



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Capítulo 3

# Como lidar com os Transtornos e Dificuldades de Aprendizagem em Matemática



# SMILD

Desenvolvido no enquadramento do projeto europeu

SMILD

Número de projecto: 2018-1-IT02-KA201-048274



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Indice

<b>Introdução</b> .....	3
<b>3.1. Elaboração das ferramentas de intervenção - enquadramento teórico</b> .....	4
<b>2. Elaboração das ferramentas de intervenção - diretrizes</b> .....	8
<b>3. Exemplos de ferramentas de INTERVENÇÃO</b> .....	12
<b>Referências bibliográficas</b> .....	25



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## Introdução

Este capítulo visa apresentar e discutir as formas para lidar com os transtornos e dificuldades de aprendizagem em matemática desenvolvidas e testadas durante o projeto SMILD.

Conforme realçado no capítulo 1, a forma para lidar com os transtornos e dificuldades de aprendizagem varia conforme os países. É comum o professor possuir um papel crucial na identificação da dificuldade, ao compreendê-la e ao decidir como agir, com o objetivo de ajudar o estudante. O projeto SMILD foi concebido exatamente para trabalhar para os professores e com os professores, dando apoio aos alunos com necessidades. Esta forma de abordar os transtornos e dificuldades de aprendizagem está organizada em dois passos: no primeiro, é necessário compreender tais dificuldades, isto é, identificar os perfis da dificuldade. Isto é feito no projeto através de dois inquéritos (B1 e B2), que estão descritos detalhadamente no *Intellectual Output 1*. Uma vez identificados os perfis de dificuldade dos estudantes, é possível planejar e implementar ferramentas de intervenção para uma dificuldade específica, que podem ser usadas pelo professor em interação com um único aluno ou ao lecionar o grupo.

Uma característica chave de todo o projeto é o facto de o planeamento dos inquéritos e das ferramentas de intervenção ser inspirado na mais recente investigação de referência sobre transtornos e dificuldades de aprendizagem em matemática. No projeto, existe a identificação de **ferramentas teóricas** que podem modular o planeamento e a gestão das ferramentas de intervenção para alunos de forma individual ou coletiva. Estas ferramentas teóricas permitiram identificar as **diretrizes gerais para a produção** de ferramentas de intervenção eficientes. Para além disto, foram planeadas e testadas as **ferramentas de intervenção** (*Intellectual Output 2*) que abordam as dificuldades específicas. O produto final é um conjunto acessível e gratuito de ferramentas, baseadas em TIC, disponíveis em inglês e outras três línguas no âmbito do consórcio do projeto (italiano, polaco e português), a fim de garantir o alto potencial de transferibilidade da produção intelectual realizada. Uma característica interessante é que cada parceiro propôs ferramentas de intervenção que foram planeadas em alusão a um contexto nacional específico, mas que, agora, graças ao projeto, podem ser exploradas também por professores de outros países. Outra questão relevante é o facto de o projeto ter optado por uma revisão transnacional, para que cada ferramenta de intervenção fosse aperfeiçoada graças aos comentários dos parceiros do projeto.

Este capítulo contém:

- o enquadramento teórico que foi utilizado para planejar as ferramentas de intervenção eficientes. Este enquadramento teórico refere-se às abordagens educativas inclusivas (princípios do DUA, vide <http://udlguidelines.cast.org/>) e à avaliação formativa (baseada no projeto FaSMED, vide <https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>);
- as diretrizes desenvolvidas para elaborar as ferramentas de intervenção; ressalta-se que as diretrizes devem, em princípio, também modular o projeto de outras ferramentas de intervenção pelos professores que leem este capítulo;
- alguns exemplos de ferramentas de intervenção que foram elaboradas e testadas; destaca-se que existem mais ferramentas de intervenção descritas no *Intellectual Output 2*.

Os conteúdos foram desenvolvidos com o objetivo de recurso integral às TIC, bem como meios disponíveis online, e direcionados ao ensino e aprendizagem de matemática, proporcionando links externos a portais, websites, publicações online, documentos em pdf, vídeos, etc.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### 3.1. Elaboração das ferramentas de intervenção - enquadramento teórico

Karagiannakis *et al* (2016) propõem um modelo que classifica as competências matemáticas envolvidas na aprendizagem de matemática em quatro domínios: Conceito de Número, Memória, Raciocínio e Visuoespacial (a estrutura é apresentada na Tabela 1). Os seus resultados apoiam a hipótese de que as dificuldades na aprendizagem da matemática podem ter origens múltiplas e proporcionam um meio para delinear os perfis de aprendizagem em matemática dos alunos.

O quadro ajuda a caracterizar as dificuldades em matemática dos alunos.

Tabela 1: Quadro do Karagiannakis *et al*: domínios do modelo a quatro níveis e conjuntos de competências matemáticas associados a cada domínio.

Domain	Mathematical skills associated with the domain
Core number	Estimating accurately a small number of objects (up to 4); estimating approximately quantities; placing numbers on number lines; managing Arabic symbols; transcoding a number from one representation to another (analogical-Arabic-verbal); counting principles awareness
Memory (retrieval and processing)	Retrieving numerical facts; decoding terminology (numerator, denominator, isosceles, equilateral); remembering theorems and formulas; performing mental calculations fluently; remembering procedures and keeping track of steps
Reasoning	Grasping mathematical concepts, ideas and relations; understanding multiple steps in complex procedures/algorithms; grasping basic logical principles (conditionality – “if ... then ...” statements – commutativity, inversion); grasping the semantic structure of problems; (strategic) decision-making; generalizing
Visual-spatial	Interpreting and using spatial organization of representations of mathematical objects (for example, numbers in decimal positional notation, exponents, geometrical 2D and 3D figures or rotations); placing numbers on a number line; confusing Arabic numerals and mathematics symbols; performing written calculation when position is important (e.g. borrowing/carrying); interpreting graphs and tables

É importante ressaltar que o modelo estruturou também a elaboração do Inquérito B2, visando uma melhor compreensão dos perfis de dificuldade dos alunos. Quanto à elaboração do B2, foram escolhidas questões que estavam relacionadas com as áreas cognitivas, assim como os três domínios matemáticos: aritmética, geometria e álgebra (conceito de número não está relacionado com todas as áreas cognitivas). Como resultado, foram propostas questões que estão localizadas em algumas células da tabela seguinte (Tabela 2).

Tabela 2: Relação dupla entre as áreas cognitivas (memória, raciocínio e visuoespacial) e domínios matemáticos (aritmética, geometria e álgebra).

