodificação de texto, notação matemática e símbolos</p> <p>Isso é promovido pelo uso de uma tabela que especifica os significados dos termos principais e as operações matemáticas relacionadas.</p>	<p>Expressão comunicação</p> <p>Trabalho em grupo e aula discussão pode ser eficiente no “fornecimento diversificado de mentores (ou seja, professores / tutores que usam diferente abordagens para motivar, guiar, dar feedback ou informar)”, “Oferecer diversos tipos de feedback (por exemplo, feedback que é acessível porque pode ser personalizado para individual</p>
<p>Auto Regulação</p> <p>Feedback do professor e dos colegas pode promover subsequente auto-regulação.</p>	<p>Compreensão</p> <p>Ativa ou fornecer conhecimento prévio</p> <p>Destaque padrões, recursos críticos, grandes ideias e relacionamentos (ponto de verificação 3.2)</p> <p>Guia de processamento e visualização de informações</p> <p>Maximize a transferência e generalização</p>	<p>Funções Executivas</p>



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

5. Referências

[1] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.

[2] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. *ZDM Mathematics Education*.

[3] Karagiannakis, G. N., Baccaglioni-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.

[4] Robotti E., Baccaglioni-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In *Innovation & Technology. Series Mathematics Education in the Digital Era*, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.

[5] Marcheschi, A. (2014). Un'indagine sulle difficoltà argomentative nell'Ambito Numeri degli studenti a livello di primo biennio della scuola superiore. Tesi di Laurea, Università degli studi di Pisa, Italia.

[6] Mayer R.E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49-63.

[7] Pietro Di Martino, Problem solving e argomentazione matematica, 2017 , 23 - 37.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.