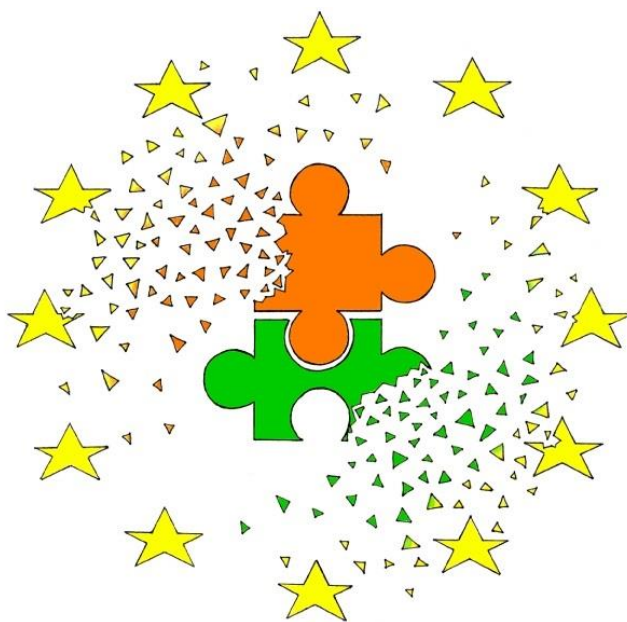




Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

# Capitolo 3

## Come affrontare difficoltà e disturbi dell'apprendimento in matematica



# SMILD

Sviluppato nel contest del progetto Europeo

SMILD

Numero di progetto: 2018-1-IT02-KA201-048274



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Indice

<b>Introduzione</b> .....	3
<b>3.1 Progettare gli strumenti d'intervento – un inquadramento teorico</b> .....	4
<b>3.2 Progettare gli strumenti d'intervento – linee guida</b> .....	8
<b>3.3 Esempi di strumenti d'intervento</b> .....	12
<b>Bibliografia</b> .....	25



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Introduzione

Questo capitolo ha lo scopo di presentare e discutere i modi in cui affrontare le difficoltà e i disturbi di apprendimento in matematica che sono stati sviluppati e testati durante il progetto SMILD.

Come sottolineato nel Capitolo 1, il modo di affrontare le difficoltà e i disturbi di apprendimento varia da uno Stato all'altro. Il punto comune è il fatto che l'insegnante svolge un ruolo cruciale nell'identificare le difficoltà, nel comprenderle e nel decidere come agire, con l'obiettivo finale di aiutare lo studente. Il progetto SMILD è esattamente concepito per lavorare *per gli insegnanti e con gli insegnanti* per aiutare gli studenti in difficoltà. Questo modo di affrontare le difficoltà e i disturbi di apprendimento consiste in due fasi: in un primo momento è necessario comprendere tali difficoltà, ovvero identificare i profili della difficoltà. Questo viene attuato nel progetto attraverso due questionari (B1 e B2), che sono descritti in dettaglio nell'Output Intellettuale 1. Una volta individuati i profili della difficoltà degli studenti, è possibile progettare e introdurre strumenti di intervento per una specifica difficoltà, che possono essere utilizzati dall'insegnante quando interagisce con un singolo studente o quando insegna a tutta la classe.

Una caratteristica fondamentale dell'intero progetto è il fatto che la progettazione dei questionari e degli strumenti di intervento si ispira allo stato dell'arte della ricerca e della pratica sulle difficoltà e i disturbi di apprendimento in matematica. All'interno del progetto abbiamo individuato degli **strumenti teorici** che possono inquadrare la progettazione e la gestione degli strumenti di intervento per i singoli studenti e/o per l'intera classe. Tali strumenti teorici ci hanno aiutato a individuare delle **linee guida generali per la progettazione** di strumenti di intervento efficienti. Inoltre, abbiamo progettato e testato **strumenti di intervento** (Output Intellettuale 2) che affrontano difficoltà specifiche. Il prodotto finale è un set gratuitamente accessibile di strumenti basati sulle TIC (Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione), disponibili in inglese e nelle tre diverse lingue rappresentate all'interno del consorzio del progetto (italiano, polacco e portoghese), al fine di garantire un alto potenziale di trasferibilità del risultato intellettuale. Una caratteristica interessante è che ogni partner ha proposto strumenti di intervento che sono stati progettati in riferimento ad uno specifico contesto nazionale, ma che ora, grazie al progetto, possono essere sfruttati anche dagli insegnanti di altri Paesi. Un altro aspetto rilevante è il fatto che la progettazione ha seguito una revisione transnazionale, per cui ogni strumento di intervento è stato migliorato grazie ai commenti dei partner del progetto.

Questo capitolo include:

- Il quadro teorico che è stato utilizzato per progettare strumenti di intervento efficaci. Tale quadro teorico si riferisce ad approcci educativi inclusivi (principi UDL, vedi <http://udlguidelines.cast.org/>) e alla valutazione formativa (ispirata al progetto FaSMEd, vedi <https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>);
- Le linee guida che abbiamo sviluppato per la progettazione degli strumenti di intervento; segnaliamo che le linee guida dovrebbero, in linea di principio, anche inquadrare la progettazione di altri strumenti di intervento da parte degli insegnanti che leggono questo capitolo;
- Alcuni esempi di strumenti di intervento che sono stati progettati e testati; segnaliamo che altri strumenti di intervento sono descritti nell'Output Intellettuale 2.

I contenuti sono sviluppati al fine di utilizzare al meglio le TIC e i media disponibili on-line e indirizzati all'insegnamento e all'apprendimento della matematica, fornendo link esterni a portali, siti web, pubblicazioni online, documenti pdf, video, ecc.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### 3.1 Progettare gli strumenti d'intervento – un inquadramento teorico

Karagiannakis *et al.* (2016) propongono un modello di classificazione delle competenze matematiche coinvolte nell'apprendimento della matematica in quattro domini: Numero di base, Memoria, Ragionamento e Visuo-spaziale (come presentato nella Tabella 1). Le loro scoperte sostengono l'ipotesi che le difficoltà nell'apprendimento della matematica possano avere molteplici origini e forniscano un mezzo per delineare i profili di apprendimento matematico degli studenti.

L'inquadramento aiuta a caratterizzare le difficoltà degli studenti in matematica.

**Tabella 1:** Il modello di Karagiannakis *et al.*: i domini del modello a quattro punte e gli insiemi di competenze matematiche associate a ciascun dominio

Dominio	Competenze matematiche associate al dominio
<b>Numero base</b>	Stimare accuratamente un piccolo numero di oggetti (fino a 4); stimare quantità approssimativamente; posizionare i numeri sulle linee numeriche; gestire i simboli arabi; transcodificare un numero da una rappresentazione all'altra (analogico-arabo-verbale); conoscere i principi di conteggio.
<b>Memoria (recupero ed elaborazione)</b>	Recuperare fatti numerici; decodificare la terminologia (numeratore, denominatore, isoscele, equilatero); ricordare teoremi e formule; eseguire calcoli mentali in modo fluente; ricordare procedure e tenere traccia dei passi.
<b>Ragionamento</b>	Afferrare concetti matematici, idee e relazioni; comprendere i molteplici passaggi di procedure/algoritmi complessi; afferrare i principi logici di base (condizionalità – "se...allora..." – commutatività, inversione); afferrare la struttura semantica dei problemi; prendere decisioni (strategiche); generalizzare.
<b>Visuo-spaziale</b>	Interpretare e utilizzare l'organizzazione spaziale della rappresentazione di oggetti matematici (ad esempio, numeri in notazione di posizione decimale, esponenti, figure geometriche 2D e 3D o rotazioni); mettere i numeri sulla linea dei numeri; confondere i numeri arabi e i simboli matematici; eseguire calcoli scritti quando la posizione è importante (ad esempio, prendere in prestito / portare); interpretare grafici e tabelle.