	Arithmetic	Geometry	Algebra
Memory			
Reasoning			
Visuo-spatial			



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

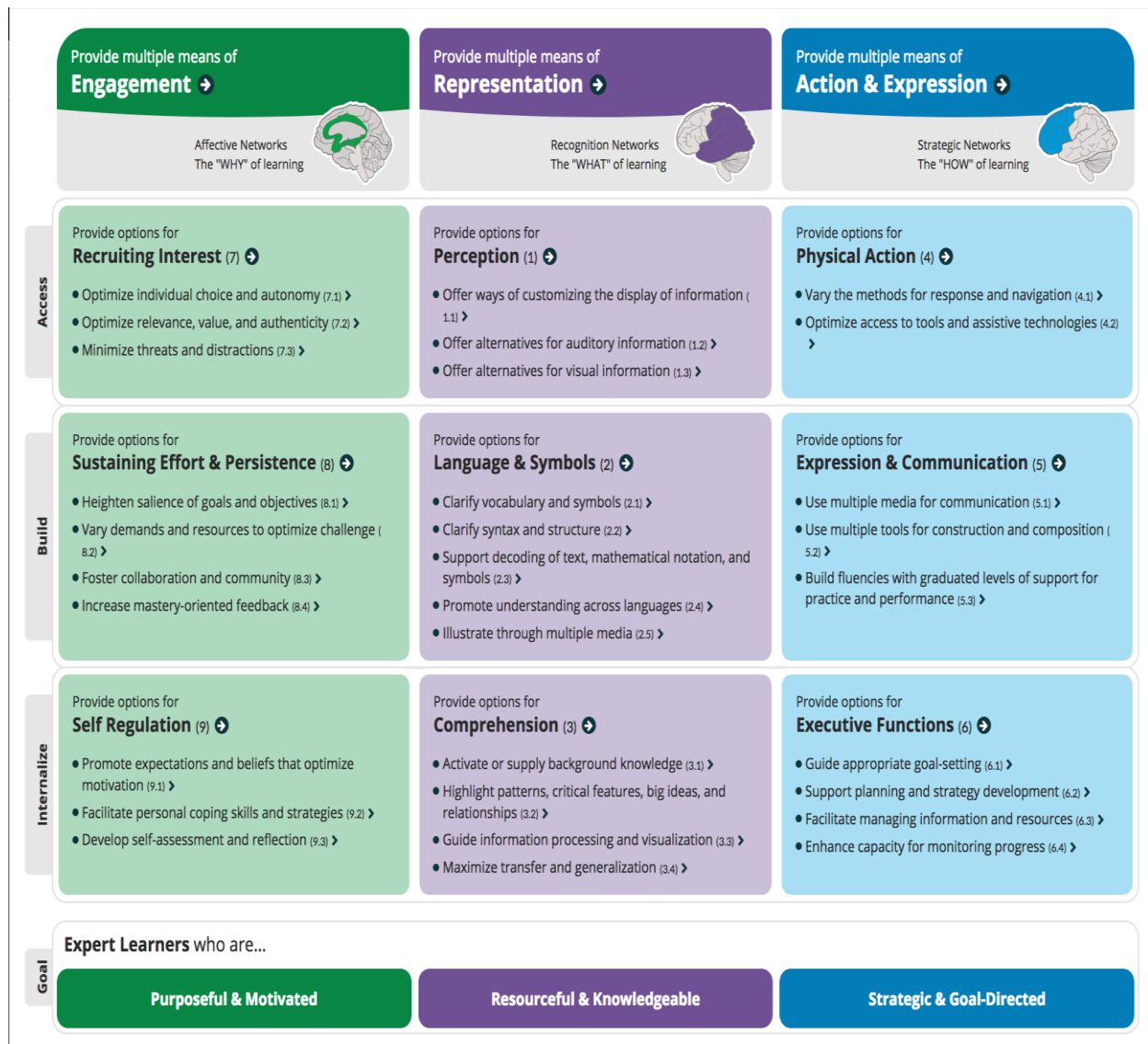


This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Tabela 3: Diretrizes do DUA

O mesmo quadro é usado para a elaboração das ferramentas de intervenção. São aqui apresentadas as referências teóricas que corroboram o planeamento das ferramentas de intervenção.

Primeiramente, faz-se referência aos **Princípios do Desenho Universal para Aprendizagem (DUA)** (Tabela 3), um quadro especificamente concebido para elaborar atividades educativas inclusivas (<http://udlguidelines.cast.org/>)



O Centro para Tecnologia Especial Aplicada (Centre for Applied Special Technology - CAST) desenvolveu um enquadramento em torno do conceito de Desenho Universal para a Aprendizagem (DUA), com o objetivo de se focar na pesquisa, desenvolvimento e prática educacional para, por sua vez, compreender a diversidade e facilitar a aprendizagem. O DUA inclui um conjunto de princípios agrupados sob Guidelines and Checkpoints (*Diretrizes e Pontos*



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

de controlo)<sup>1</sup>. A investigação na base do enquadramento do DUA é a de que «os estudantes são altamente variáveis nas suas respostas às instruções. [...]»

Neste sentido, o DUA incide nestas diferenças individuais como um elemento importante para compreender e conceber instruções eficientes para a aprendizagem.

Partindo deste pressuposto, o DUA desenvolve três princípios fundamentais: 1) a promoção de múltiplos meios de representação; 2) a promoção de múltiplos meios de ação e expressão; 3) a promoção de múltiplos meios de envolvimento. Nomeadamente, as diretrizes inerentes ao primeiro princípio referem-se aos meios de perceção envolvidos na receção de determinada informação e na «compreensão» da informação recebida. Já as orientações do segundo princípio têm em conta o processo de informação/ideias e as suas expressões. Finalmente, as diretrizes do terceiro princípio abrangem o campo da «influência» e «motivação», também essencial em qualquer atividade educativa.

No âmbito deste projeto, focar-nos-emos nomeadamente nas diretrizes específicas contidas nos três princípios<sup>2</sup>.

As diretrizes inerentes ao Princípio 1 (promoção de múltiplos meios de representação) propõem opções diferentes para a perceção e oferecem apoio para decodificar notações e símbolos matemáticos. Para além disso, as diretrizes indicam a importância de providenciar opções para evidenciar padrões, características críticas, grandes ideias e relações entre noções matemáticas. Em conformidade, será proposto o uso do *software* AlNuSet para orientar o processamento de informação, visualização e manipulação, a fim de maximizar a transferência e a generalização.

Já as diretrizes do princípio 2 (promoção de múltiplos meios de ação e expressão) sugerem oferecer opções diferentes para expressão e comunicação, corroborando o desenvolvimento de estratégia e planeamento. Finalmente, as diretrizes do princípio 3 mostram como determinadas atividades podem captar o interesse do aluno, otimizando a autonomia e escolha individual, bem como minimizando ameaças e distrações.

Na secção 4, serão apresentados exemplos de atividades, debatendo a tipologia de aprendizagem em e a área cognitiva corroborada. Será mostrado como estes exemplos foram elaborados dentro do quadro dos princípios do DUA, com o intuito de os tornar inclusivos e eficientes para superar as dificuldades em matemática identificadas através do inquérito B2.

Outra referência teórica, aqui feita, advém da experiência e resultados do projeto europeu **FasMed**, que se focou na avaliação formativa em matemática e ciência (<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>).

A avaliação formativa (AF) é concebida como um método de ensino em que “evidence about student achievement is elicited, interpreted, and used by teachers, learners, or their peers, to make decisions about the next steps in instruction that are likely to be better, or better founded, than the decisions they would have taken in the absence of the evidence that was elicited” [a evidência sobre o aproveitamento do aluno é obtida, interpretada e usada por professores, aprendentes, ou os seus pares, para tomar decisões, sobre os próximos passos na instrução, as quais tendem a ser melhores ou mais bem fundamentadas que aquelas que eles teriam tomado na ausência da evidência que foi esclarecida]. (Black & Wiliam, 2009, p. 7). O projeto FaSMEd faz referência ao estudo de William e Thompson (2007) que identifica as cinco estratégias chave para as práticas de AF no âmbito escolar: (a) clarificar e partilhar critérios e intenções de aprendizagem para o sucesso; (b) criar debates eficientes de sala-de-aula e outras tarefas de aprendizagem que comprovem a compreensão do aluno; (c) promover retorno que estimule os alunos a prosseguir; (d) ativar os alunos enquanto fontes de ensino de um para outro; (d) motivar os alunos a serem os donos da sua própria aprendizagem. O professor, os pares do aluno e o próprio são os agentes que ativam estas estratégias de AF. As estratégias de AF estão resumidas na tabela 4.

