Project number: 2018-1IT02KA201048274

Capitolo 2

Analisi dei Disturbi d'Apprendimento in Matematica

Sviluppato nel contesto del progetto Europeo

SMiLD

Numero di progetto: 2018-1-IT02-KA201-048274

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Indice

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Introduzione

Il disagio in classe e le difficoltà di apprendimento sono manifestazioni spesso legate a fattori di rischio, che possono essere di origine fisica o socio-culturale, da affrontare con un modello di intervento teoricamente fondato e adeguatamente elaborato sulla base di evidenze empiriche, in modo da evitare l'insuccesso scolastico. I diversi fattori di rischio e i loro effetti sono attribuibili ad alcuni fattori su larga scala. Secondo numerose ricerche internazionali, l'influenza del background socio-culturale persiste soprattutto sugli esiti, generando significativi ritardi nello sviluppo cognitivo, a partire dai primi anni di vita . Nella categoria degli studenti definiti "con basso rendimento" (LA, Low Achieving), gli effetti dei deficit sono più evidenti in campo linguistico, ma importanti carenze si riscontrano anche in quello matematico . Gli studenti con basso rendimento, quelli che scendono al di sotto della media dei voti, mostrano frequenti difficoltà nelle operazioni legate a processi mnemonici, quindi nella risoluzione di problemi che richiedono strategie computazionali come effetto del deficit di recupero di dati. I limiti nella risoluzione dei problemi sono spesso legati anche a difficoltà di lettura e comprensione dei testi, deficit nella formulazione di ipotesi, nei processi logici, nell'applicazione e nell'adattamento dei principi matematici e altre diverse tipologie cognitive di difficoltà di apprendimento della matematica (MLD, Mathematics Learning Difficulties), che sono state classificate attraverso approcci basati su dati. Le carenze motivazionali riducono anche la determinazione degli alunni nell'affrontare gli ostacoli cognitivi posti da contenuti matematici complessi. Per affrontare adeguatamente queste difficoltà, è necessario proporre metodi che tengano conto della complessità dei fattori che generano problemi di apprendimento, della varietà dei loro effetti e della velocità con cui si generano differenze di competenze, in modo da mettere in atto fattori di protezione multipli e mirati. Si tratta di rendere le diagnosi precoci adeguate all'individuazione di problemi di apprendimento specifici e di attivare i processi cognitivi degli alunni (come ad esempio percepire, riconoscere, ideare e ragionare) che non sono adeguatamente stimolati, per quanto riguarda i contenuti fondamentali, in un contesto di apprendimento integrato di matematica e lingua, che li motivi al successo nelle attività.

Il basso rendimento in matematica, anche per coloro che presentano un livello di alfabetizzazione medio, ha un effetto diretto sulla vita di tutti i giorni, con conseguenti minori opportunità di lavoro e salari più bassi, come documentato dalle analisi effettuate nel Regno Unito e negli Stati Uniti . Pertanto, l'importanza di un sistema educativo consapevole di questa conseguenza è fondamentale per affrontare i deficit al fine di preparare i giovani a svolgere, secondo le proprie possibilità e scelte, un'attività o una funzione che contribuisca al progresso materiale o spirituale della società.

2.1 Descrizione delle MLD illustrando le modalità in cui esse si manifestano e in cui possono essere identificate

La base neurobiologica potrebbe essere la causa della disabilità dei processi matematici, considerata un disturbo dello sviluppo neurologico, ma la disabilità nella matematica potrebbe anche essere una conseguenza di fattori esterni. Un'evidenza, quindi negativa, di come l'ambiente sociale influenzi il corpo umano è stata presentata già in tempi molto antichi da quello che oggi viene chiamato disturbo da deprivazione affettiva, i cui effetti sono stati studiati fin dagli anni '70 da Lytt Gardner nel nanismo da deprivazione infantile o nanismo psicosociale (PSS, Psychosocial Short Stature). L'epigenetica, che è una disciplina molto recente, sta dimostrando con analisi scientifiche come i fattori socioculturali possano influenzare l'organismo e il suo funzionamento e causare cambiamenti fenotipici ereditabili, modificando l'attivazione di alcuni geni, senza alterare la sequenza del codice genetico del DNA. Poiché l'esperienza ambientale modula i livelli e la natura dei segnali epigenetici, essi sono considerati fondamentali nel mediare la capacità dell'ambiente di regolare il genoma. L'epigenetica riveste un ruolo fondamentale in tutti i processi di riorganizzazione o ristrutturazione neurale, compresi quelli che presiedono alla plasticità cerebrale. I cambiamenti epigenetici cruciali sono anche

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

coinvolti nella regolazione dei processi di apprendimento e di memoria, l'arricchimento ambientale è anche in grado di curare i deficit di apprendimento e di memoria . Pertanto, esistono diverse ipotesi a proposito, come le seguenti:

- Ipotesi di deficit di base,
- Ipotesi di deficit in ambito generale,
- Deficit in aree matematiche di dominio specifico,
- Ipotesi di deficit procedurale.