Ricordiamo che il modello ha fornito un inquadramento anche per la progettazione del Questionario B2, volto a comprendere meglio i profili di difficoltà degli studenti. Nella costruzione del B2, abbiamo scelto domande legate alle aree cognitive e a tre domini matematici: aritmetica, geometria e algebra (il numero di base non è legato a tutte le aree cognitive). Di conseguenza, abbiamo proposto domande contenute in alcune celle della seguente tabella (Tabella 2).

**Tabella 2:** Doppia relazione tra aree cognitive (memoria, ragionamento e visuo-spaziale) e domini matematici (aritmetica, geometria e algebra).

	Aritmetica	Geometria	Algebra
Memoria			
Ragionamento			



Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Visuo-spaziale			
----------------	--	--	--

**Tabella 3:** linee guida UDL

Lo stesso inquadramento è utilizzato per la progettazione degli strumenti d'intervento. Qui presentiamo ulteriori riferimenti teorici che supportano la progettazione degli strumenti d'intervento.

Innanzitutto, facciamo riferimento ai **principi UDL, Universal Design for Learning** (tabella 3), una cornice creata specificamente per la progettazione di attività didattiche inclusive (<http://udlguidelines.cast.org/>).

	Fornire molteplici mezzi di COINVOLGIMENTO	Fornire molteplici mezzi di RAPPRESENTAZIONE	Fornire molteplici mezzi di AZIONE ed ESPRESSIONE
	Network effettivi – Il “PERCHÉ” dell'apprendimento	Network di ricognizione – Il “COSA” dell'apprendimento	Network strategici – Il “COME” dell'apprendimento
Accedere	<b>Fornire opzioni per Suscitare Interesse:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ottimizzare la scelta individuale e l'autonomia</li> <li>Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità</li> <li>Minimizzare minacce e distrazioni</li> </ul>	<b>Fornire opzioni per Percezione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Offre modi di personalizzare la visualizzazione di informazioni</li> <li>Offre alternative per l'informazione auditiva</li> <li>Offre alternative per l'informazione visiva</li> </ul>	<b>Fornire opzioni per Azioni Fisiche:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Variare il metodo di risposta e navigazione</li> <li>Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie di assistenza</li> </ul>
Costruire	<b>Fornire opzioni per Sostenere sforzo &amp; persistenza:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Aumentare la salienza di obiettivi e traguardi</li> <li>Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida</li> <li>Promuovere collaborazione e comunità</li> <li>Aumentare il feedback orientato alla padronanza</li> </ul>	<b>Fornire opzioni per Lingua &amp; Simboli:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Chiarire vocabolario e simboli</li> <li>Chiarire sintassi e struttura</li> <li>Supportare la decodifica del testo, la notazione matematica e i simboli</li> <li>Promuovere la comprensione tra linguaggi</li> <li>Illustrare utilizzando diversi media</li> </ul>	<b>Fornire opzioni per Espressione &amp; Comunicazione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizzare diversi media per la comunicazione</li> <li>Usare diversi strumenti di costruzione e composizione</li> <li>Costruire fluenze con livelli di supporto graduato per la pratica e le prestazioni</li> </ul>
Interiorizzare	<b>Fornire opzioni per Autoregolamentazione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Promuovere aspettative e credenze che ottimizzano la motivazione</li> <li>Facilitare le capacità e le strategie di gestione personale</li> <li>Sviluppare l'autovalutazione e la riflessione</li> </ul>	<b>Fornire opzioni per Comprensione:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Attivare o fornire conoscenze di background</li> <li>Mette in evidenza modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni</li> <li>Elaborazione e visualizzazione delle informazioni della guida</li> <li>Massimizzare il transfer e la generalizzazione</li> </ul>	<b>Fornire opzioni per Funzione Esecutiva:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Guida alla definizione di obiettivi appropriati</li> <li>Sostenere la pianificazione e lo sviluppo di strategie</li> <li>Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse</li> <li>Aumentare la capacità di monitoraggio dei progressi</li> </ul>
	<b>Studenti Esperti</b> che sono...		
	<b>Intenzionati &amp; Motivati</b>	<b>Pieni di risorse &amp; Consapevoli</b>	<b>Strategici &amp; Orientati agli obiettivi</b>

Il Centro per Tecnologia Speciale Applicata (CAST, Center for Applied Special Technology) ha sviluppato un inquadramento completo del concetto di Progettazione Universale per l'Apprendimento (UDL, Universal Design for Learning), con l'obiettivo di concentrare la ricerca, lo sviluppo e la pratica educativa sulla comprensione della diversità e sulla facilitazione dell'apprendimento. L'UDL include una serie di principi, articolati in *Linee guida e checkpoints*. Alla base del quadro di riferimento dell'UDL vi è la constatazione che "gli studenti sono altamente variabili nella loro risposta all'istruzione [...]".

Così, l'UDL si concentra su queste differenze individuali come elemento importante ai fini della comprensione e



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

progettazione di una didattica efficace per l'apprendimento.

A questo scopo, l'UDL porta avanti tre principi fondamentali: 1) fornire molteplici mezzi di rappresentazione, 2) fornire molteplici mezzi di azione ed espressione, 3) fornire molteplici mezzi di coinvolgimento. In particolare, le linee guida del primo principio si riferiscono ai mezzi di percezione coinvolti nella ricezione di determinate informazioni e di "comprensione" delle informazioni ricevute. Le linee guida del secondo principio tengono conto dell'elaborazione delle informazioni/idee e della loro espressione. Infine, le linee guida del terzo principio riguardano il dominio dell'"influenza" e della "motivazione", anch'esse essenziali in ogni attività educativa.

Per le nostre analisi, ci concentreremo in particolare sulle linee guida specifiche all'interno dei tre principi. Le linee guida all'interno del Principio 1 (fornire molteplici mezzi di rappresentazione), suggeriscono di proporre diverse opzioni di percezione e di offrire un supporto per la decodifica della notazione matematica e dei simboli. Inoltre, le linee guida suggeriscono l'importanza di fornire opzioni di comprensione che mettano in evidenza modelli, caratteristiche critiche, grandi idee e relazioni tra nozioni matematiche. Di conseguenza, proporremo l'utilizzo del software AlNuSet per guidare l'elaborazione, la visualizzazione e la manipolazione delle informazioni, al fine di massimizzare il trasferimento e la generalizzazione.

Inoltre, le linee guida del Principio 2 (fornire molteplici mezzi di azione ed espressione) suggeriscono di offrire diverse opzioni di espressione e comunicazione a supporto della pianificazione e dello sviluppo di strategie. Infine, le linee guida del Principio 3 mostrano come certe attività possono suscitare l'interesse degli studenti, ottimizzando la scelta e l'autonomia individuale e riducendo al minimo le minacce e le distrazioni.

Nella sezione 4 presenteremo esempi di attività, discutendo il tipo di apprendimento matematico a cui si rivolgono e l'area cognitiva che supportano. Mostreremo come questi esempi sono stati progettati nell'ambito dei principi dell'UDL per renderli inclusivi ed efficaci ai fini del superamento delle difficoltà matematiche individuate attraverso il questionario B2.

Un altro riferimento teorico a cui ci riconduciamo deriva dall'esperienza del progetto europeo **FaSMEd**, che si è focalizzato sulla valutazione formativa in matematica e scienze, (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

La valutazione formativa (FA) è concepita come un metodo di insegnamento in cui "l'evidenza dei risultati degli studenti è suscitata, interpretata e utilizzata da insegnanti, studenti o loro coetanei per prendere decisioni sui passi successivi dell'istruzione che sono probabilmente migliori, o meglio fondati, rispetto alle decisioni che avrebbero preso in assenza dell'evidenza suscitata" (Black & Wiliam, 2009, p. 7). Il progetto FaSMEd si riferisce allo studio di William e Thompson (2007), che identifica cinque strategie chiave per le pratiche di FA in ambito scolastico: (a) *chiarire e condividere le intenzioni di apprendimento e i criteri per il successo educativo*; (b) *progettare discussioni efficaci in classe e altri compiti di apprendimento che suscitino prove di comprensione da parte degli studenti*; (c) *fornire un feedback che faccia avanzare gli studenti*; (d) *attivare gli studenti come risorse didattiche l'uno per l'altro*; (e) *attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento*. L'insegnante, i coetanei dello studente e lo studente stesso sono gli agenti che attivano queste strategie di FA.