<sup>1</sup> Para uma lista completa dos princípios, diretrizes e pontos de controlo, bem como uma descrição mais detalhada das atividades do CAST, visite <http://www.udcenter.org>

<sup>2</sup> Os itens foram recolhidos da lista interativa em <http://www.udcenter.org/research/researchevidence>







Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Tabela 4:

	Where the learner is going	Where the learner is right now	How to get there
Teacher	1 Clarifying learning intentions and criteria for success	2 Engineering effective classroom discussions and other learning tasks that elicit evidence of student understanding	3 Providing feedback that moves learners forward
Peer	Understanding and sharing learning intentions and criteria for success	4 Activating students as instructional resources for one another	
Learner	Understanding learning intentions and criteria for success	5 Activating students as the owners of their own learning	

De acordo com esta conceptualização da avaliação formativa, o projeto europeu FaSMEd elaborou e testou diversas atividades de sala de aula que exploram a tecnologia para apoiar as estratégias de AF.

As atividades FaSMEd estão organizadas em seqüências que englobam trabalho em grupo em fichas de trabalho e o debate em sala de aula, em que os trabalhos em grupo selecionados são debatido sob a orientação do professor. Ao levar em consideração as funcionalidades de tecnologia e estratégias de avaliação formativa, Cusi, Morselli & Sabena (2017, p. 758) desenvolveram três tipos de fichas de trabalho para as atividades em sala de aula:

- (1) *fichas de problemas*: as fichas introduzem um problema e introduzem uma ou mais questões que envolvem a interpretação ou a construção da representação (verbal, simbólica, gráfica, tabular) da relação matemática entre duas variáveis (p. ex.: interpretação de um gráfico de tempo-distância);
- (2) *fichas de apoio*: pretendem apoiar os alunos que enfrentam dificuldades com as *fichas de problemas* ao apresentar sugestões específicas (por ex.: questões direcionadas);
- (3) *fichas de sondagem*: as fichas apresentam uma votação entre as opções propostas.

Os autores identificaram as estratégias de retorno (Tabela 5 que o professor poderá adotar para dar retorno aos estudantes (Cusi, Morselli & Sabena, 2018, p. 3466). Estas estratégias são usadas durante o debate em sala de aula que é organizado pelo professor, após o trabalho em grupo nas fichas.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Tabela 5:

Revoicing	When the teacher mirrors one student's intervention so as to draw the attention on it. Often, during the revoicing, the teacher stresses with voice intonation some crucial words of the sentence she is mirroring. Rephrasing takes place when the teacher reformulates the intervention of one student, with the double aim of drawing the attention of the class and making the intervention more intelligible to everybody.
Rephrasing	Rephrasing takes place when the teacher reformulates the intervention of one student, with the double aim of drawing the attention of the class and making the intervention more intelligible to everybody. Rephrasing is applied when the teacher feels that the intervention could be useful but needs to be communicated in a better way so as to become a resource for the others. [...] The revoicing and rephrasing strategies [...] turn one student (the author of the intervention) into a resource for the class.
Rephrasing with scaffolding	When the teacher, besides rephrasing, adds some elements to guide the students' work.
Relaunching	When the teacher reacts to a student's intervention, which (s)he considers interesting for the class, not giving a direct feedback, but posing a connected question. In this way, by relaunching, the teacher provides an implicit feedback [...] on the student's intervention, suggesting that the issue is interesting and worth to be deepened or, conversely, has some problematic points and should be reworked on.
Contrasting	Contrasting takes place when the teacher draws the attention on two or more interventions, representing two different positions, so as to promote a comparison. By contrasting, [...] the authors of the two positions may be resource for the class as well as responsible of their own learning.

Partimos da experiência da FaSMEd para elaborar atividades de sala de aula na perspetiva da avaliação formativa, que pode promover a inclusão. Um exemplo de atividade da FaSMEd é a *atividade de gráficos tempo-distância* que será apresentada na secção 4.

## 2. Elaboração das ferramentas de intervenção - diretrizes

Uma vez identificadas as áreas de dificuldades, através do questionário B2, é possível elaborar atividades educativas especialmente concebidas para alunos com Dificuldades de Aprendizagem em Matemática (DAM) incidindo especificamente na inclusão.

As Ferramentas de Intervenção podem assumir:

- a forma de atividades articuladas que podem ser realizadas com toda a turma, na perspetiva da inclusão;
- a forma de exercícios específicos que podem ajudar um aluno com dificuldades ou todos os alunos da turma a trabalharem juntos na mesma atividade.

Na secção 4, apresentamos alguns exemplos de ferramentas de intervenção focadas nos seguintes aspetos:





Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- **cálculo mental**, quando a dificuldade está sobretudo relacionada com a área cognitiva da *Memória*;
- **o significado de variável e de expressão dependente desta variável**, quando a dificuldade está sobretudo relacionada com a área cognitiva do *Raciocínio*;
- **sintaxe posicional em expressões algébricas**, quando a dificuldade está sobretudo relacionada com a área cognitiva *Visuoespacial*;
- **interpretação de gráficos**, quando a dificuldade está sobretudo relacionada com a área cognitiva *Visuoespacial*;

A tabela seguinte (Tabela 6) apresenta os objetos matemáticos supracitados e as suas ligações com as áreas cognitivas e os domínios matemáticos.

Tabela 6: Uma lista inicial de objetos matemáticos nas áreas de dificuldades identificadas através do inquérito B2.

	Arithmetic	Geometry	Algebra
Memory	<p><b>Knowing and applying procedures and strategies.</b> For instance, calculating mentally <math>36 \times 11</math>. An effective strategy to solve mentally this operation, requires the decomposition of 11 into 10+1 and the application of the distributive property, as in the follow: <math>36 \times 10 + 36</math> Then, you need to calculate the partial result of <math>36 \times 10</math> (360) and add it to 36: <math>36 \times 10 + 36 = 396</math>. Memory is involved when Students have to recover intermediate results</p>		
Reasoning			<p><b>Meaning of variable and of expression in one variable</b> For instance, students may have difficulty in solving the following questions: If <math>a=3</math> what is the value of <math>2a+1</math>? If <math>x=-4</math>, what is the value of <math>24/x</math>?</p>
Visuo-spatial			<p>Students may have difficulties in dealing with mathematical objects, due to their spatial representation. Mathematical objects that may be critical are, for instance, algebraic expressions involving powers, because it is necessary to recognize the position of the symbol, since the symbol changes its role in the expression according to its position. For instance, they may find difficult to distinguish between the following requests: <math>x^2 = \dots</math> <math>2x = \dots</math> <math>x^2 = \dots</math> Another mathematical object that is critical is the graph in a Cartesian plane.</p>

Como um comentário metodológico generalista, ressalta-se que o foco é elaborar sequências de aprendizagem bem articuladas, ao abranger também trabalhos em grupo e debates matemáticos, sob a orientação do professor. As sequências de aprendizagem foram concebidas para lidar com a dificuldade de aprendizagem específica, no âmbito de uma perspetiva inclusiva. As atividades não servem para serem utilizadas como meros exercícios, a menos que elas representem o papel de treino cognitivo. Neste âmbito, o aluno é guiado a executar uma série de exercícios incidindo no mesmo conteúdo matemático, usando as TIC para ter acesso a uma sequência repetida.