Queste teorie si fondano su disfunzioni in specifiche regioni cerebrali coinvolte principalmente nei processi matematici. Inoltre, le ricerche in psicologia dell'educazione e nell'educazione generale sostengono l'ipotesi del filtro affettivo, che è un concetto che fa riferimento alla teoria dell'apprendimento della seconda lingua e che riguarda un impedimento all'apprendimento innescato da reazioni emotive negative al proprio ambiente. Secondo l'ipotesi del filtro affettivo, alcuni sentimenti come la paura, l'ansia e la noia, interferiscono con il processo di apprendimento. Queste emozioni negative agiscono come un filtro tra chi parla e chi ascolta, riducendo la quantità di informazioni che l'ascoltatore può comprendere, impedendone così l'efficiente elaborazione .

I termini usati per descrivere gli studenti che hanno problemi con la matematica variano negli studi e nelle normative in base alla definizione stessa dei gruppi target e a seconda dell'implementazione degli strumenti di ricerca e della politica di approccio. La definizione ampiamente utilizzata di Difficoltà di Apprendimento Matematico (MLD, Mathematical Learning Difficulty) comprende una grande varietà di deficit, che riguardano per lo più l'area dell'aritmetica e quindi la risoluzione dei problemi aritmetici: in generale, MLD è usato per riferirsi alle difficoltà di apprendimento in tutti i domini matematici. Le difficoltà matematiche vissute dai bambini dipendono da diversi fattori che variano dalla scarsa istruzione, all'ambiente socioculturale, con un significato più ampio rispetto alla definizione di Disabilità Matematica (MD, Mathematical Disability). Non tutti gli studenti con difficoltà matematiche avranno disabilità matematiche, il cui ipotetico paradigma si riferisce a una debolezza intrinseca della cognizione matematica indipendente da cause socioculturali o ambientali. Pertanto, poiché non esistono standard per confermare la presenza di difficoltà di apprendimento (LD, Learning Disabilities) in matematica, le variazioni dei criteri diagnostici e la differenza di prospettiva tra il sistema educativo e quello medico responsabile della cura di questi studenti devono essere prese in considerazione come parte del dispositivo didattico.

L'ambiente socioculturale in cui gli studenti e gli insegnanti sono inseriti influenza fortemente i risultati dell'apprendimento, perché la diagnosi di malattia invece che di difficoltà dipende dalla rispettiva definizione ufficiale, cambiando così radicalmente la prospettiva di approccio e le procedure di verifica e riflettendosi sull'efficacia degli sforzi per migliorare la qualità del processo di insegnamento/apprendimento. È importante, quindi, capire che il contesto influenza sia i gruppi di studenti che gli insegnanti, quindi prima di tutto sarebbe opportuno identificare l'ambiente in cui gli insegnanti usano termini come “discalculia” piuttosto che una definizione di “scarso rendimento matematico” in riferimento ai bambini. La questione della definizione è ancora in corso: in Italia e nella maggior parte dei paesi occidentali la specificità della diagnosi di MLD è inclusa in una categoria generale di "Disabilità di apprendimento specifiche" (SLD, Specific Learning Disabilities) insieme a tutte le disabilità di apprendimento, quindi gli studenti sono considerati come studenti con BES, “Bisogni Educativi Speciali" (o SEN, Special Education Needs).

La decima edizione della Classifica Internazionale dei Disturbi e dei Relativi Problemi di Salute dell’Organizzazione Mondiale della Salute (IChD-10, International Classification of health Diseases) include la classificazione di “F81.2 Disturbo specifico di abilità aritmetiche”, che "comporta una specifica menomazione delle abilità aritmetiche, non motivabile solo sulla base di un ritardo mentale generale o di una scolarizzazione gravemente inadeguata". Test diagnostici come l'IChD 10 (OMS, 2003), o il DSM 5 (2013) mirano a identificare i soggetti con disturbi matematici o con difficoltà di apprendimento matematico come soggetti con difficoltà specifiche nell'apprendimento o proprio nell'apprendimento della matematica, sulla base di modelli medici. Altre prospettive invece, come quella della comunità educativa europea, fanno riferimento a un insieme più

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

ampio di studenti con disturbi di apprendimento matematico, riferendosi a qualsiasi gruppo di studenti con scarsi risultati in matematica (2013): "Il basso rendimento è la situazione in cui un bambino non riesce ad acquisire le competenze di base pur non presentando alcuna disabilità identificata e pur dimostrando abilità cognitive all'interno della normale gamma. In questi casi, il basso rendimento può essere considerato come un fallimento del sistema educativo".