Le strategie di FA sono riassunte nella tabella 4.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Tabella 4

	Dove sta andando lo studente	Dove si trova lo studente	Come arrivarci
<b>Insegnante</b>	<b>1</b> Chiarire intenzioni d'apprendimento e criteri per il successo educativo  Comprendere e condividere intenzioni d'apprendimento e criteri per il successo educativo	<b>2</b> Progettazione di un'efficace discussione in classe e di altri compiti di apprendimento che rendono evidente la comprensione da parte degli studenti	<b>3</b> Fornendo un feedback che faccia avanzare gli studenti
<b>Coetaneo</b>	Comprendere intenzioni d'apprendimento e criteri per il successo educativo	<b>4</b> Attivare gli studenti come risorse didattiche l'uno per l'altro	
<b>Studente</b>		<b>5</b> Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento	

A partire da tale concettualizzazione della valutazione formativa, attraverso il progetto europeo FaSMEd sono state progettate e testate diverse attività di classe che sfruttano la tecnologia a supporto delle strategie di valutazione formativa.

Le attività di FaSMEd sono organizzate in sequenze che comprendono il lavoro di gruppo su schede e la discussione in classe, in cui i lavori di gruppo selezionati sono discussi da tutta la classe, sotto la direzione dell'insegnante. Tenendo conto delle strategie di valutazione formativa e delle funzionalità tecnologiche, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) hanno progettato tre tipi di schede per l'attività in classe:

- "(1) *schede problema*: schede che introducono un problema e pongono una o più domande che implicano l'interpretazione o la costruzione della rappresentazione (verbale, simbolica, grafica, tabulare) della relazione matematica tra due variabili (es. interpretazione di un grafico distanza-tempo);
- (2) *schede di aiuto*, volte a sostenere gli studenti che si trovano in difficoltà con le *schede problema*, fornendo suggerimenti specifici (ad es. domande guida);
- (3) *schede sondaggio*: schede che suggeriscono un sondaggio tra le opzioni proposte".

Gli autori hanno individuato le strategie di feedback (tabella 5) che l'insegnante può adottare per dare un feedback agli studenti (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Queste strategie sono utilizzate nella discussione in classe organizzata dall'insegnante dopo il lavoro di gruppo sulle schede.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

**Tabella 5:**

Ripetere	Quando l'insegnante ripete l'intervento di uno studente in modo da attirare l'attenzione su di esso. Spesso, durante la ripetizione, l'insegnante sottolinea con l'intonazione della voce alcune parole cruciali della frase che sta ripetendo. La riformulazione avviene quando l'insegnante riformula l'intervento di uno studente, con il duplice scopo di attirare l'attenzione della classe e di rendere l'intervento più comprensibile a tutti.
Riformulare	La riformulazione avviene quando l'insegnante riformula l'intervento di uno studente, con il duplice obiettivo di attirare l'attenzione della classe e di rendere l'intervento più comprensibile a tutti. La riformulazione si applica quando l'insegnante ritiene che l'intervento possa essere utile ma che debba essere comunicato in modo migliore per diventare una risorsa per gli altri. [...] Le strategie di revoca e di riformulazione [...] trasformano uno studente (l'autore dell'intervento) in una risorsa per la classe.
Riformulare con scaffolding	Quando l'insegnante, oltre a riformulare, aggiunge alcuni elementi per guidare il lavoro degli studenti.
Rilanciare	Quando l'insegnante reagisce all'intervento di uno studente che considera interessante per la classe, non dando un feedback diretto, ma ponendo una domanda connessa. In questo modo, rilanciando, l'insegnante fornisce un feedback implicito [...] sull'intervento dello studente, suggerendo che la questione è interessante e merita di essere approfondita o, al contrario, ha alcuni punti problematici e dovrebbe essere rielaborata.
Confrontare	Il contrasto avviene quando l'insegnante richiama l'attenzione su due o più interventi, che rappresentano due posizioni diverse, in modo da favorire il confronto. Attraverso il confronto, [...] gli autori delle due posizioni possono essere risorse per la classe, oltre che responsabili del proprio apprendimento.

Dall'esperienza FaSMEd traiamo l'idea di creare attività in aula nella prospettiva della valutazione formativa che possa promuovere l'inclusione. Un esempio di attività di FaSMEd è *l'attività dei grafici a distanza-tempo*, che sarà presentata nella sezione 4.

### 3.2 Progettare gli strumenti d'intervento – linee guida

Una volta individuate le aree di difficoltà attraverso il questionario B2, è possibile progettare attività didattiche appositamente concepite per gli studenti con Disabilità di Apprendimento Matematico - MLD e con una specifica attenzione all'inclusione.

In particolare, gli Strumenti di Intervento possono essere:

- Sotto forma di attività articolate che devono essere svolte con tutta la classe, in un'ottica di inclusione;
- Sotto forma di esercizi specifici che possano aiutare uno studente in difficoltà o tutti gli studenti della classe a lavorare insieme sulla stessa attività.

Nella sezione 4, presentiamo alcuni esempi di strumenti di intervento focalizzati sui seguenti oggetti matematici:



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- **calcolo mentale**, quando la difficoltà è principalmente legata all'area della *Memoria cognitiva*;
- **il significato della variabile e dell'espressione che dipende da tale variabile**, quando la difficoltà è principalmente legata all'area cognitiva del *Ragionamento*;
- **sintassi posizionale in espressioni algebriche**, quando la difficoltà è principalmente legata all'area cognitiva Visuo-spaziale;
- **interpretazione di grafici**, quando la difficoltà è principalmente legata all'area cognitiva Visuo-spaziale.

La seguente tabella (tabella 6) presenta gli oggetti matematici sopracitati e la loro connessione con aree cognitive e domini matematici.

**Tabella 6:** Un primo elenco di oggetti matematici nelle aree di difficoltà individuate attraverso il questionario B2.

	Aritmetica	Geometria	Algebra
<b>Memoria</b>	<p><b>Conoscere e applicare procedure e strategie.</b> Ad esempio, calcolare mentalmente <math>36 \times 11</math>. Una strategia efficace per risolvere mentalmente questa operazione richiede la scomposizione di 11 in <math>10+1</math> e l'applicazione della proprietà distributiva, come di seguito: <math>36 \times 10 = 360</math> In seguito, è necessario calcolare il risultato parziale di <math>36 \times 10</math> (360) e aggiungerlo a 36: <math>36 \times 10 + 36 = 396</math>. Gli studenti devono recuperare i risultati intermedi.</p>		
<b>Ragionamento</b>			<p><b>Significato della variabile e di un'espressione in una variabile</b>  Ad esempio, gli studenti possono avere difficoltà a risolvere le seguenti domande: - Se <math>a=3</math> qual è il valore di <math>2a+1</math>? - Se <math>x=4</math> qual è il valore di <math>24/x</math>?</p>
<b>Visuo-spaziale</b>			<p>Gli studenti possono avere difficoltà con gli oggetti matematici a causa della loro rappresentazione spaziale. Gli oggetti matematici che possono essere critici sono ad esempio quelli algebrici, espressioni che implicano potenze, perché è necessario riconoscere la posizione del simbolo, dato che esso cambia il suo ruolo nell'espressione a seconda della sua posizione. Ad esempio, possono trovare difficoltà a distinguere le seguenti richieste: - <math>x^2 =</math> - <math>2x =</math> - <math>x2 =</math> Un altro oggetto matematico critico è il grafico nel piano cartesiano.</p>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Come commento metodologico generale, segnaliamo che il nostro obiettivo è quello di progettare sequenze didattiche ben articolate, che comprendano anche il lavoro di gruppo e la discussione matematica sotto la direzione dell'insegnante. Le sequenze di insegnamento sono concepite per affrontare specifiche difficoltà di apprendimento, in una prospettiva inclusiva. Le attività non devono essere intese come semplici esercizi, a meno che non svolgano il ruolo di formazione cognitiva. Nella formazione cognitiva lo studente è portato ad eseguire una serie di esercizi che si concentrano sullo stesso contenuto matematico, utilizzando le TIC per avere una sequenza ripetuta.