A fim de incrementar a comunicação e a partilha das ferramentas de intervenção entre os parceiros e os professores que possam estar interessados no projeto, foram desenvolvidos dois modelos de ferramenta de intervenção.

1. O modelo IO1F é uma tabela a ser preenchida pelo autor da ferramenta de intervenção, que fornece toda a



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

informação básica da mesma.

2. O modelo IO1G contém a descrição completa da ferramenta de intervenção. Para ser autoconsistente, deve também conter as referências teóricas que estruturam a elaboração e implementação da dita ferramenta.

## IO1.G – INTERVENTION TOOL

### Introduction

In this section, a general introduction to the intervention tool is presented.

### Theoretical framework of reference

In this section, the common theoretical framework of reference is presented.

### Design

In the subsections, the activities of the intervention tool are presented in detail:

- **Difficulties identified through the B2 questionnaire**  
The intervention tool is presented in reference to a specific difficulty that was detected by means of the questionnaire.
- **Cognitive area and math domain of interest**  
The specific difficulty that is mentioned in subsection 3.1 is to be linked to a cognitive area and mathematical domain of interest.
- **Educational Aims**  
Once identified the difficulty, the intervention tool should aim at addressing such a difficulty.
- **Addressing to Student /class**  
The intervention tool may be addressed to all the class or to single student.
- **Educational activities: the Intervention Tool**  
In this subsection the activities are to be described in detail.

### References

Reference for the theoretical framework are already provided.

Os  
mo  
del  
os  
apr  
ese  
nta  
m-  
se  
em  
seg  
uid  
a.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

## IO1.F – DESCRIPTION OF THE INTERVENTION TOOL

<b>Title of the intervention tool*</b>	<i>Please write down the title of the intervention tool</i>
<b>The activity is conceived for*</b>	<input type="checkbox"/> Individual <input type="checkbox"/> Class
<b>Cognitive area and mathematical domain addressed*</b> <i>You can select only one choice</i>	<input type="checkbox"/> Core Number  <input type="checkbox"/> Memory/Arithmetic <input type="checkbox"/> Memory/Geometry <input type="checkbox"/> Memory/Algebra  <input type="checkbox"/> Reasoning/Arithmetic <input type="checkbox"/> Reasoning/Geometry <input type="checkbox"/> Reasoning/Algebra  <input type="checkbox"/> Visual-spatial/Arithmetic <input type="checkbox"/> Visual-spatial/Geometry <input type="checkbox"/> Visual-spatial/Algebra
<b>Universal Design for Learning principles*</b> <i>You can select more than one choice</i>	<input type="checkbox"/> Engagement/recruiting interest <input type="checkbox"/> Engagement/Sustaining efforts and persistence <input type="checkbox"/> Engagement/Self-regulation  <input type="checkbox"/> Representation/Perception <input type="checkbox"/> Representation/Language and symbols <input type="checkbox"/> Representation/Comprehension  <input type="checkbox"/> Action and expression/Physical action <input type="checkbox"/> Action and expression/Expression and communication <input type="checkbox"/> Action and expression/Executive functions
<b>Formative assessment strategies*</b> <i>You can select more than one choice</i>	<input type="checkbox"/> Clarifying learning intentions and criteria for success <input type="checkbox"/> Engineering classroom discussions <input type="checkbox"/> Providing feedback <input type="checkbox"/> Activating students s resources for one another <input type="checkbox"/> Activating learners as the owners of their own learning
<b>Equipment needed*</b>	<i>Please write down the equipment (computer, tablet, projector, specific software...) needed to carry out the intervention tool</i>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### 3. Exemplos de ferramentas de INTERVENÇÃO

#### Ferramenta de intervenção 1

Apresenta-se, aqui, uma ferramenta de intervenção que pode ser útil relativamente às dificuldades encontradas no item do B2, Q3AI1 e Q3AI2:

**Se  $a=3$ , Qual é o valor de  $2a+1$ ?**

**Se  $x=-4$ , Qual é o valor de  $24/x$ ?**

Conforme realçado anteriormente, a dificuldade neste item pode estar ligada à área cognitiva do *Raciocínio* e ao domínio da *Álgebra*. A ferramenta de intervenção está focada na **Construção do Significado**<sup>3</sup> de variável e de expressão numa variável.

Apresentam-se, portanto, uma série de atividades educativas elaboradas para a sala de aula.

A elaboração destas atividades baseia-se na utilização dos princípios do DUA, de modo a torná-las inclusivas. Providenciamos, pois, múltiplos meios de representação, os quais promovem tanto o empenho do aluno quanto a sua ação e expressão.

#### 1) Representação dinâmica de variável e expressão dependente desta variável.

A primeira ideia, ao elaborar as atividades, conta com o uso do *software* AlNuSet, (vide <http://www.alnuset.com/en/alnuset>). O AlNuSet foi desenvolvido para estudantes de escolas secundárias (de 12-13 a 16-17 anos) e é composto por três ambientes separados que estão estreitamente integrados: a Reta Algébrica, o Manipulador Algébrico e o Plano Cartesiano. Serão descritas as características da Reta Algébrica, através da atividade seguinte<sup>4</sup>, a qual suporta a conceptualização das noções algébricas de variável e expressão dependente de uma variável nos alunos com DAM (Robotti, E. 2016; Robotti E., Baccaglini-Frank A., 2017).

Na Reta Algébrica, é possível colocar variáveis e expressões que dependem delas. Para fazer isto, o utilizador tem de digitar uma letra, por exemplo, «x» e um ponto móvel irá aparecer na linha. O ponto pode variar dentro de um conjunto de números escolhidos (natural, inteiro, racional ou real<sup>5</sup>) e a variação pode ser controlada diretamente pelo utilizador através da função arrastar. Este recurso foi desenvolvido para que aspetos importantes da noção de *variável* pudessem ficar incorporados. Para além disso, é possível construir expressões na linha que depende de uma variável escolhida, por exemplo,  $2x+1$ . Esta expressão dependente não pode ser utilizada diretamente, mas move-se em resposta quando «x» é arrastado. A expressão dependente assumirá as posições na linha que correspondem aos valores que esta assume, quando a variável dependente assume o valor para o qual é arrastado (Figura 1).

Figura 1. O movimento da variável x na Reta Algébrica produz o movimento da expressão dependente  $2x+1$  na linha.

Figura 1:

<sup>3</sup> Ressalva-se que isto não significa simplesmente calcular o valor das expressões nem manipular expressões algébricas!

<sup>4</sup> Para uma descrição mais detalhada destes ambientes, ver [www.alnuset.com](http://www.alnuset.com)

<sup>5</sup> Como é óbvio, as representações dos conjuntos numéricos são concluídas num computador, para os conjuntos serem de facto finitos e distintos; porém eles simulam - com algumas limitações - as propriedades dos conjuntos numéricos que representam.