"Il deficit riguarda la padronanza delle capacità di calcolo fondamentali, come addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione (piuttosto che delle capacità di calcolo matematico più astratto coinvolte nell'algebra, nella trigonometria o nella geometria". Allo stesso tempo, le linee guida diagnostiche aumentano la consapevolezza che "i disturbi aritmetici sono stati meno studiati di quelli della lettura e le conoscenze sugli antecedenti, sul decorso, sui correlati e sull'esito sono, allo stato attuale, piuttosto limitate". Utilizzeremo la definizione di MLD per riferirci alle difficoltà di apprendimento della matematica in tutti i campi, il che è da considerarsi multidimensionale portando in primo piano i campi matematici diversi da quelli summenzionati. Quelli legati alla memoria, per esempio, come l'inibizione di informazioni irrilevanti da inserire nella Memoria di Lavoro; i meccanismi esecutivi legati al ragionamento, come l'implicazione; l'inibizione (filtro affettivo); l'aggiornamento delle informazioni rilevanti, il passaggio da una strategia operativa ad un'altra, l'aggiornamento e la pianificazione strategica, il processo decisionale, la memoria semantica; la Memoria di Lavoro visuo-spaziale e il ragionamento/percezione visuo-spaziale.

2.2 Quali azioni devono essere intraprese nella pratica didattica con riferimento ai Disturbi di Apprendimento Matematico?

È opinione diffusa, soprattutto tra gli insegnanti di scienze e matematica, che molte delle difficoltà di comprensione e di apprendimento degli studenti dipendano da fattori linguistici.

Conoscere le formule a memoria, comunque, non è sufficiente di fronte al testo di un problema, anche se gli studenti le ricordano, a volte non sembrano in grado di riconoscere la domanda, interpretare le istruzioni, individuare gli elementi necessari per raggiungere la soluzione, ecc.

Talvolta gli insegnanti si lamentano anche della difficoltà di espressione dei bambini: correggere i compiti di matematica a casa spesso richiede l'interpretazione e l'integrazione di testi sconnessi e linguisticamente scorretti. L'errore organizzativo linguistico o testuale, in un compito di matematica, deve essere considerato grave, perché la conoscenza dei contenuti non può essere indipendente dalla capacità di esprimerli. Gli strumenti necessari agli insegnanti di discipline scientifiche devono pertanto essere efficaci per affrontare le difficoltà linguistiche come fonte di difficoltà in matematica.

Nell'apprendimento della matematica, la componente comunicativa è centrale per esprimere e trasferire conoscenze, competenze, attitudini, atteggiamenti, esperienze, che vengono continuamente rielaborate e intrecciate; il percorso di apprendimento è quindi il risultato di un lavoro in cui il linguaggio collega diverse componenti per interagire tra loro.

Martha Fandiño analizza gli aspetti del processo di apprendimento da un altro punto di vista, concentrandosi sulle strategie. Fandiño distingue tra "apprendimento concettuale", "apprendimento procedurale o algoritmico", "apprendimento semiotico o gestione delle rappresentazioni", "apprendimento strategico" e infine "apprendimento comunicativo", che ha un impatto decisivo nella fase finale del processo di apprendimento, quando si passa all'apprendimento effettivo e alla comprensione finale. L'apprendimento comunicativo della matematica è un aspetto dell'educazione che riguarda la capacità di esprimere idee logiche, raccontare, convalidare, giustificare, argomentare, dimostrare concetti matematici (sia oralmente che per iscritto) e rappresentarli visivamente con le figure.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

La più importante indagine internazionale nell'ambito delle competenze matematiche, l'indagine OCSE-PISA, fornisce una definizione di "performance matematica" che, ai fini del test PISA, delinea l'alfabetizzazione matematica di un quindicenne: "L'alfabetizzazione matematica è la capacità di un individuo di formulare, utilizzare e interpretare la matematica in una varietà di contesti del mondo reale. Comprende concetti, procedure, fatti e strumenti per descrivere, spiegare e prevedere i fenomeni. Aiuta gli individui a conoscere il ruolo che la matematica svolge nel mondo e ad assumere i giudizi e le decisioni fondate di cui hanno bisogno i cittadini costruttivi, impegnati e riflessivi del XXI secolo".

Gli studenti dovrebbero ad esempio, essere in grado di gestire tre processi matematici:

- Formulare situazioni matematicamente;
- Impiegare concetti matematici, dati, procedure e ragionamenti;
- Interpretare, applicare e valutare i risultati matematici;

La competenza linguistica gioca un ruolo fondamentale. Il quadro di riferimento dell'indagine OCSE-PISA spiega il ruolo di questa competenza, che può essere uno strumento molto utile, anche per gli insegnanti, ai fini di definire meglio i fenomeni e interpretare i comportamenti degli studenti.

Nell'ambito dell'indagine OCSE-PISA, l'importanza della competenza comunicativa è sottolineata nei tre diversi aspetti dei processi matematici: formulare, impiegare, interpretare. Nel processo di formulazione del linguaggio è fondamentale considerare la lettura, la decodifica e l'interpretazione di affermazioni, domande, compiti al fine di creare un modello mentale della situazione; nel processo di impiego si afferma chiaramente che le competenze linguistiche sono necessarie per articolare una soluzione, illustrare il lavoro necessario per arrivare alla soluzione e riassumere e presentare risultati intermedi; infine, nel processo di interpretazione, abbiamo bisogno del linguaggio per elaborare e comunicare spiegazioni e argomenti nel contesto del problema. La competenza argomentativa si manifesta anche nelle tre fasi del ciclo di risoluzione dei problemi (modellazione) – formulare, impiegare, interpretare e valutare – in particolare fornendo, spiegando e difendendo le giustificazioni per la modellazione matematica, importante per l'acquisizione di competenza linguistica.