Al fine di supportare la comunicazione e la condivisione degli strumenti di intervento tra i partner e a tutti gli insegnanti che possono essere interessati al progetto, abbiamo sviluppato due modelli per la presentazione dello strumento di intervento.

1. Il modello IO1F è una tabella che deve essere compilata dall'autore di uno strumento di intervento, fornendo tutte le informazioni di base sullo strumento di intervento.
2. Il modello IO1G contiene la descrizione completa dello strumento di intervento. Per essere auto-coerente, dovrebbe contenere anche i riferimenti teorici che inquadrano la progettazione e la realizzazione dello strumento.

I modelli sono presentati qui sotto:

<b>IO1.F – DESCRIZIONE DELLO STRUMENTO D'INTERVENTO</b>	
<b>Titolo dello strumento d'intervento*</b>	<i>Si prega di scrivere il titolo dello strumento di intervento</i>
<b>L'attività è pensata per*</b>	<input type="checkbox"/> Individuo <input type="checkbox"/> Classe
<b>Area cognitiva e dominio matematico di riferimento*</b> <i>È possibile selezionare una sola scelta</i>	<input type="checkbox"/> Numero Base <input type="checkbox"/> Memoria/Aritmetica <input type="checkbox"/> Memoria/Geometria <input type="checkbox"/> Memoria/Algebra <input type="checkbox"/> Ragionamento/Aritmetica <input type="checkbox"/> Ragionamento /Geometria <input type="checkbox"/> Ragionamento /Algebra <input type="checkbox"/> Visuo-spaziale/Aritmetica <input type="checkbox"/> Visuo-spaziale /Geometria <input type="checkbox"/> Visuo-spaziale /Algebra
<b>Principi di Progettazione Universale per l'Apprendimento*</b> <i>È possibile selezionare più di una scelta</i>	<input type="checkbox"/> Coinvolgimento/Reclutare interesse <input type="checkbox"/> Coinvolgimento /Sostenere sforzi e persistenza <input type="checkbox"/> Coinvolgimento /Autoregolamentazione <input type="checkbox"/> Rappresentazione/Perception <input type="checkbox"/> Rappresentazione /Linguaggio e simboli <input type="checkbox"/> Rappresentazione /Comprensione <input type="checkbox"/> Azione ed espressione/Azione fisica <input type="checkbox"/> Azione ed espressione /Espressione e comunicazione <input type="checkbox"/> Azione ed espressione /Funzioni esecutive



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

<b>Strategie di valutazione formativa*</b> <i>È possibile selezionare più di una scelta</i>	<input type="checkbox"/> Chiarire intenzioni d'apprendimento e criteri per il successo <input type="checkbox"/> Progettare discussioni in classe <input type="checkbox"/> Fornire feedback <input type="checkbox"/> Attivare gli studenti come risorse didattiche l'uno per l'altro <input type="checkbox"/> Attivare gli studenti come proprietari del proprio apprendimento
<b>Attrezzatura necessaria*</b>	<i>Si prega di annotare l'attrezzatura (computer, tablet, proiettore, software specifico...) necessaria per realizzare lo strumento di intervento</i>
<b>Tempo stimato*</b>	<i>Si prega di scrivere il tempo stimato necessario per realizzare lo strumento di intervento</i>
<b>Descrizione*</b>	<i>Si prega di scrivere una breve descrizione dello strumento di intervento</i>
<b>Obiettivo formativo*</b>	<i>Si prega di indicare l'obiettivo formativo dello strumento di intervento</i>
<b>Fonti*</b>	<i>Si prega di fornire le risorse che hanno ispirato la pianificazione dello strumento di intervento</i>
<b>Appendice</b>	<i>Si prega di produrre una descrizione delle attività pratiche dello Strumento d'intervento utilizzando il modello IO1.G - Strumento d'intervento.</i>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## IO1.G – STRUMENTO D'INTERVENTO

### Introduzione

In questa sezione viene presentata un'introduzione generale allo strumento di intervento.

### Cornice di riferimento teorica

In questa sezione viene presentato il quadro teorico comune di riferimento.

### Progettazione

Nelle sottosezioni vengono presentate in dettaglio le attività dello strumento di intervento:

- **Difficoltà identificate attraverso il questionario B2**

Lo strumento di intervento viene presentato in riferimento ad una difficoltà specifica che è stata rilevata tramite il questionario.

- **Area cognitiva e dominio matematico d'interesse**

La difficoltà specifica menzionata nella sottosezione 3.1 deve essere collegata a un'area cognitiva e a un dominio matematico di interesse.

- **Obiettivi formativi**

Una volta individuata la difficoltà, lo strumento di intervento dovrebbe mirare ad affrontarla.

- **Rivolgimento a Studente/classe**

Lo strumento di intervento può essere rivolto a tutta la classe o a singoli studenti.

- **Attività formative: lo strumento d'intervento**

In questa sottosezione le attività devono essere descritte in dettaglio.

### Fonti

I riferimenti per il quadro teorico sono già forniti.

## 3.3 Esempi di strumenti d'intervento

### Strumento d'intervento 1

Presentiamo uno strumento di intervento che può essere utile in riferimento alle difficoltà evidenziate nelle seguenti voci di B2, Q3A11 e Q3A12:

Se  $a=3$  qual è il valore di  $2a+1$ ?

Se  $x=-4$ , qual è il valore di  $24/x$ ?

Come abbiamo già sottolineato, la difficoltà in tale voce può essere legata all'area cognitiva del *Ragionamento* e al dominio dell'*Algebra*. Lo strumento di intervento ha lo scopo di **Costruire il Significato** della variabile e dell'espressione in una variabile.



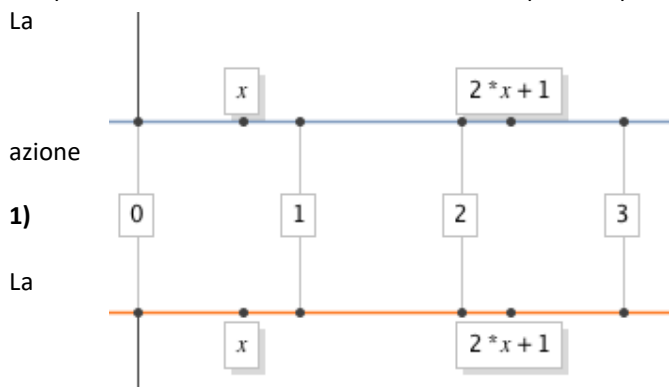
Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Qui presentiamo una serie di attività didattiche pensate per la classe.



progettazione di tali attività si basa sull'uso dei principi dell'UDL per rendere le attività inclusive. In particolare, forniamo molteplici mezzi di rappresentazione, che promuovono sia l'impegno degli studenti che la loro ed espressione.