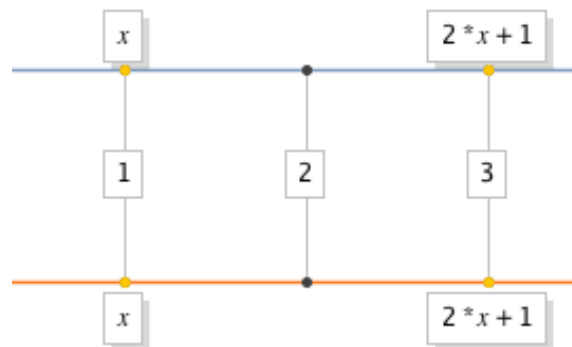
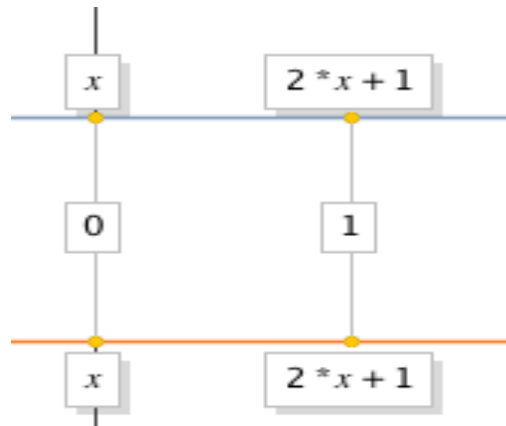
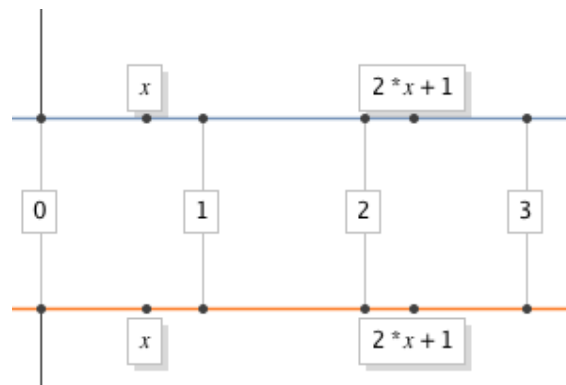


Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Nota-se que as funcionalidades descritas propõem diferentes representações (Princípio 1 do DUA) e elas são elaboradas para proporcionar ao utilizador a mediação dos conceitos algébricos de *variável* e *expressão dependente*, através do modelo dinâmico que pode ser representado (Princípio 2 do DUA). A articulação pode ocorrer graças aos canais cinestésico e visual, sem a necessidade de meios verbo-visuais (linguagem escrita). A construção do conceito como tal pode permitir aos estudantes, especialmente aos estudantes com DAM, encontrar referências mnemónicas que são apropriadas para os seus estilos cognitivos. Isto permite-lhes começar a utilizar representações dos conceitos algébricos fundamentais em questão e, possivelmente, colocá-los e retirá-los da memória de longa duração de uma forma mais eficaz.



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

Com o suporte do AlNuSet, o professor poderá promover um debate entre os alunos na sala de aula, a fim de conceptualizar a ideia de *variável*.

De facto, o docente poderá pedir aos alunos para mover  $x$  pela linha e para responder às seguintes questões: «O que se pode observar?» «Como é que interpreta o que ocorre?»

Para além disto, o professor poderá também promover um debate entre os alunos, a fim de conceptualizar a ideia de *expressão dependente na variável  $x$* .

Desta forma, o professor pedirá aos alunos para digitar  $2x+1$  no espaço de edição da Reta Algébrica e lança um debate no âmbito da seguinte questão: «O que ocorre na Reta Algébrica?»

«Como interpreta o que ocorre na expressão algébrica  $2x+1$ ?»

Numa fase inicial poderá ser interessante promover a definição de uma hipótese sem o suporte do AlNuSet.

Assim, o professor poderia perguntar aos alunos: «Se  $x=3$ , qual acha que será o valor da expressão  $2x+1$ ? Faça sua hipótese, compare-a com seus colegas e, então, verifique-a na Reta Algébrica do AlNuSet”.

O debate (gerido pelo professor) sobre o que os alunos observam na Reta Algébrica e como eles podem interpretá-la, no modo algébrico, permite-lhes construir o significado de *variável* e de *expressão dependente desta variável*.

## 2) Representação da relação entre variável e expressão dependente desta variável no plano cartesiano e na tabela.

Considera-se uma tabela ao definir a relação entre a variável « $x$ » e a expressão  $2x+1$ .

$x$	$2x+1$
1	
2	
3	
0	
-1	
-4	



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



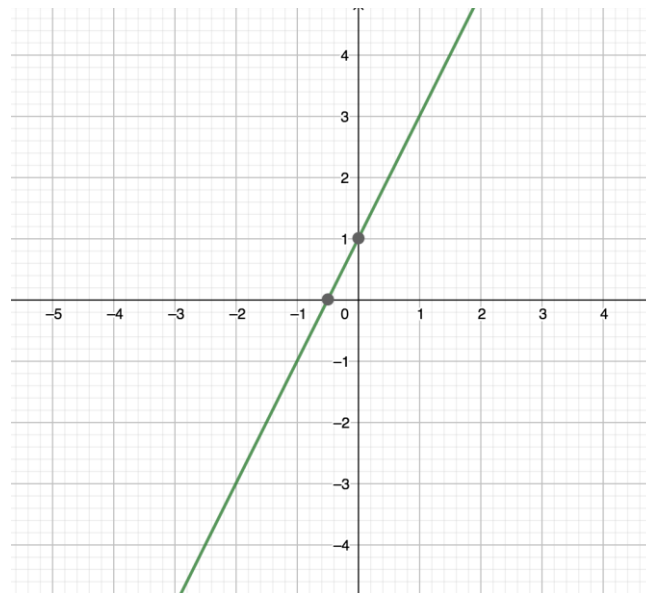


Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

O professor pede aos alunos para calcular o valor da expressão  $2x+1$ , a começar pelos valores da variável independente "x":

x	$2x+1$
1	$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$
2	$2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$
3	$2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$
0	$2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$
-1	$2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$
-4	$2 \cdot (-4) + 1 = -8 + 1 = -7$

O professor pede aos alunos para desenhar a relação no plano cartesiano:



O professor conduz o debate sobre a relação entre  $x$  e a expressão  $2x+1$ , ambas por representação geométrica (no plano cartesiano) e a relação algébrica (na tabela) de forma a que os estudantes sejam capazes de passar de um código para o outro (processo de transcodificação).



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

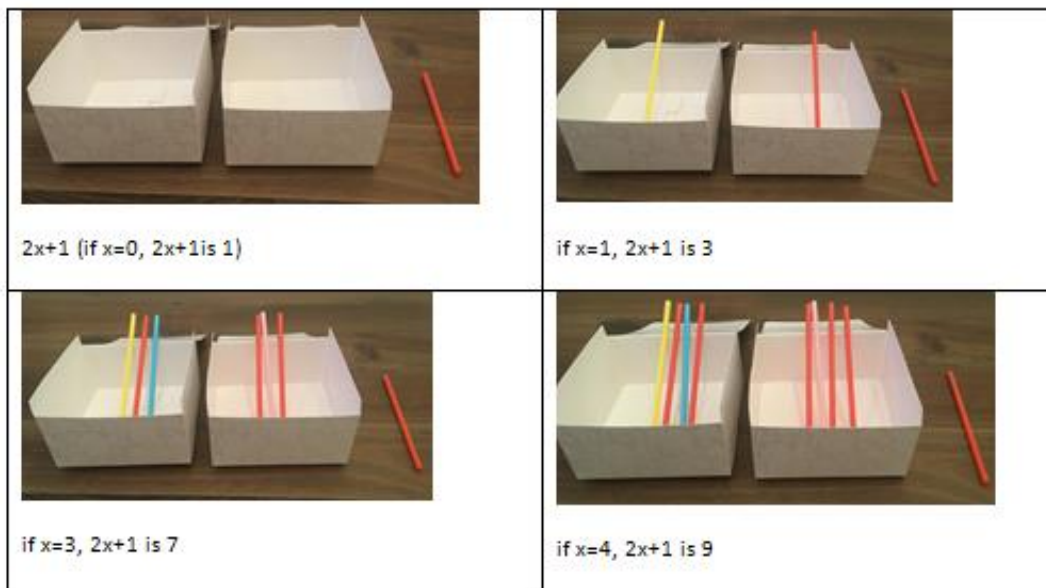


This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

### 3) Representação concreta de uma variável e de uma expressão dependente desta variável.

O professor apresenta duas caixas idênticas (cada uma representa  $x$ ) e 1 palhinha (a constante) (Figura 2). Ao variar o número de palhinhas nas caixas (o mesmo para ambas, isto significa variar o valor da variável), o total de palhinhas varia (variando o valor da expressão dependente desta variável).