Alla luce di tutto ciò, è evidente la necessità di costruire un legame interdisciplinare tra il lavoro dell'insegnante di lingua e quello delle discipline scientifiche, e della matematica in particolare, in tutti i corsi scolastici.

Poiché le difficoltà e le disabilità linguistiche interferiscono di fatto con la comprensione del testo di un problema, la capacità di identificare le istruzioni, la possibilità di trovare una strategia di soluzione efficace, la capacità di controllare la correttezza e la sensibilità del risultato, la capacità di giustificare la strategia scelta e di discutere e giustificare la soluzione finale, le strategie per contrastare le difficoltà e le disabilità linguistiche dovrebbero essere prese in considerazione per contrastare anche i problemi legati al ruolo del linguaggio nell'apprendimento della matematica. Prima di tutto l'aspetto linguistico dei manuali: essi dovrebbero essere tarati per riflettere l'età e l'ambiente sociale degli studenti. Inoltre dovrebbe essere preso in considerazione l'utilizzo di altre tecniche di comunicazione, come le immagini, e altre strategie di insegnamento, da un lato affrontando le difficoltà di apprendimento, dall'altro rafforzando la consapevolezza del potenziale del lavoro sui testi matematici, per il miglioramento delle competenze linguistiche.

Tra gli aspetti motivazionali che devono essere presi in considerazione durante il processo di apprendimento, in tutte le discipline, e in particolare della matematica, c'è quello della regolarità e dell'armonia, ad esempio nelle formule e nelle figure geometriche, tutti aspetti legati al concetto di bellezza. Affermazioni come "bel teorema", "bella dimostrazione" o "bella teoria" sono comuni tra i matematici: per quanto riguarda un teorema, "bello" significa breve e chiaro, mentre nel caso di una dimostrazione "bella" significa non troppo breve, perché si riferisce a un risultato ben espresso. I procedimenti armonici e matematici sono strettamente connessi nell'arte e nella musica, come è evidente ad esempio nel rapporto aureo e nella scala armonica musicale, rendendo così gli studenti consapevoli di come i tratti caratteristici degli elementi matematici

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

"emozionali" si trovino amplificati e sistematizzati nella musica e, più in generale, nelle arti, dovrebbero essere implementati nel processo di apprendimento scolastico. Nelle parole di Leibniz: "La musica è un esercizio aritmetico segreto della mente, che conta senza saperlo". Poiché gli stili di apprendimento possono differire tra gli studenti, gli esempi di vita reale che stimolano le diverse attività sensoriali sono considerati estremamente utili per affrontare le difficoltà degli studenti. Aneddoti diversi sono legati agli elementi matematici della teoria musicale, poiché Pitagora e i suoi discepoli notarono che facendo vibrare due corde sottoposte alla stessa tensione ma di lunghezza diversa (rispettivamente 1/2, 2/3 e 3/4 della prima), ottenevano suoni particolarmente gradevoli all'orecchio (consonanti, infatti). È la struttura fisiologica del nostro udito che ci fa percepire le frequenze dei suoni in modo moltiplicativo piuttosto che additivo: insomma, con l'orecchio "contiamo" in progressione geometrica, mentre con le dita, aggiungendo unità alle unità, contiamo secondo una progressione aritmetica. La scala è costruita a partire dalla frequenza fondamentale di una corda presa come unità e moltiplicata o divisa per 3/2. Procedendo in questo modo, per quinte ascendenti o discendenti, moltiplicando per 3/2 o 2/3, si ottengono i rapporti di quella che viene chiamata scala pitagorica (anche se in realtà risale ad Eratostene, nel III secolo a.C.). Ad esempio, la nota emessa da una corda tesa da un peso quadruplo ha una frequenza doppia: si dirà che è di un'ottava superiore rispetto alla precedente e sarà percepita come "uguale", ma più acuta. La stessa osservazione può essere ripetuta in termini di lunghezza: accorciando una corda e in particolare premendola a metà della sua lunghezza e poi pizzicandone una delle sue metà, si otterrà una nota ad un'ottava più alta. Nella tastiera del pianoforte di oggi, tra due tasti adiacenti, neri o bianchi, c'è un intervallo chiamato "semitono temperato". Le corde di qualsiasi semitono scelto sono nello stesso rapporto. La scala prodotta secondo il temperamento equabile si ottiene quindi dividendo l'ottava in dodici parti uguali su scala logaritmica. Siccome l'ottava è rappresentata da un rapporto 2:1, con una catena di semplici proporzioni si ottiene il valore dell'intervallo più piccolo, detto semitono temperato, che corrisponde alla radice dodicesima di 2 che ha un valore di circa 1,06 vicino a quello del semitono diatonico Mi-Fa=256/243=1,053 e il valore del tono temperato che corrisponde al prodotto di due radici dodicesime di 2, pari a 1,1224 quindi vicino al valore 9/8=1,125 del tono della scala diatonica. Come oggi sappiamo, la frequenza fondamentale (nota) del suono emesso da una corda tesa in vibrazione è direttamente proporzionale alla radice quadrata della tensione a cui la corda è sottoposta; è inversamente proporzionale alla sua lunghezza, alla radice quadrata della sua densità e alla sua sezione. Questa soluzione ha in qualche modo salvato la consonanza degli intervalli del sistema pitagorico e ha reso uniformi i passi della scala, offrendo ai compositori e agli strumentisti molta più libertà e più comodità per suonare e comporre, ma ha dovuto fare uso degli irrazionali, concetto respinto da Pitagora perché negava la possibilità di esprimere qualsiasi relazione attraverso i numeri naturali. Nel corso del XVIII secolo i matematici capirono meglio la natura del suono e furono in grado di descriverne analiticamente la propagazione. Dopo Daniel Bernoulli (1700-1782), il quale credeva di aver descritto attraverso una serie trigonometrica solo un particolare tipo di suono, il matematico francese J.-B. J. Fourier giunse alla conclusione che ogni funzione periodica può essere espressa attraverso una serie trigonometrica. Elementi matematici sono presenti nella musica di Arnold Schönberg (1874-1951) e dei suoi discepoli, seguendo l'atonalità e la dodecafonia, un metodo compositivo che utilizza i dodici suoni della scala cromatica liberi da reciproche e gerarchiche relazioni armoniche e riorganizzati, anche con l'uso di tecniche combinatorie, secondo il principio della serie. Nel corso del XIX secolo, una volta minato il principio della consonanza/dissonanza degli accordi musicali, abbiamo diversi esempi di principi matematici introdotti nella musica con la musica stocastica basata sulla teoria della catena di Markov. Nel 1955 Iannis Xenakis ha introdotto la probabilità nella musica: la composizione musicale è elaborata da processi formali definiti in termini probabilistici.

