



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Ferramenta de Intervenção

Demonstrações – Nível avançado

1. Introdução

A ferramenta de intervenção é concebida para lidar com dificuldades específicas relacionadas com o domínio matemático da geometria e com a área cognitiva do raciocínio. Através desta ferramenta de intervenção, concebida para a turma, os alunos podem refletir sobre o processo de demonstração, com referência específica a etapas cruciais como a compreensão do texto, a identificação de hipóteses e teses, apresentando hipóteses sobre a figura, organizando a demonstração como uma sequência de afirmações relacionadas de forma lógica. Sugerimos a utilização da ferramenta de intervenção "Demonstrações – nível intermédio" antes de iniciar esta. A ferramenta tem o mesmo objetivo educativo, com crescente dificuldade em relação à afirmação a ser demonstrada. A ferramenta consiste numa série de perguntas que o professor pode fazer aos alunos durante uma discussão na aula. As perguntas podem ser projetadas no quadro. Se os alunos tiverem à disposição tablets ou computadores com ligação à internet, as perguntas podem ser colocadas por meio de uma resposta interativa.

2. Quadro teórico de referência

Lembramos aqui a tabela de Karagiannakis e colegas (Tabela 1), que ajuda a caracterizar as dificuldades dos alunos em matemática.

Tabela 1: Tabela de Karagiannakis e colegas: domínios do modelo de quatro vertentes e conjuntos de competências matemáticas associadas a cada domínio

Domínio	Competências matemáticas associadas ao domínio
Números e Cálculo	Estimar com precisão um pequeno número de objetos (até 4), estimar quantidades aproximadas; localizar números na reta numérica; trabalhar com símbolos arábicos; converter um número de uma representação para outra (analógico-arábico-verbal), usar princípios de contagem.
Memória (recuperação e processamento)	Relembrar factos numéricos; descodificar terminologia (numerador, denominador, isósceles, equilátero); recordar teoremas e fórmulas; realizar cálculos mentais com fluência; recordar procedimentos e acompanhar as etapas necessárias à resolução de problemas.
Raciocínio	Compreender conceitos matemáticos, ideias e relações; compreender etapas múltiplas em procedimentos / algoritmos complexos; compreender os princípios lógicos básicos (condicionalidade - "se ... então" - comutatividade, inversão); compreender a estrutura semântica dos problemas; tomar decisões (estratégicas); fazer generalizações.
Visuo-Espacial	Interpretar e usar a organização espacial de representações de objetos matemáticos (por exemplo, números em notação decimal, expoentes, figuras 2D e 3D geométricas e rotações); representar números na reta numérica; distinguir números arábicos e símbolos matemáticos; realizar cálculos respeitando a prioridade das operações; interpretar gráficos e tabelas.

Lembramos também que, ao construir o questionário B2, escolhemos questões que estavam relacionadas com as áreas cognitivas, bem como com os três domínios matemáticos: aritmética, geometria, álgebra (os números não estão relacionados com todas as áreas cognitivas). Como resultado, propusemos perguntas que estavam localizadas em algumas células da tabela seguinte (tabela 2):



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Tabela 2: Dupla relação entre áreas cognitivas (memória, raciocínio e visuo-espacial) e domínios matemáticos (aritmética, geometria, álgebra).

	Aritmética	Geometria	Álgebra
Memória			
Raciocínio			
Visuo-espacial			

Apresentamos ainda referências teóricas adicionais que nos ajudaram a construir as ferramentas de intervenção. Em primeiro lugar, referimo-nos aos **Princípios do Universal Design for Learning (UDL)** (Tabela 3), uma estrutura concebida especificamente para projetar atividades educacionais inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)