Figura 2: Variando o valor da expressão  $2x+1$  ao variar o número de palhinhas nas caixas ( $x$ ).



O significado de «variável» e de «expressão que depende desta variável» em álgebra é construído numa forma perceptiva, através da manipulação de objetos concretos.

#### Debate com recurso às diretrizes do DUA sobre as atividades acima mencionadas

Observa-se que o mesmo foco educativo de construir o significado de «variável» e de «expressão dependente desta variável» em álgebra é abordado de diferentes modos ao utilizar os três princípios do DUA (Tabela 7, em *vermelho* comentários para ilustrar a ligação entre os princípios e as atividades).

Tabela 7: Análise das atividades através da Tabela de princípios do DUA.

<i>Empenho</i>	<i>Representação</i>	<i>Ação &amp; Expressão</i>
<p><b>Recrutamento de interesse</b>            Otimiza a escolha individual e autonomia            Otimiza a relevância, valor e autenticidade            Minimiza os riscos e distrações</p>	<p><b>Perceção</b>            Oferece meios de personalizar a disponibilização de informação            Oferece alternativas para informação em áudio            Oferece alternativas para informação visual</p> <p><i>Registos diferentes através dos quais a informação é mostrada (dinâmico-visual; visual; simbólico)</i></p>	<p><b>Ação física</b>            Varia os métodos para resposta e navegação            Otimiza o acesso a ferramentas e tecnologias de apoio</p>



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

<p><b>Esforço sustentador e Persistência</b></p> <p>Aumenta a importância de metas e objetivos</p> <p>Varia exigências e recursos para otimizar o desafio</p> <p>Fomenta colaboração e comunidade</p> <p>Melhora a destreza na manipulação</p> <p>Retornos orientados corroboram o empenho e motivação no que diz respeito à elaboração da resolução da tarefa</p>	<p><b>Linguagem &amp; Símbolos</b></p> <p>Clarifica o vocabulário e símbolos</p> <p>Clarifica a sintaxe e estrutura</p> <p>Oferece linguagem e símbolos alternativos para decodificar a informação e para trabalhar na informação</p> <p>Suporta a decodificação do texto, notação matemática e símbolos</p> <p><i>É promovido pela ação dinâmica e pela manipulação de objetos</i></p> <p>Promove a compreensão através das linguagens</p> <p>Ilustra através de múltiplos meios</p> <p><i>É promovido por atividades de transcodificação entre diferentes registos de representação</i></p> <p>Suporta a decodificação do texto, notação matemática e símbolos</p> <p><i>Isto é promovido pela visualização de diferentes registos ao mesmo tempo (por exemplo, na Reta Algébrica, uma variável é um ponto móvel na linha e é nomeada por x)</i></p>	<p><b>Expressão e Comunicação</b></p> <p>Utiliza mídias múltiplas para comunicação</p> <p>Utiliza múltiplas ferramentas para construção e composição</p> <p><b>Usar diferentes registos para comunicar</b></p> <p><i>É promovido pela utilização de termos que são alternativos aos formais para falar sobre objetos matemáticos. Estes termos alternativos remetem para o significado que foi construído pelos alunos. Por exemplo, alunos que trabalharam com o AINuSet querem mencionar o «ponto móvel» quando se referem à variável.</i></p> <p><i>Para além disto, nas atividades, são proporcionadas manipulações matemáticas concretas ou virtuais. Por exemplo, arrastar um ponto móvel pode ajudar a visualizar que a variável pode ter diferentes valores na reta numérica.</i></p> <p><i>Algumas atividades que estão ligadas a este princípio são:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- pedir para ler uma tabela recorrendo ao AINuSet (para transcodificar da tabela para AINuSet)</li> <li>- pedir para ler AINuSet com uma tabela (para transcodificar AINuSet dentro da tabela)</li> </ul>
<p><b>Autoregulação</b></p> <p>Promove expectativas e crenças que otimizam a motivação</p> <p>Facilita estratégias e melhora competências individuais.</p> <p>Desenvolve a autoavaliação e reflexão</p> <p><i>As estratégias de avaliação formativa, como discutido na secção 2, podem ajudar na autoavaliação e reflexão. Mais especificamente, o professor pode prover diferentes tipos de retorno.</i></p>	<p><b>Compreensão</b></p> <p>Ativa ou fornece o conhecimento de base</p> <p>Destaca padrões, características críticas, grandes ideias e relações entre noções matemáticas. (ponto de controlo 3.2)</p> <p>Direciona o processamento de informação e visualização</p> <p>Maximiza a transferência e generalização</p> <p>Perceção, linguagem e símbolos, compreensão (<b>Construir o conhecimento utilizável, conhecimento este que é acessível para futuras tomadas de decisão, depende não somente de informação meramente recebida, mas de «habilidades de processamento de informação» ativa</b>)</p>	<p><b>Funções executivas</b></p> <p><i>Direciona o estabelecimento apropriado de metas</i></p> <p><i>A utilização de artefactos pode também ser um suporte para a memória. Os artefactos guiam o processo de investigação dos alunos, provendo retorno aos seus processos.</i></p> <p><i>Apoio ao planeamento e desenvolvimento de estratégia</i></p> <p><i>Facilita a manipulação de informação e recursos</i></p> <p><i>Aprimora a capacidade para o progresso de monitorização</i></p>

Tudo isto permite aos estudantes construir o significado para as noções algébricas em questão.

## Ferramenta de intervenção 2

Esta ferramenta para intervenção foi concebida para tratar de dificuldades que podem emergir ao lidar com a representação algébrica. Neste caso, a dificuldade está mais ligada ao domínio cognitivo visuoespacial que ao domínio



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

do raciocínio (ver, por exemplo, Q4AI1, Q4AI2 e Q4AI4 of B2).

Consideram-se, por exemplo, as seguintes expressões algébricas:

$$x^2 = \dots$$

$$2x = \dots$$

Pode-se notar que as dificuldades visuoespaciais podem aumentar em aritmética avançada, em comparação com aritmética elementar a qual é baseada no sistema posicional de representação e quando apenas uma direção (esquerda-direita) está envolvida. Na aritmética avançada, surgem outras direções: a posição vertical (frações), a posição oblíqua (potências, raízes). Para além disso, os símbolos são escritos em diferentes tamanhos e, tamanhos e posições diferentes expressam um significado diferente. Considerem-se, a título de exemplo, as seguintes expressões:

$$2; 22; -2; \frac{1}{2}; 22; 2\sqrt{22}; 2\sqrt{2}$$

Além disso, quando se lida com números negativos, é necessário conceber o sinal de menos como parte do número e não mais como um sinal de operação.