Anche l'immaginazione è un elemento assolutamente necessario nel pensiero matematico. Essa richiede di essere educata da una corretta e raffinata interpretazione del linguaggio e delle regole attraverso le quali sono strutturati gli oggetti matematici. È possibile aiutare lo studente nella giusta costruzione immaginativa di una questione matematica astratta scegliendo, nella storia della matematica, il paradigma più vicino ai suoi modelli culturali e quello più adatto a educare a pensare con una struttura (costruire un modello) che rimanga coerente e funzionale anche nel prosieguo dello studio, quando rami diversi, come quelli geometrici e algebrici, si mescoleranno tra loro, ad esempio nei paradossi di Zenone dei dialoghi socratici di Platone: per raggiungere la tartaruga, Achille dovrebbe essere in grado di percorrere una somma di segmenti infiniti (e questo è vero); ma la somma di segmenti infiniti non è necessariamente un segmento infinito se hanno lunghezza zero. Qui sta il paradosso, anzi il falso paradosso: per eseguire somme di quasi infiniti di una distanza quasi zero, la risposta non è infinita. Zero e Infinito sono due numeri come tutti gli altri, tuttavia, a differenza di quelli comuni, hanno alcune esigenze eccezionali: lo zero, per esempio, moltiplicato per qualsiasi numero, dà sempre zero come risultato, e l'Infinito, anch'esso moltiplicato per qualsiasi numero, non può che dare origine ad un altro infinito. Cosa succede allora quando si moltiplicano lo zero e l'infinito? Il risultato che ne risulta rimane indefinito. Per capire che tali somme possono essere finite, si è dovuto attendere il XVIII secolo. Solo allora si cominciò a porre le basi per una ribellione contro il diktat del Peripatetico, che portò finalmente Georg Cantor (1845-1918) alla creazione di una soddisfacente e coerente teoria dell'infinito matematico.

È importante esprimere chiaramente il significato delle parole attraverso le quali verrà presentato un concetto matematico e delle immagini corrispondenti che verranno scelte per illustrarlo: la costruzione di un concetto astratto non può essere separata dagli esempi. In matematica un'immagine non può mai essere rappresentativa del concetto a cui si riferisce, ma serve semplicemente ad evocarlo, tuttavia un'immagine sbagliata o usata male potrebbe prestarsi più facilmente a malintesi di un testo scritto male.

La parola "immaginazione" è legata all'immagine, e fornisce la possibilità di creare immagini mentali, che sono qualcosa di certamente diverso dalla figura vista su un libro, o sullo schermo di un PC, ed è in realtà più astratta, ad esempio, quando si tratta di quelle immagini che sono la rappresentazione bidimensionale di una struttura tridimensionale. Il senso della vista è spesso legato alla comprensione, "vedo" è, in molte lingue, in molte circostanze può essere sinonimo di "capisco": non si riferisce necessariamente al senso della vista o a un'immagine reale, a volte può essere un'immagine mentale o un concetto astratto. Tuttavia, l'immaginazione potrebbe occuparsi di tutti e cinque i sensi: questa affermazione deve essere presa in considerazione quando si strutturano diverse strategie di insegnamento per raggiungere le diverse predisposizioni e capacità degli studenti.