Tabela 3: Orientações da UDL

	Fornecer vários meios de ENVOLVIMENTO	Fornecer vários meios de REPRESENTAÇÃO	Fornecer vários meios de AÇÃO e EXPRESSÃO
	Redes afetivas o "PORQUÊ" da aprendizagem	Redes de reconhecimento O "O QUÊ" da aprendizagem	Redes estratégicas O "COMO" da aprendizagem
Adesão	Fornecer opções para o Interesse no envolvimento : <ul style="list-style-type: none"> • Otimizar a escolha individual e a autonomia • Otimizar a relevância, o valor e a autenticidade • Minimizar ameaças e distrações 	Fornecer opções para Percepção : <ul style="list-style-type: none"> • Oferecer uma forma de personalizar a exibição de informações • Oferecer alternativas para informações auditivas • Oferecer alternativas para informações visuais 	Fornecer opções para Ações Físicas : <ul style="list-style-type: none"> • Variar o método de resposta e navegação • Otimizar o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio
Construção	Fornecer opções para Esforço e Persistência : <ul style="list-style-type: none"> • Aumentar a relevância das metas e objetivos • Variar exigências e recursos para otimizar o desafio • Promover a colaboração e o espírito de equipa • Aumentar o feedback orientado para o professor 	Fornecer opções para Linguagens e Símbolos : <ul style="list-style-type: none"> • Esclarecer vocabulário e símbolos • Esclarecer a sintaxe e a estrutura • Ajudar a descodificação de texto, notação matemática e símbolos • Promover a compreensão entre as diferentes linguagens • Ilustrar através de múltiplas representações 	Fornecer opções para Expressão e Comunicação : <ul style="list-style-type: none"> • Usar vários meios para comunicação • Usar várias ferramentas para construção e estruturação • Construir fluências com níveis graduados de suporte para prática e desempenho
Interiorização	Fornecer opções para Autorregulação : <ul style="list-style-type: none"> • Promover expectativas e crenças que otimizam a motivação • Facilitar habilidades e estratégias pessoais de enfrentar situações • Desenvolver a autoavaliação e a reflexão 	Fornecer opções para Compreensão : <ul style="list-style-type: none"> • Ativar ou fornecer conhecimento prévio • Realçar padrões, características, grandes ideias e relações • Guiar o processamento e a visualização de informações • Maximizar a transmissão e generalização 	Fornecer opções para Funções Executivas : <ul style="list-style-type: none"> • Orientar o estabelecimento de metas adequadas • Apoiar o planeamento e desenvolvimento de estratégias • Facilitar a gestão de informações e de recursos • Aumentar a capacidade de monitorizar o progresso
M	Alunos que são		



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Determinados & Motivados	Perspicazes & Conhecedores	Estratégicos e Focados
--------------------------	----------------------------	------------------------

O "Center for Applied Special Technology (CAST)" desenvolveu uma estrutura abrangente em torno do conceito de Universal Design for Learning (UDL), com o objetivo de focar a pesquisa, o desenvolvimento e a prática educativa na compreensão da diversidade e na facilitação da aprendizagem (Edyburn, 2005). A UDL inclui um conjunto de princípios, articulados em Diretrizes e Pontos de verificação¹. A pesquisa que fundamenta a estrutura da UDL é que "os alunos são altamente variáveis na sua resposta à instrução. [...]"

Assim, a UDL foca-se nessas diferenças individuais como um elemento importante para a compreensão e conceção de uma instrução eficaz para a aprendizagem.

Para atingir este objetivo, a UDL apresenta três princípios fundamentais: 1) fornecer vários meios de representação, 2) fornecer vários meios de ação e expressão, 3) fornecer vários meios de envolvimento. Em particular, as diretrizes do primeiro princípio têm a ver com os meios de percepção envolvidos na receção de certas informações e de "compreensão" das informações recebidas. Por sua vez, as diretrizes do segundo princípio levam em consideração a elaboração de informações/ ideias e a sua expressão. Por fim, as diretrizes do terceiro princípio tratam do domínio do "afeto" e da "motivação", também essenciais em qualquer atividade educacional.

Referimo-nos ainda ao Projeto Europeu **FasMed**, que incidiu sobre a avaliação formativa em matemática e ciências, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino onde "as evidências sobre o desempenho do aluno são obtidas, interpretadas e usadas por professores, alunos ou colegas, para tomar decisões sobre as próximas etapas na instrução que, provavelmente, serão melhores, ou melhor fundamentadas, do que as decisões que teriam tomado na ausência das evidências que foram detetadas" (Black & Wiliam, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd refere-se ao estudo de Wiliam e Thompson (2007), que identifica cinco estratégias-chave para as práticas de AF no ambiente escolar: (a) esclarecer e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso; (b) desenvolver discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno; (c) fornecer feedback que ajude os alunos a progredir; (d) estimular os alunos como recursos de aprendizagem de uns para os outros; (e) estimular os alunos como donos de sua própria aprendizagem. O professor, os colegas do aluno e o próprio aluno são os agentes que ativam essas estratégias de AF.