**Rappresentazione dinamica della variabile e dell'espressione a seconda di tale variabile.**

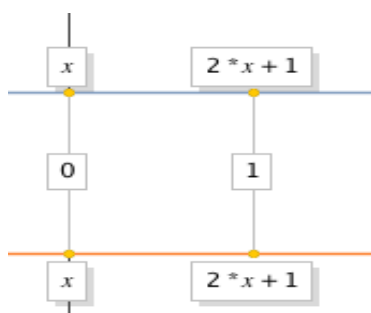
La prima idea nella progettazione delle attività si basa sull'uso del software alNuset, (vedi <http://www.alnuset.com/en/alnuset>). alNuset è stato progettato per gli studenti delle scuole superiori (dai 12-

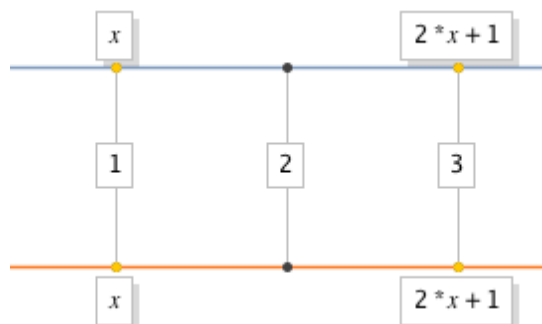
13 ai 16-17 anni) ed è composto da tre ambienti separati strettamente integrati: la Linea Algebrica, il Manipolatore Algebrico e il Piano Cartesiano. Descriveremo le caratteristiche della Linea Algebrica, attraverso la seguente attività, che supporta la concettualizzazione delle nozioni algebriche di variabile ed espressione in funzione di una variabile negli studenti affetti da MLD (Robotti, E. 2016; Robotti E., Baccaglioni-Frank A., 2017).

Sulla Linea Algebrica è possibile collocare variabili ed espressioni che dipendono da esse. Per fare questo, l'utente deve digitare una lettera, per esempio, "x", e sulla linea apparirà un punto mobile. Il punto può variare all'interno dell'insieme di numeri scelto (naturale, intero, razionale o reale) e la variazione può essere controllata direttamente dall'utente tramite trascinarsi. Questa caratteristica è stata progettata in modo da poter incarnare aspetti importanti della nozione di variabile. Inoltre, è possibile costruire sulla linea espressioni che dipendono da una variabile scelta, per esempio,  $2x+1$ . Su questa espressione dipendente non si può agire direttamente, ma essa si muoverà di conseguenza quando x viene trascinato. L'espressione dipendente assumerà sulla linea le posizioni che corrispondono ai valori che assume quando la variabile dipendente assume il valore su cui viene trascinato (Figura 1).

Figura 1. Il movimento della variabile x sulla Linea Algebrica produce il movimento dell'espressione dipendente  $2x+1$  sulla linea.

Figura 1:





Notiamo che le funzionalità descritte propongono diverse rappresentazioni (Principio UDL 1) e sono finalizzate a favorire per l'utente una mediazione dei concetti algebrici di espressione variabile e dipendente, attraverso un modello dinamico attuabile (Principio UDL 2). La mediazione può avvenire grazie a canali visivi e cinestetici, senza bisogno di mezzi visivi verbali (linguaggio scritto). La costruzione del concetto così realizzato può permettere agli studenti, e soprattutto a quelli con MLD, di trovare riferimenti mnemonici appropriati al loro stile cognitivo. Questo permette loro di iniziare ad utilizzare le rappresentazioni dei concetti algebrici fondamentali in gioco, ed eventualmente di collocarli e recuperarli dalla memoria a lungo termine in modo più efficace.

Con il supporto di AlNuSet, l'insegnante può promuovere una discussione tra gli studenti della classe per concettualizzare l'idea di *variabile*.

Infatti può chiedere agli studenti di spostare  $x$  lungo la linea e di rispondere alle seguenti domande: "Cosa si può osservare?", "Come si interpreta ciò che accade?".

Inoltre, l'insegnante può promuovere anche una discussione tra gli studenti per concettualizzare l'idea di *espressione in funzione della variabile  $x$* .

Pertanto, il docente chiede agli studenti di digitare  $2x+1$  nello spazio dell'editor della Linea Algebrica e dà vita a una discussione partendo dalla seguente domanda: "Cosa succede sulla Linea Algebrica?"

"Come si interpreta ciò che accade all'espressione algebrica  $2x+1$ ?"

Potrebbe essere interessante, in un primo momento, promuovere la definizione di un'ipotesi senza il supporto dinamico di AlNuSet.

Così, l'insegnante potrebbe chiedere agli studenti: "Se  $x=3$ , quale pensi sarà il valore dell'espressione  $2x+1$ ? Fate la vostra ipotesi, confrontatela con i vostri compagni e poi verificatela sulla Linea Algebrica di AlNuSet".

Una discussione (guidata dall'insegnante) su ciò che gli studenti osservano sulla Linea Algebrica e su come possono interpretarla in modo algebrico, permette agli studenti di costruire il significato della *variabile* e *dell'espressione in funzione di tale variabile*.

**2) Rappresentazione della relazione tra variabile ed espressione in funzione di tale variabile su piano cartesiano e su tabella**

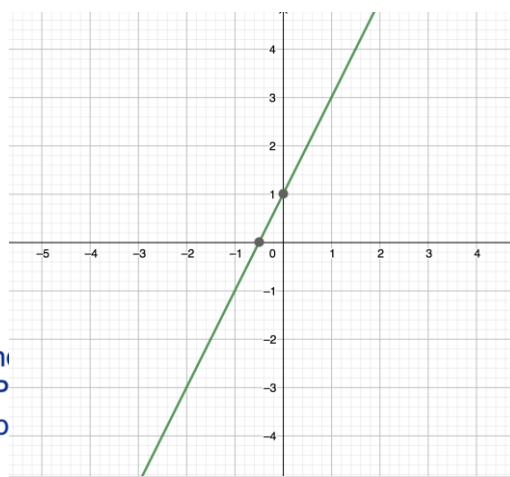
Prendiamo in considerazione una tabella che definisca la relazione tra la variabile “x” e l’espressione  $2x+1$ .

x	$2x+1$
1	
2	
3	
0	
-1	
-4	

L’insegnante chiede agli studenti di calcolare il valore dell’espressione  $2x+1$  a partire dai valori della variabile indipendente “x”:

x	$2x+1$
1	$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$
2	$2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$
3	$2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$
0	$2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
-1	$2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$
-4	$2 \cdot (-4) + 1 = -8 + 1 = -7$

L’insegnante chiede  
piano cartesiano:



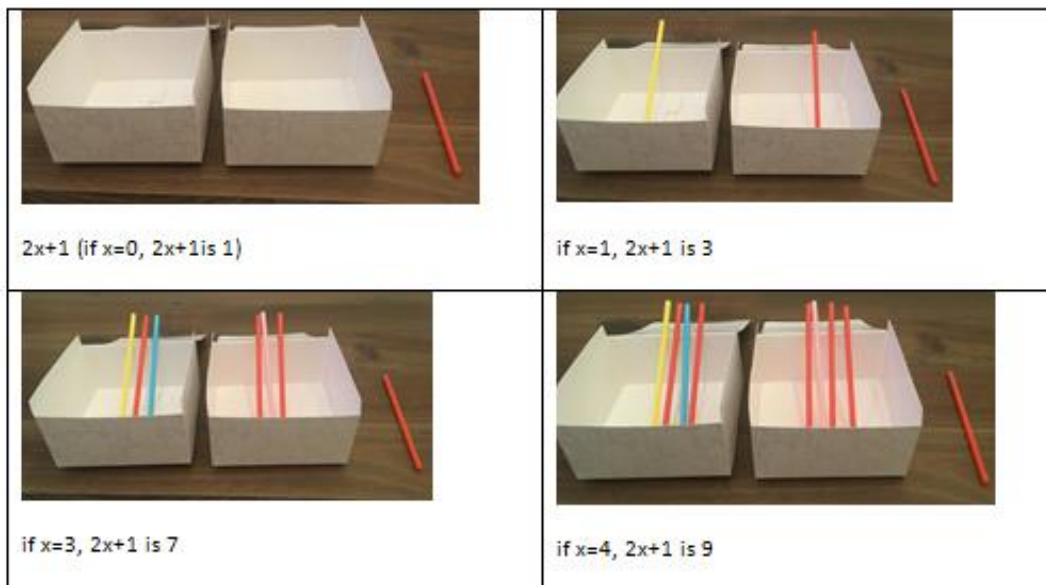
agli studenti di illustrare la relazione su un

Il docente guida la discussione sulla relazione tra  $x$  e l'espressione  $2x+1$ , sia attraverso la rappresentazione geometrica (sul piano cartesiano), sia attraverso la relazione algebrica (in tabella), in modo che gli studenti possano passare da un codice all'altro (processo di transcodifica).