2.3 Analisi del linguaggio utilizzato nei libri di matematica ai fini di provare la correlazione tra linguaggio e difficoltà degli studenti, identificando quali strategie linguistiche sono, o potrebbero essere, utilizzate per una migliore comprensione delle nozioni e per un migliore approccio alla risoluzione di problemi.

Gli studi evidenziano come le difficoltà della comunicazione linguistica possano rendere vano qualsiasi tipo di intervento diretto sui contenuti matematici. Essi sottolineano anche il fatto che, per l'insegnante, è necessario passare continuamente, durante il lavoro in classe, dall'uso della lingua con cui rappresentare la matematica alla lingua per interagire con la classe, il che richiede una notevole consapevolezza metalinguistica.

Le credenze (“beliefs”, convinzioni o credenze) sulla matematica in molti casi influenzano l'impegno motivazionale dei giovani studenti. Per quanto riguarda i problemi dal punto di vista testuale, in particolare quelli legati alla formulazione del testo di un problema, gli stereotipi (anche linguistici) e le idee sbagliate nella formulazione dei problemi matematici in ambito scolastico inducono convinzioni errate e generano atteggiamenti devianti verso i problemi e la matematica stessa. Le critiche sull'uso del termine "misconcetto" (“misconception”) hanno un fondamento teorico, e sono il risultato di un progressivo affinamento della ricerca nell'educazione matematica. In particolare, l'idea di “misconcetto” e l'approccio all'errore sono il punto di partenza per un cambiamento radicale che, attraverso questa definizione, mettono lo studente e i suoi processi di apprendimento al centro dell'attenzione. È questo cambiamento di prospettiva che ha portato l'allievo ad essere considerato come un soggetto attivo che costruisce le proprie conoscenze. Più precisamente, questo modello mina la tradizionale interpretazione degli errori. Infatti, lo studente interpreta l'esperienza che fa con la matematica, in particolare i messaggi che l'insegnante invia continuamente: lo studente dà un senso a questi messaggi, un senso che naturalmente dipende dalla conoscenza che ha, ma anche da molti altri elementi meno evidenti. Quell'algoritmo, quel termine, quel simbolo, quella proprietà, quel concetto, saranno interiorizzati secondo il senso attribuito dallo studente, e può accadere che tale significato non coincida con quello che l'insegnante intendeva comunicare . L'allievo, e più in generale l'individuo, interpreta continuamente il mondo, mettendo in relazione i fatti osservati con le esperienze precedenti: le credenze sono proprio il risultato di questo continuo tentativo di dare un senso alla realtà e, allo stesso tempo, determinare gli schemi con cui l'individuo si avvicina al mondo e quindi interpreta l'esperienza futura. Nell'educazione matematica, quindi, le credenze degli studenti sono viste come il risultato del loro continuo processo di interpretazione delle esperienze che fanno con la matematica; d'altra parte, determinando a loro volta gli schemi secondo i quali l'esperienza futura viene interpretata, essi fungono da guida nella scelta delle risorse da attivare; ma, in particolare, possono impedire l'utilizzo di conoscenze e risorse adeguate. Le credenze e le idee sbagliate agiscono come filtro o come semplificazione di una teoria (oltre che della realtà).

Nelle parole di Lev Vygotskij:

> *"Lo sviluppo di un concetto scientifico relativo alla vita sociale si verifica nelle condizioni di un processo d'istruzione, che rappresenta una forma specifica di collaborazione sistematica tra il pedagogista e il bambino, collaborazione durante la quale maturano le funzioni psichiche superiori del bambino con l'aiuto e la partecipazione dell'adulto. Nel campo che ci interessa, ciò trova la sua espressione nella crescita della relazionalità del pensiero causale e nella maturazione ad un certo livello della arbitrarietà del pensiero scientifico, livello dovuto alle condizioni dell'apprendimento. Questa collaborazione specifica tra il bambino e l'adulto, che è l'elemento centrale nel processo educativo, insieme con il fatto che le conoscenze sono date al bambino in un sistema ordinato, spiega la maturazione precoce dei concetti scientifici e mostra che il livello del loro sviluppo rappresenta come una zona di possibilità prossime in relazione ai concetti quotidiani, aprendo loro la via, come una specie di propedeutica del loro sviluppo. Così ad uno stesso livello di sviluppo e in un medesimo bambino ci imbattiamo in vari aspetti, forti e deboli, dei concetti quotidiani e scientifici. La debolezza dei concetti quotidiani si manifesta, secondo i dati della nostra ricerca, nella incapacità all'astrazione, ad operare con essi in modo volontario, mentre appare pienamente un loro uso scorretto. La debolezza del concetto scientifico è il suo verbalismo, che costituisce il pericolo principale per lo sviluppo dei concetti scientifici, la sua saturazione insufficiente in concreto; l'aspetto forte è la capacità di usare spontaneamente la «prontezza all'azione». Il quadro si modifica nella IV classe, dove al posto del verbalismo arriva la concretizzazione, che si manifesta anche nello sviluppo dei concetti spontanei, pareggiando le curve del loro sviluppo".*

L'esempio delle prove di matematica INVALSI somministrate nelle scuole italiane negli ultimi anni ha fornito una grande quantità di risultati e ha evidenziato molti macro-fenomeni attribuibili alle difficoltà testuali o linguistiche degli studenti italiani. Come affermato da Branchetti e Viale, la dimensione sintattica del testo matematico non sembra essere particolarmente analizzata negli studi didattici, né in quelli matematici né in quelli linguistico-educativi. Solo negli ultimi anni l'opinione che la dimensione linguistica rappresenti una componente fondamentale dello studio della matematica si è fatta sempre più solida, in contrasto con una certa idea ereditata dalla tradizione scolastica, che vuole lingua e matematica separate e incomunicabili.