Tabela 4: Estratégias de avaliação formativa

	Para onde o aluno se está a direcionar	Onde o aluno está agora	Como chegar lá
Professor	1. Esclarecer as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	2. Planear discussões eficazes em sala de aula e outras tarefas de aprendizagem que evidenciem a compreensão do aluno	3. Fornecer feedback que ajude os alunos a progredir
Colega	Compreender e partilhar intenções de aprendizagem e critérios para o sucesso	4. Estimular os alunos como recursos de aprendizagens de uns para os outros	

¹ Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de verificação e uma descrição mais extensa das atividades do CAST, visite <http://www.udlcenter.org>





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Aluno	Compreender as intenções de aprendizagem e os critérios para o sucesso	5. Estimular os alunos como donos da sua própria aprendizagem
-------	--	---

As atividades do FaSMEd são organizadas em sequências que englobam trabalhos de grupo em fichas de trabalho e discussão em aula, onde os trabalhos de grupo selecionados são discutidos por toda a turma, sob a orientação do professor. Tendo em consideração as estratégias de avaliação formativa e as funcionalidades da tecnologia, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas para desenvolver em sala de aula:

“(1) *fichas de problemas*: fichas de trabalho que apresentam um problema e fazem uma ou mais perguntas envolvendo a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (por exemplo, interpretando um gráfico de tempo-distância);

(2) *fichas de auxílio*, destinadas a apoiar os alunos que enfrentam dificuldades nas fichas de problemas, fazendo sugestões específicas (por exemplo, questões norteadoras);

(3) *fichas de votação*, solicitando uma votação entre as opções propostas ”.

Os autores identificaram estratégias de feedback (Tabela 5) que o professor pode adotar para dar feedback aos alunos (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Essas estratégias são aplicadas na discussão em aula que é organizada pelo professor após o trabalho em grupo nas fichas.

Tabela 5:

Repetição	Quando o professor repete a intervenção de um aluno para chamar a atenção sobre a mesma. Frequentemente, durante a repetição, o professor enfatiza com a entoação de voz algumas palavras cruciais da frase. A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos.
Reformulação	A reformulação ocorre quando o professor reformula a intervenção de um aluno, com o duplo objetivo de chamar a atenção da turma e tornar a intervenção mais inteligível para todos. A reformulação é aplicada quando o professor sente que a intervenção poderia ser útil, mas precisa ser comunicada de uma forma melhor para se tornar um recurso para os outros. [...] As estratégias de repetição e reformulação [...] fazem de um aluno (o autor da intervenção) um recurso para a aula.
Reformulação com apoio	Quando o professor, além de reformular, adiciona alguns elementos para orientar o trabalho dos alunos.
Recomeço	Quando o professor reage à intervenção de um aluno, que considera interessante para a turma, não dando um feedback direto, mas colocando uma questão relacionada. Desta forma, ao relançar o assunto, o professor fornece um feedback implícito [...] sobre a intervenção do aluno, sugerindo que a questão é interessante e vale a pena ser aprofundada ou, inversamente, tem alguns pontos problemáticos e deve ser reformulada.
Destaque	O destaque ocorre quando o professor chama a atenção para duas ou mais intervenções, representando duas posições distintas, de modo a promover uma comparação. Em contraposição, [...] os autores das duas posições podem ser recursos para a turma e também responsáveis pela sua aprendizagem.