Todos os factos acima mencionados podem causar conflito cognitivo nos alunos, uma vez que é necessário reconstruir o que foi previamente aprendido em relação aos números naturais. Além do mais, o aluno precisa executar uma síntese visual mais complexa das expressões (ambas as expressões algébricas e numéricas). Por exemplo, lidar com as seguintes expressões requer a conexão de 2 e x da forma correta, dependendo da posição dos símbolos.

$$x^2 = \dots$$

$$2x = \dots$$

Isto significa que é necessário identificar a estrutura da expressão a fim de chegar ao seu significado. A estrutura pode ser esquematizada, por exemplo, por meio do Editor de Equações do Word (Figura 3):

Figura 3: Editor de Equações do Word para visualizar a estrutura da expressão



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



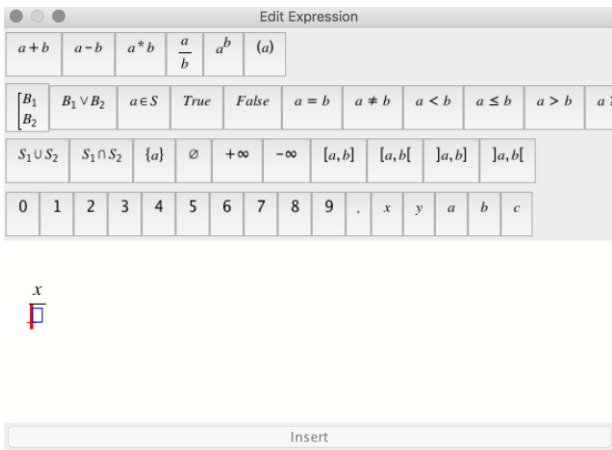
This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

O mesmo pode ser feito por meio de outros editores (Figura 4 ou, por exemplo, o editor da AlNuSet):

Figura 4: editor do AlNuSet



### Ferramenta de intervenção 3

Esta ferramenta de intervenção foi concebida para tratar de dificuldades que podem emergir quando se lida com o cálculo mental (ver, por exemplo, Q1.4 do inquérito B2).

Por exemplo, no caso do cálculo:

$$36 \times 11$$

O cálculo mental requer uma gestão eficiente das funções executivas, que podem estar mais lentas pela necessidade de manter em mente resultados intermédios. Se tal ocorrer, todo o processo de cálculo corre o risco de falhar. Neste caso, pode-se dizer que a dificuldade não está no *conhecimento* das estratégias de cálculo mental, mas na *memória*: o estudante falha devido à dificuldade em manter na mente e recuperar os resultados intermédios de cálculo.

A intervenção tem por objetivo fornecer aos alunos alguma ajuda para a memória. Os sistemas de representação que são eficientes e rápidos em ajudar na memorização e recuperação podem ser úteis. É o caso da seguinte representação não-formal (Figura 5):



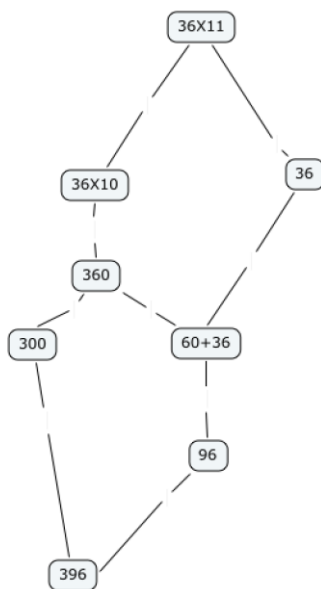
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Figura 5: Exemplo de escrita informal como apoio ao processo de cálculo.



#### Ferramenta de intervenção 4

Esta ferramenta para intervenção foi concebida para tratar dificuldades ao lidar com gráficos no plano cartesiano e que estão ligadas ao domínio cognitivo visuoespacial (ver, por exemplo, Q4Ar3, Q4Ar4 e Q4Ar5 do inquérito B2).

Esta ferramenta de intervenção decorre da experiência do FaSMEd, (vide <https://microsites.ncl.ac.uk>)

A ferramenta de intervenção consiste em direcionar os alunos, passo-a-passo, na interpretação do gráfico e em dar considerável espaço para trabalho em grupo e debate em sala de aula, de forma a que os alunos ajam como um recurso para aqueles colegas que possuem maior dificuldade. O debate em sala de aula é também a ocasião para o professor dar retorno detalhado aos alunos.

Encontra-se aqui uma breve narrativa da sequência. Cada questão (ficha de trabalho na terminologia do projeto

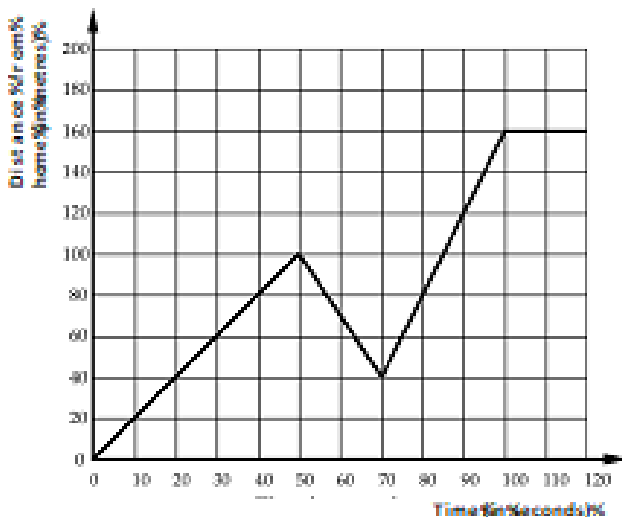


FaSMEd) é para ser dada aos alunos para o trabalho em grupo; após cada questão, o debate em sala de aula é orientado pelo professor.

A **ficha de trabalho 1** introduz o gráfico e a narrativa correspondente: o gráfico representa o modo pelo qual um aluno, Tommaso, caminha numa estrada reta de casa para a paragem. A questão proposta aos alunos fá-los focar na segunda secção do gráfico, que é o segmento que liga os pontos (50, 100) e (70, 40). É pedido aos alunos para deduzirem, a partir do gráfico, o que acontece durante o período de tempo de 50s a 70s.

Figura 6: Ficha de trabalho 1

Todas as manhãs o Tommaso caminha por uma estrada reta entre a sua casa e uma paragem de autocarro a uma distância de 60 metros. O gráfico mostra a sua jornada em um determinado dia.



(1) O que sucede no período entre os 50s e os 70s? Como sabe?

Realçamos que os alunos são solicitados a explicar como deduziram esta informação do gráfico, a fim de fazê-los refletir sobre as razões que contribuíram para a interpretação correta de um gráfico de tempo-distância.

A **Ficha de trabalho 1A** é uma ficha de apoio, que pode ser fornecida aos estudantes que possuem dificuldade em responder à Ficha de Trabalho1. O professor pode decidir fornecer a ficha de apoio a todos àqueles estudantes que possuem dificuldades ligadas à área cognitiva visuoespacial.

Figura 7: Ficha de trabalho 1A

(1) O que sucede no período entre os 50s e os 70s? Como sabe?



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### Ajuda para responder à questão 1:

Lembre-se de que o Tommaso está a caminhar ao longo de uma estrada reta.

- Qual é a distância a que está de casa após 50s?
- Qual é a distância a que está de casa após 70s?