### 3) Rappresentazione concreta di una variabile e di un'espressione che dipende da tale variabile

L'insegnante presenta due scatole identiche (ciascuna rappresenta  $x$ ) e una cannuccia (la costante), (Figura 2). Variando il numero di cannucce nelle scatole (lo stesso per entrambe, questo significa variare il valore della variabile), le cannucce totali variano (variando il valore dell'espressione a seconda di tale variabile).

**Figura 2:** Variazione del valore dell'espressione  $2x+1$  variando il numero di cannucce nelle scatole ( $x$ ).



Il significato di "variabile" e di "espressione che dipende da tale variabile" in algebra è costruito in modo percettivo attraverso la manipolazione di oggetti concreti.

#### Discussione attraverso le linee guida UDL sulle suddette attività

Osserviamo che lo stesso obiettivo formativo di definire il significato di "variabile" e di "espressione dipendente da tale variabile" in algebra viene affrontato in modo diverso agendo sui tre principi dell'UDL (Tabella 7, in rosso i nostri commenti per illustrare la connessione tra i principi e le nostre attività).



**Tabella 7:** Analisi delle attività attraverso la Tabella dei principi dell'UDL.

<i>Coinvolgimento</i>	<i>Representation</i>	<i>Azione &amp; Espressione</i>
<p><b>Reclutare interesse</b>            Ottimizzare scelta individuale e autonomia            Ottimizzare rilevanza, valore e autenticità            Minimizzare minacce e distrazioni</p>	<p><b>Percezione</b>            Offrire modi di personalizzazione la visualizzazione di informazioni            Offrire alternative per l'informazione auditiva            Offrire alternative per l'informazione visiva</p> <p>Diversi registri attraverso cui le informazioni vengono visualizzate (visivo-dinamico; visivo; simbolico)</p>	<p><b>Azione Fisica</b>            Variare i metodi di risposta e navigazione            Ottimizzare l'accesso a strumenti e tecnologie assistivi</p>
<p><b>Sostenere la persistenza dello sforzo</b></p> <p>Aumentare la salienza di obiettivi e traguardi</p> <p>Variare richieste e risorse per ottimizzare la sfida</p> <p>Promuovere collaborazione e comunità</p> <p>Aumentare il feedback orientato alla padronanza</p> <p>I feedback orientati supportano il coinvolgimento e la motivazione nei confronti dell'elaborazione della soluzione del compito</p>	<p><b>Linguaggio &amp; Simboli</b>            Chiarire vocabolario e simboli            Chiarire sintassi e struttura            Offrire un linguaggio alternativo ai simboli per decodificare l'informazione e lavorare su essa            Supportare la decodifica del testo, delle notazioni matematiche e dei simboli</p> <p><i>Questo è promosso dall'azione dinamica e dalla manipolazione di oggetti</i>            Promuovere la comprensione tra più linguaggi</p> <p>Illustrare attraverso diversi media  <i>Questo è promosso dalle attività di transcodificazione tra diversi registri di rappresentazione</i></p> <p>Supportare la decodifica del testo, delle notazioni matematiche e dei simboli  <i>Questo è promosso dalla visualizzazione di registri diversi in contemporanea (ad esempio, sulla Linea Algebrica, una variabile è un punto mobile sull'asse ed è denominata come x)</i></p>	<p><b>Espressione e comunicazione</b>            Utilizzare diversi media per la comunicazione            Utilizzare diversi strumenti per la costruzione e la composizione  <b>Utilizzare diversi registri per comunicare</b></p> <p><i>Questo è promosso dall'uso di termini alternativi a quelli formali per parlare di oggetti matematici. Tali termini alternativi ricordano il significato che è stato costruito dagli studenti. Per esempio, gli studenti che hanno lavorato con AINuSet sono propensi a parlare di "punto in movimento" quando si riferiscono alla variabile.</i></p> <p><i>Inoltre, nelle attività vengono forniti manipolatori matematici virtuali o concreti. Ad esempio, il trascinamento di un punto in movimento può aiutare a visualizzare che la variabile può avere valori diversi sulla linea dei numeri.</i></p> <p><i>Alcune attività legate a questi principi sono:</i>  <i>- chiedere di leggere una tabella utilizzando AINuSet (transcodificazione da tabella ad AINuSet)</i>  <i>- chiedere di leggere AINuSet in una tabella (transcodificazione da AINuSet a tabella)</i></p>
<p><b>Autoregolamentazione</b></p> <p>Promuovere aspettative e credenze che ottimizzano la motivazione            Facilitare le capacità e le strategie di gestione personale            Sviluppare autovalutazione e riflessione</p> <p><i>Le strategie di valutazione formativa, come discusso nella sezione 2, possono aiutare l'autovalutazione e la riflessione. Più specificamente, l'insegnante può fornire diversi tipi di feedback</i></p>	<p><b>Comprensione</b>            Attivare o fornire conoscenze di base</p> <p>Evidenziare modelli, punti critici, grandi idee e relazioni (punto di controllo 3.2)            Guida all'elaborazione e alla visualizzazione delle informazioni            Massimizzare transfer e generalizzazione            Percezione, linguaggio e simboli, comprensione (<b>Costruire una conoscenza utilizzabile, una conoscenza che sia accessibile per le decisioni future, dipende non solo dalla percezione delle informazioni, ma da una attiva "capacità di elaborazione delle informazioni")</b>)</p>	<p><b>Funzioni Esecutive</b>  <b>Guidare un'appropriata definizione degli obiettivi</b></p> <p><i>L'uso di artefatti può anche essere un supporto per la memoria. Gli artefatti guidano il processo di indagine degli studenti, fornendo un feedback al loro processo. Sostenere la pianificazione e lo sviluppo di strategie</i>  <i>Facilitare la gestione delle informazioni e delle risorse</i>  <i>Aumentare la capacità di monitoraggio dei progressi</i></p>

Questo permette agli studenti di costruire un significato per le nozioni algebriche in questione.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### Strumento d'Intervento 2

Questo strumento di intervento è concepito per affrontare le difficoltà che possono emergere quando si ha a che fare con la rappresentazione algebrica. Nel caso considerato la difficoltà è più legata al dominio cognitivo visuo-spaziale che al dominio del ragionamento (vedi, ad esempio, Q4A11, Q4A12 e Q4A14 di B2).

Consideriamo, ad esempio, le seguenti espressioni algebriche:

$$x^2 = \dots$$

$$2x = \dots$$

Possiamo notare che le difficoltà visuo-spaziali possono aumentare nell'aritmetica avanzata, rispetto all'aritmetica elementare, che si basa sul sistema di rappresentazione posizionale ed è coinvolta una sola direzione (sinistra-destra). Nell'aritmetica avanzata emergono altre direzioni: posizione verticale (frazioni), posizione obliqua (potenze, radici, pedice). Inoltre, i simboli sono scritti con dimensioni diverse, e le diverse dimensioni e posizioni implicano un significato diverso. Si considerino, ad esempio, le seguenti espressioni:

$$2; 22; -2; \frac{1}{2}; 2^2; 2\sqrt{22}; 2\sqrt{2}$$

Inoltre, quando si tratta di numeri negativi è necessario concepire il segno meno come parte del numero, e non più come segno operativo.