Além disso, refere-se à literatura de pesquisa sobre a abordagem da prova no ensino médio. Balacheff (1982) ressalta que o ensino de demonstrações e teoremas deve ter o duplo objetivo de



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

fazer com que os alunos entendam o que é uma demonstração e aprendam a fazê-la. É importante que os alunos entendam a necessidade da demonstração, caso contrário o risco é que eles sintam a demonstração como um discurso destinado a mostrar ao professor que o aluno possui um determinado conhecimento (a demonstração corre o risco de ser vista como parte do contrato, e não como meio de validar a declaração). Balacheff distingue entre demonstrações pragmáticas e demonstrações intelectuais. As primeiras são baseadas na ação real que é realizada nas representações dos objetos matemáticos, enquanto as segundas são baseadas nas experiências mentais e realizadas através da linguagem. Em particular, Balacheff ilustra: Naïf empirism (to validate the statement by checking on some examples)

- Experiência crucial (para validar a declaração verificando um exemplo "crucial", difícil)
- Exemplo genérico (para validar uma declaração referindo-se a um exemplo, que é considerado representativo de toda uma categoria)
- Experiência mental (para validar uma declaração não referente a um dado exemplo, movendo-se assim para provas intelectuais).

A ferramenta de intervenção visa orientar os alunos para a construção da demonstração. Além disso, as ferramentas de intervenção visam provocar discussão sobre a necessidade de passar de demonstrações pragmáticas para intelectuais.

3. Descrição

3.1. Dificuldades identificadas através do questionário B2

A ferramenta de intervenção visa abordar dificuldades específicas que foram detetadas através dos Questionários B1 e B2 (questionário B1: perguntas 7-8-9-10-11; Questionário B2: Q2G1, Q2G2, Q2G3), ou seja, dificuldades em lidar com uma figura geométrica e com as suas propriedades. Além disso, a ferramenta de intervenção visa preparar o aluno para a abordagem da demonstração. Esta é a ferramenta de intervenção de "nível avançado": recomendamos abordar esta ferramenta de intervenção depois de ter considerado também ferramentas referentes ao domínio geométrico e domínio cognitivo visuo-espacial e à ferramenta de intervenção de "nível intermédio".

3.2. Área Cognitiva e Domínio Matemático envolvidos

A ferramenta de intervenção refere-se ao domínio matemático da geometria e à área cognitiva do raciocínio, embora existam ligações relevantes com os domínios cognitivos da memória (recuperando fatos geométricos e teoremas) e visuo-espacial (lidando com uma figura geométrica, gerindo informações em diferentes representações, incluindo a visuo-espacial).

3.3. Objetivos educativos

Através da ferramenta de intervenção, os alunos são orientados a construir uma demonstração, refletindo sobre alguns passos importantes: compreender o texto, identificar hipóteses e teses, representar hipóteses sobre a figura e usando outros sistemas de representação (como fórmulas algébricas), recordar fatos geométricos já conhecidos, organizar a demonstração em forma de cadeia dedutiva de argumentos.

A ferramenta consiste numa série de questões que o professor pode fazer aos alunos durante uma discussão na aula. As questões podem ser projetadas no quadro. Se os alunos tiverem à disposição tablets ou computadores com ligação à internet, as perguntas podem ser colocadas por meio de um sistema de resposta interativo (por exemplo, Sócrative, Mentimeter).

Nesta ferramenta de intervenção colocamos em ação diretrizes específicas da UDL.

Diretrizes dentro do Princípio 1 (fornecem múltiplos meios de representação), sugerem propor diferentes opções de percepção e oferecer suporte para decodificação de notação matemática e símbolos.

A ferramenta de intervenção oferece guia e suporte para a decodificação de um texto matemático.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Diretrizes do Princípio 2 (fornecer múltiplos meios de ação e expressão) sugerem oferecer diferentes opções de expressão e comunicação apoiando o planeamento e o desenvolvimento da estratégia.

A ferramenta de intervenção orienta o planeamento e o desenvolvimento da estratégia.

As diretrizes do Princípio 3 mostram como certas atividades podem recrutar o interesse dos alunos, otimizando a escolha e autonomia individuais e minimizando ameaças e distrações. Os alunos são questionados (qual é a resposta correta?) de modo a promover sua participação na atividade.

Em termos de avaliação formativa, os alunos preocupam-se com perguntas em formas de pesquisa ou perguntas abertas (estratégia 5 : tornam-se donos de sua própria aprendizagem); os alunos são convidados a fazer comentários sobre respostas incorretas de um aluno fictício (estratégia 4: eles tornam-se recursos uns para os outros); após a votação, o professor pode promover uma discussão de equilíbrio (estratégia 2); discutindo os resultados da pesquisa o professor trabalha individualmente ou em pequenos grupos e, após cada item ou no final da atividade, o professor pode promover uma discussão na turma (estratégia de avaliação formativa 2). Os alunos discutem as suas estratégias e dificuldades (estratégias 4 e 5). O professor pode acompanhar o progresso dos alunos ao longo do jogo, dando feedback e sugestões (estratégia 3).