I libri di matematica tradizionali in Italia utilizzano problemi spesso caratterizzati da lunghi periodi con una sintassi complessa, l'uso di una subordinata implicita introdotta da un participio passato (ad esempio: “dato il trapezio...”) o da un gerundio, modi verbali che sono molto frequenti nei testi matematici. Tipico dello stile tradizionale della matematica sono anche l'uso della forma passiva impersonale (in italiano: "si passivante") e delle frasi parentetiche, l’elevata frequenza di incisi che aumenta la densità di informazione della frase; l'uso della forma “in modo che” seguito da congiuntivo rientra inoltre nello stile tipico del testo matematico tradizionale. È interessante notare che alcuni libri di testo riproducono moduli sintattici tipici della tradizione italiana del testo matematico di questo genere anche nella versione inglese di alcuni esercizi, come il seguente esempio della sezione inglese "Test your skill" di un libro di testo di riferimento utilizzato in una scuola tecnica durante il primo biennio di studi: “Each day a company can produce a maximum of 300 tons of a certain product. For each ton produced the cost of manufacturing and raw materials is € 1,6 and the standing daily expenses are € 36,00. Find the maximum profit and the minimum amount so as not to be in deficit knowing that each ton is sold at € 4,00” ("Ogni giorno un'azienda può produrre al massimo 300 tonnellate di un certo prodotto. Per ogni tonnellata prodotta il costo di produzione e delle materie prime è di € 1,6 e le spese giornaliere consistono di € 36,00. Trovare il massimo profitto e l'importo minimo per non essere in deficit sapendo che ogni tonnellata viene venduta a € 4,00").

Un buon esempio di testo di riferimento è dato, in Italia, dal lavoro di Massimo Bergamini, Graziella Barozzi & Anna Trifone, Manuale di Matematica blu, rosso, azzurro e verde, pubblicato da Zanichelli, che ha come obiettivo un corso che metta in evidenza le connessioni tra matematica e realtà; la teoria è spiegata con particolare attenzione all'uso di un linguaggio chiaro, espresso con criteri rigorosi e precisi e presenta molti esercizi ambientati nella vita quotidiana, con un uso equilibrato delle immagini e riferimenti ad attività da svolgere collegate tramite link a un sito online. Ai lati le formule sono rappresentate con sistemi diversi, per affrontare le diverse abilità e strategie di apprendimento e abitudini degli studenti, con una parte dedicata agli studenti con bisogni educativi speciali (BES).

La poetessa polacca Wisława Szymborska ha dedicato diverse poesie alla matematica. Nel suo libro Wszystkie lektury nadobowiązkowe (Letture facoltative) sul principe dei teoremi geometrici scrive:

> *Non ho difficoltà a immaginare un'antologia dei più bei frammenti della poesia mondiale in cui trovasse posto anche il teorema di Pitagora. Perché no? Lì c'è quella folgorazione che è connaturata alla grande poesia, e una forma sapientemente ridotta ai termini più indispensabili, e una grazia che non a tutti i poeti è stata concessa...*

Bibliografia

[1] J. Conway, P. Doyle, J. Gillman, W. Thurston, Geometry and the Imagination, in www.geom.uiuc.edu/docs/education/institute91

[2] Efraim Fischbein, The theory of figural concepts, in “Educational Studies in Mathematics” 24 (1993), pp. 139–162.

[3] Fandiño Pinilla M. I. (2014), *Diverse componenti dell’apprendimento della matematica*. In: D’Amore B. (Eds) “La didattica della matematica: strumenti per capire e per intervenire”. Atti del Convegno Nazionale omonimo, 3-4-5 marzo 2014, Tricase (Lecce). Bologna: Pitagora, pp. 71-80.
Lytt I. Gardner, Deprivation dwarfism, in Scientific American 1972 July; 227(1): pp. 76-84.