Tutte queste caratteristiche possono causare conflitti cognitivi negli studenti, poiché è necessario ricostruire ciò che è stato precedentemente appreso in riferimento ai numeri naturali. Inoltre, lo studente deve eseguire una sintesi visiva più complessa delle espressioni (sia numeriche che algebriche). Per esempio, risolvere le seguenti espressioni richiede il collegamento di 2 e x nel modo corretto, a seconda della posizione dei simboli.

$$x^2 = \dots$$

$$2x = \dots$$

Ciò significa che è necessario identificare la struttura dell'espressione per comprendere il suo significato. La struttura può essere delineata, ad esempio, tramite l'Editor delle equazioni di Word (Figura 3):

Figura 3: Editor struttura



delle equazioni di Word per visualizzare la dell'espressione



Co-finanziato da Erasmus+ of the Eur



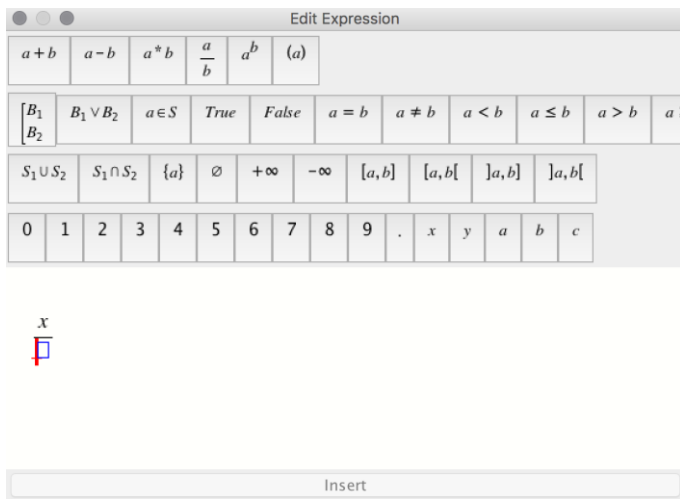
This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Lo stesso può essere svolto con altri editor, ad esempio l'editor di AINuSet (Figura 4):

Figura 4: editor di AINuSet



$$\frac{x}{\square}$$

### Strumento d'Intervento 3

Questo strumento di intervento è concepito per affrontare le difficoltà che possono emergere quando nell'ambito del calcolo mentale (si veda, ad esempio, il Q1.4 del questionario B2).

Ad esempio, nel caso del calcolo:

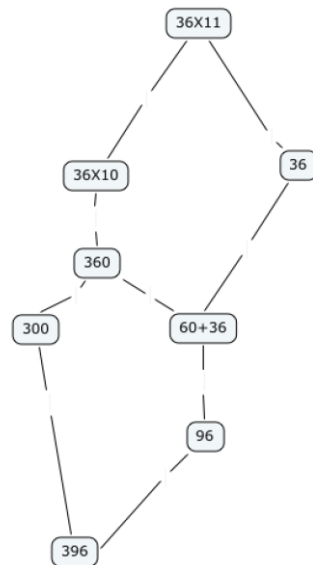
$$36 \times 11$$

Il calcolo mentale richiede una gestione efficiente delle funzioni esecutive, che potrebbe essere rallentata dalla necessità di tenere conto dei risultati intermedi. Se ciò dovesse accadere, l'intero processo di calcolo rischia di fallire. In questo caso, possiamo dire che la difficoltà non sta nella conoscenza delle strategie di calcolo mentale, ma nella memoria: lo studente fallisce a causa della difficoltà di tenere a mente e di recuperare i risultati intermedi del calcolo.

L'intervento è finalizzato a fornire agli studenti un supporto per la memoria. Possono essere utili sistemi di rappresentazione che siano efficienti e veloci nel supportare la memorizzazione e il recupero. Per esempio, si consideri la seguente rappresentazione non formale (Figura 5):

Figura 5: Esempio di scrittura informale come supporto al processo di calcolo.





#### Strumento d'intervento 4

Questo strumento di intervento è concepito per affrontare le difficoltà che possono emergere quando si tratta di grafici sul piano cartesiano e che sono legati al dominio cognitivo visuo-spaziale (si veda, ad esempio, la Q4Ar3, Q4Ar4 e Q4Ar5 del questionario B2).

Questo strumento di intervento attinge dall'esperienza FaSMEd, (vedi <https://microsites.ncl.ac.uk>)

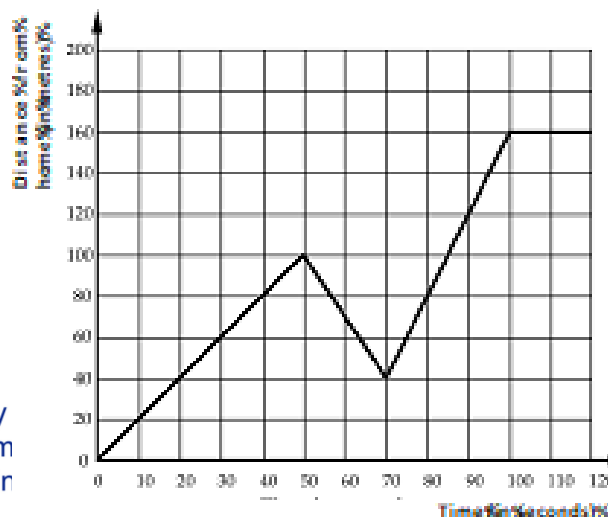
Lo strumento di intervento consiste nel guidare passo dopo passo gli studenti nell'interpretazione del grafico e nel dare ampio spazio al lavoro di gruppo e alla discussione in classe, in modo che gli studenti fungano da risorsa per i compagni che hanno più difficoltà. La discussione in classe è anche occasione, per l'insegnante, di dare un feedback specifico agli studenti.

Segue un breve resoconto della sequenza. Ogni domanda (o *scheda*, nella terminologia del progetto FaSMEd) deve essere somministrata agli studenti per il lavoro di gruppo; dopo ogni domanda, l'insegnante dà vita a una discussione in classe.

La **scheda 1** introduce il grafico e la storia corrispondente: il grafico rappresenta il modo in cui uno studente, Tommaso, cammina, su una strada dritta, da casa alla fermata dell'autobus. La domanda posta agli studenti li fa concentrare sulla seconda sezione del grafico, cioè il segmento che collega i punti (50, 100) e (70, 40). Agli studenti viene richiesto di dedurre dal grafico cosa succede nel periodo di tempo che va dai 50s ai 70s.

Figura 6: Scheda 1

Ogni mattina Tommaso cammina dritta da casa sua a una fermata di distanza. Il grafico giorno particolare.



cammina lungo una strada fermata dell'autobus a 60 mostra il suo viaggio in un



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

(1) Cosa succede nel lasso di tempo tra 50s and 70s? Da cosa lo deduci?

Facciamo notare che agli studenti viene chiesto di spiegare come hanno dedotto queste informazioni dal grafico, in modo da farli riflettere sulle ragioni che supportano la corretta interpretazione di un grafico a distanza di tempo.

La **scheda 1A** è una scheda di aiuto, che può essere fornita agli studenti che hanno difficoltà a rispondere alla scheda 1. L'insegnante può decidere di fornire la scheda a tutti gli studenti che hanno difficoltà legate all'area cognitiva visuo-spaziale.

**Figura 7:** Scheda 1A

(1) Cosa succede nel lasso di tempo tra 50s e 70s?  
Da cosa lo deduci?