3.4. Destinatários

A ferramenta de intervenção é dirigida a toda a turma.

3.5. Atividades Educativas – a ferramenta de intervenção

A ferramenta consiste numa série de questões (escolha múltipla ou questões abertas) que o professor pode colocar aos alunos durante uma discussão na aula. As perguntas são colocadas numa apresentação de powerpoint, para que o professor possa projetá-las no quadro. Se os alunos tiverem à disposição tablets ou computadores com ligação à internet, as perguntas podem ser colocadas através de um sistema de resposta interativo (por exemplo, Sócrative, Mentimeter). O powerpoint é fornecido num anexo separado. Aqui inserimos alguns comentários sobre a sequência de perguntas.

Os alunos recebem o texto com uma afirmação que deve ser demonstrada. O texto é acompanhado por uma figura. Em primeiro lugar, os alunos devem encontrar a tese no texto. O professor pode promover uma discussão sobre as respostas dos alunos (estratégia de avaliação formativa 2).

Desenhe um triângulo isósceles ABC tal que a base AB seja menor que os lados oblíquos. Prolongue o segmento CA até um ponto E de forma que o segmento AE seja congruente com a diferença entre o lado oblíquo e a base. Estenda a base AB até um ponto F de forma que o segmento BF seja congruente a AE. Mostre que CF é congruente com a EF.

Encontra a tese e sublinha-a.

Encontra a hipótese e assinala-a.

Usando o slide seguinte, o professor pode promover uma discussão que visa entender como "traduzir" o texto da figura. Os alunos também são levados a refletir sobre o facto de que nem todas as hipóteses podem ser representadas na figura de forma eficiente.

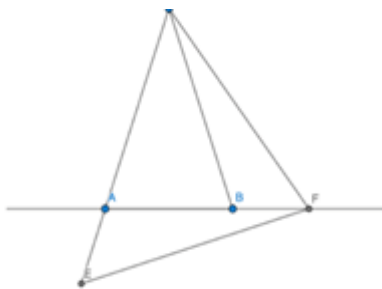
Se tiver que desenhar a figura, qual é a primeira hipótese que considera?



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Desenhe um triângulo isósceles ABC tal que a base AB seja menor que os lados oblíquos. Prolongue o segmento CA até um ponto E de forma que o segmento AE seja congruente com a diferença entre o lado oblíquo e a base. Estenda a base AB até um ponto F de forma que o segmento BF seja congruente a AE. Mostre que CF é congruente com a EF.



Se tiver que desenhar a figura, quais são as hipóteses mais difíceis de representar no desenho?

Como pode representar todas as hipóteses?

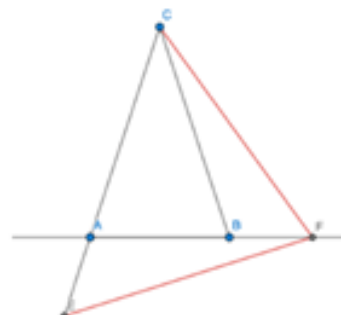
Dica: representar algumas hipóteses em forma de igualdade e não sobre o desenho

$$AE = AC - AB$$

No conjunto de slides que se segue, os alunos são convidados a refletir sobre a tese, levando a entender que, para alcançar a tese, é preciso recordar o critério LAL e aplicá-lo à figura. Isso significa organizar etapas intermédias orientadas a objetivos, trabalhando na figura e nas igualdades. O professor também pode promover algumas pesquisas para pedir aos alunos que comentem e avaliem as respostas dadas por outros colegas. Dessa forma, atuam como recursos para um colega (estratégia 4) e refletem sobre a importância de organizar a demonstração como um discurso onde as afirmações devem vir da hipótese ou de conhecimentos prévios (prova intelectual).