A «ajuda» contida na folha de exercício 1A ajuda os alunos na interpretação do gráfico de duas formas:

1. a sugestão inserida na ficha de trabalho («Recorde que o Tommaso está a caminhar numa estrada reta) permite evitar que os alunos confundam o gráfico com o desenho da estrada (propõe interpretações como «Tommaso vira à direita, depois à esquerda» ou «Tommaso está em baixo e, depois, sobe de novo»).
2. as duas questões levam os alunos a focarem-se na variação da distância de Tommaso da sua casa, ajudando-os nessa observação, visto que a distância está a diminuir, e Tommaso está a aproximar-se de casa.

A **ficha de trabalho 1B** é uma ficha que sugere uma sondagem: são propostas três respostas, dadas por outros alunos fictícios, com o pedido de identificar qual a correta.

Figura 8: Ficha de trabalho 1B

(1) O que sucede no período entre os 50s e os 70s? Como sabe?

Qual é a resposta correta?

(a) No período entre os 50s e os 70s, Tommaso volta.

(b) No período entre os 50s e os 70s, Tommaso muda seu caminho

(c) No período entre os 50s e os 70s, a estrada pela qual Tommaso segue, desce.

A **Ficha de trabalho 2** muda o enfoque na última secção do gráfico, para o segmento horizontal (100, 160)-(120, 160).

Figura 9: Ficha de Trabalho 2

(2) O que acontece nos últimos 20 segundos? Como chegou a essa conclusão?

A pergunta na *Ficha de Trabalho 2* é focada na interpretação de uma linha horizontal dentro de um gráfico tempo-distância.

A **Ficha de Trabalho 3** requer que alunos determinem quando é que o Tommaso chega à paragem de autocarro. Aqui o foco está na interpretação de um ponto num gráfico tempo-distância como possuindo duas informações: a distância de casa e o tempo gasto. Os alunos têm de identificar o ponto (100, 160) como aquele que lhes permite encontrar a resposta.

Figura 10: Ficha de trabalho 3

(2) O que acontece nos últimos 20 segundos? Como chegou a essa conclusão?



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

- (a) Após 120 segundos
- (b) Após  $50 + 70 + 100 + 120$  segundos, ou seja, após 340 segundos
- (c) Após 100 segundos
- (d) Após 50 segundos

A questão na *Ficha de Trabalho 3* é proposta como uma sondagem. A primeira opção representa um dos erros típicos cometidos pelos estudantes, que interpretam o último ponto na direita do gráfico como aquele que representa o momento no qual Tommaso termina a sua caminhada. A segunda opção pretende averiguar se os alunos a teriam escolhido, devido à «expressão matemática» proposta, sem analisar a sua correção. Esta sondagem foi elaborada como um ponto de início para um debate focado na razão que fundamenta a escolha das respostas.

A **Ficha de trabalho 4** é a última questão proposta para ajudar os alunos com a interpretação do gráfico e que leva os alunos a focarem-se na distância percorrida pelo Tommaso para chegar à paragem.

Figura 11: Ficha de Trabalho 4

(4) O Tommaso percorre 160m? Porquê?

A questão pretende levar os estudantes a refletirem na diferença entre os dois conceitos: a distância de casa e a distância que foi percorrida. Novamente, é pedido aos estudantes para partilhar as razões que fundamentam as suas respostas.

A **Ficha de Trabalho 4A** é uma ficha de apoio a ser fornecida aos estudantes que possuem dificuldades em responder à Ficha de Trabalho 4.

Figura 12: Ficha de Trabalho 4A

(4) O Tommaso percorre 160m? Porquê?

Ajuda para responder à pergunta 4:

Analise o gráfico e responda às seguintes perguntas:

(a) Qual é a distância que Tommaso percorreu durante os primeiros 120 segundos?	Resposta:
(b) Que distância o Tommaso percorreu entre os 50s e os 70s?	Resposta:
(c) Que distância o Tommaso percorreu entre os 70s e os 100s?	Resposta:
(d) Que distância o Tommaso percorreu nos últimos 20s?	Resposta:

A «ajuda» contida na Ficha de Trabalho 4 engloba quatro questões distintas, através das quais os alunos são direcionados a focar-se, separadamente, nas secções diferentes do gráfico. Desta forma, eles conseguem determinar a distância percorrida pelo Tommaso como a soma das distâncias percorridas por ele durante os períodos de tempo correspondentes a cada secção do gráfico.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

A **Ficha de Trabalho 5** incide na interpretação global do gráfico. É pedido aos alunos que proponham uma possível conclusão da narrativa, em sintonia com a interpretação do gráfico que as fichas de trabalho anteriores apoiaram.

Figura 13: Ficha de Trabalho 5

(5) Depois de responder às perguntas das fichas anteriores, descreva como o Tommaso caminhou na estrada desde a sua casa até à paragem do autocarro. O que pode ter-lhe acontecido?

A Ficha de Trabalho5 permite aos alunos recordarem os aspetos destacados nas fichas de trabalho anteriores, bem como os debates correspondentes.

### Debate sobre as diretrizes do DUA sobre as atividades acima mencionadas

Observa-se que a sequência de aprendizagem supramencionada é coerente com os três princípios do DUA, conforme se pode verificar na tabela seguinte (Tabela 8, em *vermelho* os comentários que ilustram a ligação entre os princípios e as atividades).

Tabela 8: Análise das atividades através da Tabela de princípios do DUA.

Recruiting interest	Perception	Physical action
<p>Sustaining effort and persistence:</p> <p><i>Groupwork and class discussion are functional to the aim of fostering collaboration and community.</i></p> <p><i>During class discussion the teacher and the peers may provide mastery-oriented feedback</i></p>	<p>Language and symbols</p> <p><i>The worksheets may "Allow for flexibility and easy access to multiple representations of notation (e.g., formulas, word problems, graphs)"</i></p>	<p>Expression and communication</p> <p><i>Groupwork and class discussion may be efficient in "providing differentiated mentors (i.e., teachers/tutors who use different approaches to motivate, guide, feedback or inform)", "Provide differentiated feedback (e.g., feedback that is accessible because it can be customized to individual learners)".</i></p> <p><i>Helping worksheets may be efficient in "providing scaffolds that can be gradually released with increasing independence and skills"</i></p>
<p>Self regulation</p> <p><i>Teacher and peers' feedback may promote subsequent self-regulation.</i></p>	<p>Comprehension <i>Analysing the graph step by step is a way of guiding the information processing and visualization.</i></p>	<p>Executive functions</p>



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Project number: 2018-1-IT02-KA201-048274

### Referências bibliográficas

- [1] Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- [2] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. Vol. 49(5), 755–767. *ZDM Mathematics Education*.
- [3] Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2018). Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback. *Proceedings of CERME 10*, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949286, pp. 3460-3467.
- [4] Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian J. of Learning Difficulties*, 21(2), 115–141.
- [5] Robotti E., Baccaglini-Frank A., (2017). Using digital environments to address students' mathematical learning difficulties. In *Innovation & Technology. Series Mathematics Education in the Digital Era*, A. Monotone, F. Ferrara (eds), Springer Publisher.
- [6] Robotti E., (2016). Designing innovative learning activities to face up to difficulties in algebra of dyscalculia students: how exploit the functionality of AlNuSet. In *Digital Technologies in Designing Mathematics Education Tasks - Potential and pitfalls*. A. Baccaglini-Frank, A. Leung (eds), Springer Publisher.



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

The European Commission support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents which reflects the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This work is under a [Creative Commons Attribution - Non-commercial 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)