**Aiuto per rispondere alla domanda 1:**

Ricorda che Tommaso cammina su una strada dritta.

- Qual è la sua distanza da casa dopo 50s?
- Qual è la sua distanza da casa dopo 70s?

L'"aiuto" all'interno della *scheda* 1A mira a supportare gli studenti nell'interpretazione del grafico in due modi:

1. il suggerimento all'interno della scheda ("Ricordati che Tommaso sta camminando su una strada dritta") ha l'obiettivo di evitare che gli studenti confondano il grafico con il disegno della strada (proponendo interpretazioni come "Tommaso gira a destra, poi a sinistra" o "Tommaso è in discesa e poi di nuovo in salita").
2. le due domande fanno sì che gli studenti si concentrino sul modo in cui varia la distanza di Tommaso da casa, aiutando gli studenti ad osservare che, poiché la distanza diminuisce, Tommaso si avvicina a casa.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

La **scheda 1B** è un foglio di lavoro che richiede un sondaggio: vengono proposte tre risposte, date da altri studenti fittizi, con la richiesta di individuare quella corretta.

**Figura 8:** Scheda 1B

(1) Cosa succede nel lasso di tempo tra 50s e 70s? Da cosa lo deduci?

Qual è la risposta corretta?

- (a) Nel lasso di tempo tra 50s e 70s, Tommaso torna indietro.
- (b) Nel lasso di tempo tra 50s e 70s, Tommaso cambia strada.
- (c) Nel lasso di tempo tra 50s e 70s, la strada su cui Tommaso cammina è in discesa.

La **Scheda 2** sposta il focus sull'ultima sezione del grafico, cioè il segmento orizzontale (100,160)-(120,160).

**Figura 9:** scheda 2.

(2) Cosa succede negli ultimi 20s? Da cosa lo deduci?

La domanda nella *scheda 2* è focalizzata sulla linea orizzontale all'interno di un grafico tempo-distanza.

La **Scheda 3** richiede agli studenti di determinare quando Tommaso raggiunge la fermata dell'autobus. Qui l'attenzione si concentra sull'interpretazione di un punto in un grafico tempo-distanza come veicolo di due informazioni: la distanza da casa e il tempo trascorso. Gli studenti devono identificare il punto (100,160) come quello su cui devono focalizzarsi per trovare la risposta.

**Figura 10:** Scheda 3

(2) Cosa succede negli ultimi 20s? Da cosa lo deduci?

- (a) Dopo 120s
- (b) Dopo  $50 + 70 + 100 + 120$  secondi, cioè dopo 340 secondi
- (c) Dopo 100 secondi
- (d) Dopo 50 secondi

La domanda della scheda 3 è proposta come sondaggio. La prima opzione rappresenta uno degli errori tipici degli studenti, che interpretano l'ultimo punto a destra del grafico come quello che rappresenta il momento in cui Tommaso si ferma. La seconda opzione è stata inserita per vedere se gli studenti l'avrebbero scelta in base all'"espressione matematica" proposta, senza analizzarne la correttezza. Questo sondaggio è stato concepito come punto di partenza per una discussione incentrata sul motivo alla base della scelta delle risposte.

La **scheda 4** è l'ultima domanda proposta per supportare l'interpretazione del grafico da parte degli studenti. Essa fa sì che gli studenti si concentrino sulla distanza percorsa da Tommaso per raggiungere la fermata dell'autobus.

**Figura 11:** Scheda 4



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

(4) Tommaso cammina per 160m? Perché?

La domanda mira a far riflettere gli studenti sulla differenza tra due concetti: la distanza da casa e la distanza percorsa. Anche in questo caso, agli studenti viene chiesto di condividere le ragioni alla base delle loro risposte.

La **scheda 4A** è una scheda aiuto da fornire agli studenti in difficoltà con la scheda 4.

**Figura 12:** Scheda 4A

(4) Tommaso cammina per 160m? Perché?

Aiuto per rispondere alla domanda 4:

Analizza il grafico e rispondi alle seguenti domande:

(a) Qual è la distanza percorsa da Tommaso nei primi 120s?	Risposta:
(b) Qual è la distanza percorsa da Tommaso nel lasso di tempo tra 50s e 70s?	Risposta:
(c) Qual è la distanza percorsa da Tommaso nel lasso di tempo tra 70s e 100s?	Risposta:
(d) Qual è la distanza percorsa da Tommaso negli ultimi 20s?	Risposta:

Risposta alla domanda 4:

L'“aiuto” all'interno della scheda 4 consiste in quattro diverse domande, attraverso le quali gli studenti sono guidati a concentrarsi, separatamente, sulle diverse sezioni del grafico. In questo modo, possono determinare la distanza percorsa da Tommaso come somma delle distanze percorse da Tommaso nei periodi di tempo corrispondenti a ciascuna sezione del grafico.

La **scheda 5** si concentra su un'interpretazione globale del grafico. Gli studenti sono invitati a proporre un possibile completamento della storia, in sintonia con l'interpretazione del grafico supportata dalle schede precedenti.

**Figura 13:** Scheda 5

(5) Dopo aver risposto alle domande dei precedenti fogli di lavoro, descrivi come Tommaso ha camminato sulla strada da casa sua alla fermata dell'autobus. Cosa potrebbe essergli successo?

La **scheda 5** ha lo scopo di permettere agli studenti di ricordare tutti gli aspetti evidenziati nei fogli di lavoro precedenti e nelle discussioni corrispondenti.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### Discussione attraverso le linee guida UDL sulle suddette attività

Osserviamo che la suddetta sequenza didattica è coerente con i tre principi dell'UDL, come evidenziato nella tabella seguente (Tabella 8, in rosso i nostri commenti per illustrare la connessione tra i principi e le nostre attività).

**Tabella 8:** Analisi delle attività attraverso la Tabella dei principi dell'UDL.

Suscitare interesse	Percezione	Azione fisica
<p>Sostenere sforzo e persistenza:</p> <p>Il lavoro di gruppo e la discussione in classe sono funzionali all'obiettivo di favorire la collaborazione e la comunità.</p> <p>Durante la discussione in classe l'insegnante e i coetanei possono fornire un feedback orientato alla padronanza.</p>	<p>Linguaggio e simboli</p> <p>Le schede possono “permettere flessibilità e un facile accesso alla rappresentazione multipla della notazione (ad es. formule, problemi di parole, grafici)”</p>	<p>Espressione e comunicazione</p> <p>Il lavoro di gruppo e la discussione in classe possono essere efficaci nel “fornire mentori differenziati (cioè insegnanti/tutor che utilizzano approcci diversi per motivare, guidare, fornire feedback o informare)”, “fornire feedback differenziati (ad esempio, feedback accessibili perché possono essere personalizzati per i singoli studenti)”.</p> <p>Aiutare i fogli di lavoro può essere efficace “nel fornire impalcature che possono essere gradualmente rilasciate con crescente indipendenza e capacità”.</p>
<p>Autoregolamentazione:</p> <p>I feedback degli insegnanti e dei colleghi possono promuovere la successiva autoregolamentazione.</p>	<p>Comprensione: L'analisi del grafico passo dopo passo è un modo per guidare l'elaborazione e la visualizzazione delle informazioni.</p>	<p>Funzioni esecutive</p>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Bibliografia

- [1] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- [2] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. *ZDM Mathematics Education*.
- [3] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. *Proceedings of CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland*. hal-01949286, pp. 3460-3467.
- [4] Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.
- [5] Robotti E., Baccaglini-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In *Innovation & Technology. Series Mathematics Education in the Digital Era*, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.
- [6] Robotti E., (2016). Designing innovative learning activities to face up to difficulties in algebra of dyscalculia students: how exploit the functionality of AlNuSet. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks - Potential and pitfalls*. A. Baccaglini-Frank, A. Leung (eds), Springer Publisher.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)