Desenhe um triângulo isósceles ABC tal que a base AB seja menor que os lados oblíquos. Prolongue o segmento CA até um ponto E de forma que o segmento AE seja congruente com a diferença entre o lado oblíquo e a base. Estenda a base AB até um ponto F de forma que o segmento BF seja congruente a AE. Mostre que CF é congruente com a EF.

O que é representado pela cor vermelha?



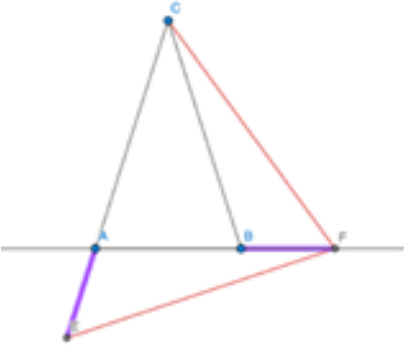


Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

$$AE = AC - AB$$

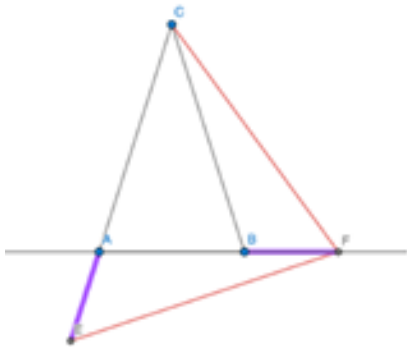
O que é representado pela cor roxa?

$$AE = AC - AB$$



O objetivo é provar que os dois segmentos vermelhos são congruentes. Pode considerar alguns triângulos que contêm os segmentos vermelhos e mostrar que tais triângulos são congruentes.

$$AE = AC - AB$$



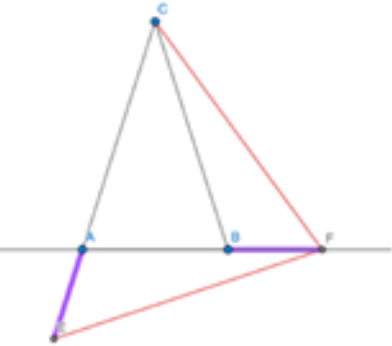
Que triângulos consideraria?

Alice: triângulos AEF e BFC

Bárbara: triângulos AFE e AEF



Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union



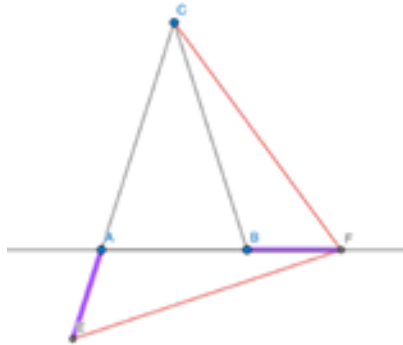


Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

$$AE = AC - AB$$

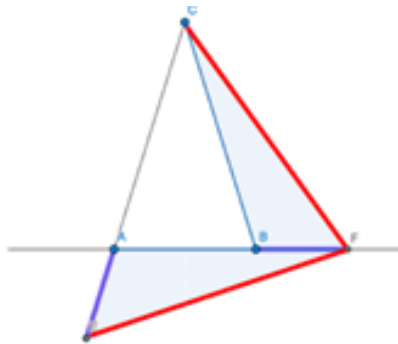
Quais triângulos consideraria?

O objetivo é usar o primeiro critério de triângulos (critério LAL). Já sabemos que $AE=BF$. Precisamos mostrar que os segmentos AF e BC são congruentes e que os ângulos FAE e CBF são congruentes.



Recorde que:
 $AE = AC - AB$
 $AE = BF$

Considere os números e as igualdades. E o segmento AF ?



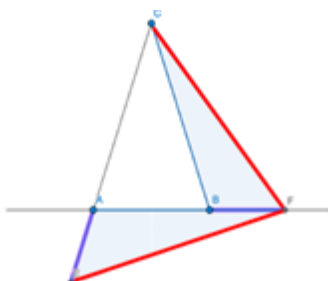
Como $AE = AC - AB$ então
 $AB = AC - AE$

Se substituirmos a expressão AB em AF

$$AF = AB + BF = AC - AE + BF = AC$$

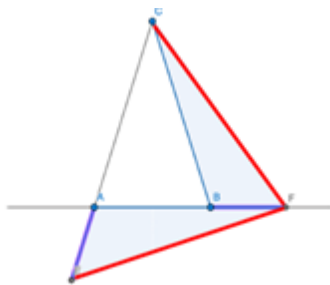


Co-fundado por
Erasmus+ |
of the Euro



Portugal for the
Erasmus+ does not constitute
an endorsement which reflects the
opinion of the Commission
nor does it constitute any use which may
be attributed to it.