[4] Stephen Krashen, (1982). Principles and Practice in Second Language Acquisition, online: http://www.sdkrashen.com/content/books/principles_and_practice.pdf

[5] E. Stevick, (1976) Memory, Meaning, and Method. Rowley, Ma.: Newbury House.
Strand, S. (2014). *School effects and ethnic, gender and socioeconomic gaps in educational achievement at age 11*. Oxford Review of Education, 40, (2), 223-225

[6] Geary, D.C., Hoard, M.K., & Bailey, D.H. (2012). *Fact retrieval deficits in low achieving children and children with mathematical learning disability*. Journal of Learning Disabilities, 45, 4, pp. 291-307

[7] Bartelet, D., Ansari, D., Vaessen, A. & Blomert, L. (2014). *Cognitive subtypes of mathematics learning difficulties in primary education*. Research in Developmental Disabilities, 35, 3, pp. 657-670

[8] Brian G. Dias, Stephanie A. Maddox, Torsten Klengel & Kerry J. Ressler, *Epigenetic mechanisms underlying learning and the inheritance of learned behaviors*, in “Trends in Neurosciences”, 2015; 38 (2): pp. 96-107.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

[9] Gottfried Leibniz, letter to Christian Goldbach, April 17, 1712. Original lat.: "Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi". In Gottschalk Eduard Guhrauer (Ed.): *Nachträge zu der Biographie. Gottfried Wilhelm Freiherr von Leibnitz*, Ferdinand Hirt's Verlag, Breslau 1846

[10] Wisława Szymborska, *Wszystkie lektury nadobowiązkowe*, Otwarte, 2015; English version: *Nonrequired reading. Prose pieces*, translated by Clare Cavanagh, Harcourt, New York-San Diego-London, 2002.

[11] Branchetti, Laura & Viale, Matteo. (2014) *Tra italiano e matematica: il ruolo della formulazione sintattica nella comprensione del testo matematico*. In Atti del Convegno internazionale "La didattica dell'italiano. Problemi e prospettive." Locarno 24-26 ottobre 2014, G.R.I.M. (Dipartimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy), 2014.

[12] Branchetti, Laura & Viale, Matteo, *Matematica e creatività linguistica: gli esercizi di stile applicati ai problemi aritmetici*, in "Opera Nuova, Rivista internazionale di scritture e scrittori", n. 19, 2019/1.

[13] Bradley, Renée, Danielson, Louis C. & Hallahan, Daniel P., *Identification of learning disabilities: research to practice*. Routledge, 2002

[14] Lev Vygotsky, *Thought and Language*, Cambridge (Massachusetts)-London (England), MIT Press, 2012, pp. 157-158.

[15] Parsons S, Bynner J & Brewer E. *Does numeracy matter more?* Natl Res Dev Cent Adult Lit Numer 2005;1-37

[16] Rivera-Batiz FL., *Quantitative literacy and the likelihood of employment among young adults in the United States*. J Hum Resour 1992;27: 313-28.

[17]Italian Constitution

[18] Giannis Karagiannakis, Anna Baccaglini-Frank & Yiannis Papadatos, Mathematical learning difficulties subtypes classification, in "Frontiers in Human Neuroscience", 2014; 8: 57.

[19] Neelkamal Soares, Teresa Evans & Dilip R. Patel, *Specific learning disability in mathematics: a comprehensive review*, in "Translational Pediatrics" 2018 Jan; 7(1): 48–62.

[20] Mazzocco MM. Defining and differentiating mathematical learning disabilities and difficulties. In: Berch D, Mazzocco MM, editors. Why Is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities. Baltimore, MD: Paul H. Brookes Pub Co, 2007:29-47.

[21] Mazzocco MM., *Challenges in identifying target skills for math disability screening and intervention*. In "Journal of Learning Disabilities" 2005 Jul-Aug; 38(4):318-23.

[22] World Health Organization. International statistical classification of diseases and related health problems. 10th ed. Geneva

[23] Bruno D'Amore, *Matematica. Stupore e poesia*, Giunti, 2010.

[24] Giorgio Bolondi, *Competenze linguistiche e competenze matematiche: interdisciplinarità e formazione degli insegnanti*, in F. Clementi & L. Serianni "*Quale scuola? Le proposte dei Lincei per l'italiano, la matematica, le scienze*, Carocci, 2015.

[25] Bolondi G., Fandiño Pinilla M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. In. D'Amore B., Sbaragli S. (eds.) (2008). Didattica della matematica e azioni d'aula. Atti del XXII Convegno

Nazionale: Incontri con la Matematica. Castel San Pietro Terme, 7-8-9 novembre 2008. Bologna: Pitagora. 129-131;

[26] Fandiño Pinilla M.I. (2008). Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica. Trento: Erickson.
OECD (2020), Mathematics performance (PISA) (indicator). doi: 10.1787/04711c74-en (Accessed on 12 May 2020).

[27] M. D'Aprile & P. L. Ferrari, *Linguaggi e rappresentazioni nella formazione degli insegnanti di matematica*, in "La matematica e la sua didattica" n. 4/2003.

[28] Rosetta Zan, *Difficoltà in matematica: Osservare, interpretare, intervenire*, Springer Milan, 2007.

[29] Zovkic, I. B., Guzman-Karlsson, M. C., & Sweatt, J. D., *Epigenetic regulation of memory formation and maintenance*, in "Learning & memory" (Cold Spring Harbor, N.Y.) 2013; 20(2), 61–74
Wisława Szymborska Wszystkie lektury nadobowiązkowe, Otwarte, 2015