Recorde que:
 $AE = AC - AB$
 $AE = BF$



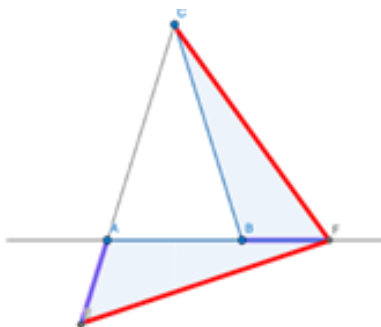
Como $AE = AC - AB$
então
 $AB = AC - AE$

Substituímos AB em AF

$$AF = \underline{AB} + BF = \underline{AC - AE} + BF = AC$$

O que aconteceu? Observe os segmentos sublinhados

Descobrimos que $AF = AC$

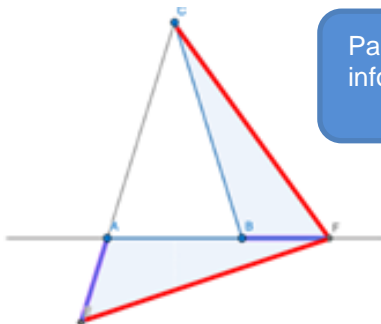


Para concluir que $AF = BC$, informações podemos usar

Recorde que:
 $AE = AC - AB$

$AE = BF$

Para concluir que $AF = BC$, que informações podemos usar?





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Como o triângulo ABC é isósceles, tem-se que $AC=BC$

Então $AF=AC=BC$

Recorda que:
 $AE=AC-AB$
 $AE=BF$

Mostrámos que $AF=BC$.
Além disso, $AE=BF$.

Para aplicar o critério LAL,
também precisamos de ...

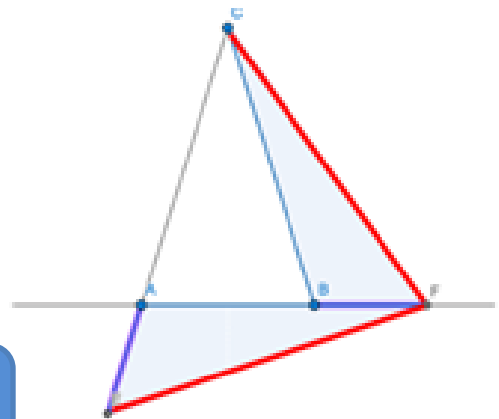
Por que é que os ângulos a vermelho (FAE e CBF) são congruentes?

Alice: por hipótese

Clara: porque eles são suplementares para o mesmo ângulo

Bárbara: por construção

Carla: porque eles são complementares a ângulos congruentes



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Carla: porque eles são complementares a ângulos congruentes

Quais são os ângulos congruentes? Por que são congruentes?

Resumindo:

$AF=BC$ porque essa igualdade faz parte das hipóteses e o facto do triângulo ABC ser isósceles.

$AE=BF$ por construção

Os ângulos FAE e CBF são congruentes porque são suplementares a ângulos congruentes

Então, pelo critério LAL, os triângulos azuis são congruentes

Logo, os segmentos CF e EF são congruentes

4.Referências bibliográficas

- [1]Balacheff N. (1982). Preuve et démonstration en mathématiques au collège, *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol.3, pp. 261-304.
- [2]Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- [3]Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- [4]Cusi, A., Morselli, F.,& Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. *ZDM Mathematics Education*.
- [5]Cusi, A., Morselli, F.,& Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. *Proceedings of CERME 10*, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949286, pp. 3460-3467.
- [6]Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.
- [7]Robotti E., Baccaglini-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In *Innovation & Technology*. Series Mathematics Education in the Digital Era, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.